

UNIVERZITET U BEOGRADU  
MATEMATIČKI FAKULTET

Magistarska teza  
**Analiza prostornih brzina zvezda  
iz kataloga ARIHIP**

Sonja Vidojević

Beograd, mart 2008.



Čovek bi mogao da se zapita “Šta to jedan praktičar, tvrdokorni matematičar–statističar može da ponudi nekom astronomu, zanesenom sanjaru?” Odgovor bi bio “Mnogo toga”. Prirodno je da statistiku uvek povezujemo sa nekakvim velikom brojevima, ali i astronomija je prepuna velikih brojeva; samo je broj zvezda u našoj galaksiji, Mlečnom putu, veći od sto milijardi, a broj galaksija u vidljivom svemiru je veći od milijardu! Naravno da ovi veliki brojevi opravdavaju upotrebu statističkih tehnika *prima-facie!*

...

Duboko sam ubeđen da će sve veće preplitanje između statistike i astronomije biti na obostranu dobrobit.

J. V. Narlikar



Ova magistarska teza je nastala kao rezultat istraživanja u okviru poslediplomskih studija na smeru Astrofizika Katedre za astronomiju Matematičkog fakulteta u Beogradu.

Zahvaljujem se mentoru, profesoru Trajku Angelovu, na savetima i primedbama tokom izrade teze, a takođe i na uputstvima za snalaženje u administrativnim lavirintima.

Zahvaljujem se dr Slobodanu Ninkoviću sa Astronomske opservatorije u Beogradu, koji mi je dao osnovnu ideju za istraživanje i preneo mi deo svog bogatog iskustva i znanja u oblasti zvezdane astronomije.

Izuzetnu zavalnost dugujem profesoru Stevi Šeganu koji me je, na sebi svojstven način, podstakao da dublje proniknem u tajne obrade astronomskih posmatranja. Zahvaljujem mu se i na tome što mi je omogućio odlične uslove za rad u Astrofizičkom paviljonu u Zvezdarskoj šumi koji studenati od milja zovu "kućicom".

Neizmernu zahvalnost osećam prema Milanu koji je imao strpljenja da satima sluša o zvezdanoj astronomiji, vodi diskusije, postavlja prava pitanja i daje odgovore i dragocene savete u vezi mnogih mojih nedoumica.

Obećavam svojoj unuci Dunji, koja je upravo proslavila svoj prvi rođendan, da ću pokušati da joj nadoknadim svu propuštenu pažnju i ljubav kojih je u velikoj meri bila lišena tokom izrade ove teze, ako je to uopšte moguće.

U Beogradu, marta 2008.

SV



# Sadržaj

<b>1</b>	<b>Uvod</b>	<b>1</b>
1.1	Komponente Mlečnog puta . . . . .	1
1.2	Zadatak i struktura teze . . . . .	7
<b>2</b>	<b>Teorijske osnove</b>	<b>9</b>
2.1	Posmatranja . . . . .	9
2.1.1	Paralaksa . . . . .	9
2.1.2	Sopstveno kretanje . . . . .	11
2.1.3	Radijalna brzina . . . . .	12
2.1.4	Indeks boje . . . . .	14
2.2	Prostorna brzina zvezda . . . . .	16
2.2.1	Transformacija koordinata . . . . .	17
2.2.2	Greške . . . . .	21
2.3	Kretanje Sunca . . . . .	22
2.4	Elipsoid brzina . . . . .	24
<b>3</b>	<b>Katalog ARIHIP</b>	<b>29</b>
3.1	Motiv za konstruisanje ARIHIP kataloga . . . . .	29
3.2	Popravka sopstvenih kretanja . . . . .	29
3.3	Kriterijum za otkrivanje dvojnih zvezda . . . . .	30
3.4	Kriterijum za izbor kataloga . . . . .	31
3.5	Astrometrijski izvrsne zvezde . . . . .	31
3.6	Referentni sistem ARIHIP kataloga . . . . .	33
3.7	Različite mode date u ARIHIP katalogu . . . . .	34
3.8	Greške u ARIHIP katalogu . . . . .	35
3.9	Digitalna verzija ARIHIP kataloga . . . . .	36
3.10	Opis polja u katalogu ARIHIP . . . . .	36

<b>4</b>	<b>Uzorak</b>	<b>43</b>
4.1	Kriterijumi za selekciju uzorka . . . . .	43
4.2	Karakteristike uzorka . . . . .	44
4.2.1	Položaj . . . . .	44
4.2.2	Paralaksa . . . . .	45
4.2.3	Sopstveno kretanje . . . . .	48
4.2.4	Radialna brzina . . . . .	48
4.2.5	$(B - V)$ . . . . .	51
4.2.6	Prostorna brzina . . . . .	54
4.3	Kretanje Sunca i elipsoid brzina . . . . .	57
4.4	Prostor položaja . . . . .	59
<b>5</b>	<b>Analiza prostornih brzina</b>	<b>65</b>
5.1	Kimnatički pristup – prostorna brzina . . . . .	65
5.1.1	Galaktocentrično kretanje Sunca . . . . .	71
5.1.2	Izdvajanje zvezda haloa . . . . .	72
5.2	Indeks boje . . . . .	74
5.2.1	Galaktocentrično kretanje Sunca . . . . .	78
5.2.2	Oblast posle Parenagovog diskontinuiteta . . . . .	80
5.2.3	Provera hipoteze . . . . .	84
5.3	Galaktocentrične putanje . . . . .	86
<b>6</b>	<b>Zaključak i dalji rad</b>	<b>93</b>
6.1	Zaključak . . . . .	93
6.2	Dalji rad . . . . .	94
	<b>Dodaci</b>	<b>95</b>
A	Oznake veličina . . . . .	95
B	Astrometrijske misije . . . . .	95
C	Statističke tehnike . . . . .	96
D	Programski kôdovi . . . . .	97
E	Sadržaj CD-a . . . . .	106
	<b>Bibliografija</b>	<b>108</b>



## GLAVA 1

# Uvod

Ovo su izuzetna i uzbudljiva vremena za proučavanje strukture Mlečnog puta i galaksija Lokalne grupe zahvaljujući, između ostalog, i sticaju nekoliko srećnih okolnosti:

- (i) razvoj informatike i kompjuterske tehnologije omogućio je simulacije formiranja galaksija visoke rezolucije sa velikim brojem objekata u lokalnom i kosmološkom kontekstu;
- (ii) sada su realno moguće satelitske misije koje sistematski snimaju velike delove neba spektroskopskim metodama, a dopunjavaju se posmatranjima sa zemlje; u bliskoj budućnosti satelitska posmatranja sa satelita GAIA<sup>1</sup> daće nove značajne informacije o komponentama faznog prostora zvezda;
- (iii) sistematska posmatranja na velikim crvenim pomacima daju kvantitativne karakteristike zvezdanih populacija i morfološke osobine galaksija duboko u prošlosti.

## 1.1 Komponente Mlečnog puta

Prebrojavanje zvezda je od ranog dvadesetog veka, pojavom Kaptejnovih radova (Kapteyn & van Rhijn 1920; Kapteyn 1922), postalo široko upotrebljavana metoda za definisanje strukture Mlečnog puta. Naravno, dobro su bile poznate i mane te metode. Raspodela prividnih veličina zvezda zavisi od mnogo uzroka; od raspodele njihove gustine i od njihove funkcije luminoznosti koja, opet, zavisi od metaličnosti, zatim od funkcije promene sjaja u čijoj osnovi leži funkcija mase i tako dalje. Kada je u metodu prebrojavanja uključena boja zvezda, dobijen je stroži kriterijum za testiranje modela, ali, opet su rezultati zavisili od funkcije luminoznosti i relacije boja–prividna veličina za različite populacije/komponente uključene u model. Ovo sada može da izgleda očigledno, ali izbor neodgovarajućih modela je bio izvor mnogih žučnih debata tokom 1980-tih godina.

Uzimajući u obzir ograničenja i manjkavosti metode prebrojavanja zvezda u odabranim pravcima, ona se ipak pokazala kao izuzetno korisna u definisa-

<sup>1</sup>Više o satelitskim misijama i eksperimentima vidi u dodatku B.

nju globalne strukture *zvezdane komponente* Mlečnog puta. Ovo se obično ne postiže direktno iz rezultata prebrojavanja zvezda, nego poređenjem posmatranja sa predviđanjima modela (Gilmore 1981; van den Bergh 1980). Na taj način su određeni zakoni promene gustine zvezda sa radijusom i normalno na galaktičku ravan u tankom disku; posredno, na osnovu raznih indikatora, dobijen je profil gustine i oblik zvezdanog haloa (Reid & Majewski 1993, Kinman, Suntzeff & Kraft 1994); debeli disk je definisan kao komponenta sa eksponencijalnom skalom visine, oko 3-4 puta većom od starog tankog diska (Gilmore & Reid 1983, Fenkart 1988, Larsen & Humphreys 2003).

Interpretacija ranih prebrojavanja zvezda se zakomplikovala sa nekoliko faktora. Degeneracija u relaciji pocrvenjenje–starost–metaličnost je bila pogoršana činjenicom da je prebrojavanje bilo bazirano na fotografskoj fotometriji, tj. u ograničenim opsezima talasnih dužina. Loše razdvajanje slabih zvezda sa prividnim veličinama  $V \gtrsim 20^m$ , takođe može da bude uzrok problema, naročito za tople, plave zvezde (vidi diskusiju u Reid & Majewski 1993). Mali broj zvezda za koje je određena radijalna brzina dalje komplikuje i otežava razdvajanje komponenti Mlečnog puta uzrokujući razlike među rezultatima raznih istraživača.

Određivanje metaličnosti zvezda umnogome pomaže interpretaciju. Metaličnosti mogu biti određene za veći broj zvezda fotometrijskim metodama sa manjim troškovima za teleskopsko vreme u odnosu na one određivane spektroskopskim metodama. Raspodela metaličnosti slabih F i G patuljaka, dobijena UBV fotometrijom u širokom opsegu talasnih dužina, kombinovana sa zakonom gustine dobijenim metodom prebrojavanja zvezda, bili su ključni za konstataciju da je debeli disk odvojena komponenta/podsistem Mlečnog puta.

Ponovljena fotometrijska posmatranja posle dovoljno dugog vremenskog perioda omogućavaju kombinovanje prebrojavanja zvezda i određivanja njihovih sopstvenih kretanja zvezda. Redukovani dijagram sopstvenih kretanja se može korisno upotrebiti za razdvajanje različitih kinematičkih populacija (grupa) i bez pouzdane informacije o udaljenostima zvezda. Ovu tehniku je primenio Chiu (1980) na svoj uzorak slabih ( $V \lesssim 20^m$ , 5) zvezda sa sopstvenim kretanjima u kardinalnim pravcima<sup>2</sup> baziranim na fotografskim pločama snimljenim u intervalu od 25 godina. Zaključio je da zvezde daleko od ravni diska Mlečnog puta, koje su pripisivane populaciji I, imaju manju metaličnost i veću disperziju brzina, što je populaciju I učinilo lokalnom. Ponovljena analiza njegovih posmatranja, bez pretpostavke o postojanju samo dve komponente (populacija I i populacija II), pokazala je prisustvo međugrupe u kinematičkom smislu – tankog diska (Wyse & Gilmore 1986).

Udaljenosti određene iz fotometrijske paralakse u kombinaciji sa sopstvenim kretanjima za uzorak zvezda odabran samo na osnovu prividne veličine, tj. uzorak koji nije kinematički selektovan, u najmanje jednom kardinalnom pravcu može da posluži u ispitivanju jedne ili više komponenti prostornog kretanja (Majewski 1992), i radijalnih brzina (Sandage & Fouts 1987b). Da bi određivanje rastojanja fotometrijskom metodom bilo pouzdano, neophodni su dobri podaci o metaličnosti i površinskoj gravitaciji, koji često nisu dostupni. Satelitska posmatranja sa HIPPARCOS-a i TYCHO-a omogućila su analizu prostor-

<sup>2</sup>Kardinalni pravci: pravac ka galaktičkim polovima, pravac centar–anticentar Mlečnog puta i pravac u smeru i suprotno od galaktičke rotacije.

nih kretanja u lokalnim razmerama dajući vezu između disperzija brzina i indeksa boje na skali udaljenosti manjoj od par stotina parseka, i to, naravno, većinom za zvezde koje pripadaju disku Mlečnog puta (Dehnen & Binney 1998).

Sprega prebrojavanja zvezda i spektroskopije u cilju dobijanja metaličnosti i radijalnih brzina je moćniji alat nego sama fotometrija jer daje mogućnost istovremene analize metaličnosti i kinematičkih, tj. dinamičkih karakteristika sistema.

Radijalne brzine, rastojanja i sopstvena kretanja, čineći potpun skup posmatranja koja određuju fazni prostor, omogućavaju iscrpna istraživanja. Rana sistematska posmatranja neba su kao kriterijum za definisanje uzorka u cilju povećanja uticaja zvezda koje ne pripadaju tankom disku, koristila rastojanja određena pomoću fotometrijske paralakse i sopstvena kretanja. Ova selekcija po kinematičkim karakteristikama zahteva duboko razumevanje nepoželjnih uticaja na kinematički uzorak i njihovo isključivanje ili ublažavanje. Analize su dosta komplikovane, ali plodonosne. HIPPARCOS-ova i TYCHO-va posmatranja daju priliku za izračunavanje prostornih brzina zvezda iz okoline Sunca, bez selekcije po sopstvenim kretanjima, ako su metaličnosti i radijalne brzine zvezda poznate (Nordström et al. 2004).

Ideja da zvezdane populacije naše galaksije, Mlečnog puta, imaju kritičan značaj u razumevanju spornih pitanja u kosmologiji, bila je glavna motivacija njihovog istraživanja decenijama. U mnogim ranim fundamentalnim radovima o zvezdanim populacijama i formiranju galaksija težište je bilo oko pitanja “koliko je stara najstarija zvezda u našoj galaksiji, posle koliko vremena od velikog praska su galaksije otpočele svoje formiranje?” (Sandage 1970). Ti radovi su bili od suštinskog značaja u određivanju starosti vasione koja, očigledno, iznosi koliko i starost najstarije zvezde u njemu, a takođe i u određivanju vrednosti kosmoloških parametara, naročito kada su izračunati putem poređenja sa današnjom vrednošću Hablove konstante. Činjenica da se model ranog brzog kolapsa još koristi kao paradigma za formiranje Mlečnog puta, potvrda je njegove jednostavnosti i snage. Značajan udeo u tome što se Mlečni put koristi kao osnovni model za testiranje teorija evolucije galaksija, dolazi od neubedljivih pokušaja izračunavanja kosmoloških parametara iz posmatranja galaksija, kao što je Hablov dijagram (prividna veličina–crveni pomak), broj galaksija i sl. Postalo je jasno da prvo mora da bude dobro shvaćena struktura i evolucija galaksija, a Mlečni put predstavlja potencijalno idealan objekat za testiranje. Put razumevanja raspodele starosti i metaličnosti zvezda vodi preko utvrđivanja istih tih raspodela na nešto krupnijoj skali, tj. raspodele po različitim komponentama galaksije, a za ovo je, opet, potrebno njihovo jasno i precizno razdvajanje i definisanje.

### Tanki disk

Na velikoj skali strukture Mlečnog puta tanki zvezdani disk je dosta dobro, ali ne kompletno modelovan dvostrukim eksponencijalnim funkcijama duž dva kardinalna pravca: na skali dužine do  $\sim 3$  kpc i na skali visine do  $\sim 0,3$  kpc (za zvezde starije od nekoliko milijardi godina). Ekstrapolacija te glatke strukture i normalizacija na lokalnu površinsku gustinu zvezda od  $\Sigma_* \sim 35 \mathcal{M}_\odot \text{pc}^{-2}$  (Kuijken & Gilmore 1989, Flynn et al. 2006) daje ukupnu masu tankog diska od oko  $6 \times 10^{10} \mathcal{M}_\odot$ . Međuzvezdana materija

ja doprinosi sa  $\sim 10 \mathcal{M}_{\odot} \text{pc}^{-2}$  i ima donekle različit radijalni profil od zvezdane komponente, s tim što atomski i molekulski gas imaju različite prostorne raspodele.

Raspodele metaličnosti i starosti zvezdane komponente su najbolje poznate za lokalni disk, koji se proteže do približno jednog kiloparseka od Sunca. Stremgrenova fotometrija se pokazala kao robusna tehnika za određivanje metaličnosti velikog broja F i G patuljaka, potvrđujući “problem G patuljaka” u lokalnom disku. Problem G patuljaka bi mogao da se formuliše na sledeći način: raspodela metaličnosti zvezda u Sunčevoj okolini je vrlo uska sa tek nekoliko zvezda ( $\sim 2\%$ ) sa značajno manjom metaličnošću ( $Z < 0,25 Z_{\odot}$ ) od maksimuma raspodele, što je u kontradikciji sa rezultatima koje predviđa najjednostavniji model hemijske evolucije (Nordström et al. 2004) po kome se očekuje veliki rep zvezda (oko jedne polovine svih zvezda iz Sunčeve okoline) sa malom metaličnošću ( $Z \lesssim \frac{1}{3} Z_{\odot}$ ). Pik raspodele metaličnosti za stare zvezde u okolini Sunca je negde ispod vrednosti za Sunce,  $\sim -0,15 \text{ dex}$ , što je u dobroj saglasnosti na delu između G patuljaka i još manje masivnih K patuljaka (Kotoneva et al. 2002). Raspodela metaličnosti, ali za mnogo manji broj zvezda u uzorku, dobijena spektroskopskom metodom, daje maksimum zastupljenosti gvožđa na  $\sim -0,1 \text{ dex}$  (Allende-Prieto et al. 2004).

Upotrebom raznih metoda i tehnika, određen je tok formiranja zvezda u lokalnom disku; opšti zaključak ide u prilog ranom početku formiranja zvezda, sa približno konstantnom stopom i malom amplitudom formiranja zvezda na skali od nekoliko milijardi godina (Hernandez et al. 2000, Rocha-Pinto et al. 2000). Ovde, bez sumnje, ne postoji nedostatak starih zvezda u lokalnom tankom disku koji se nalazi na oko 3 dužine skale od galaktičkog centra. Uzimajući da su te zvezde formirane u tankom disku, može se zaključiti da je ovaj široki tanki disk postojao i pre 10-12 milijardi godina. Ovo je značajno ranije nego što se dobija za tipični tanki disk formiran u  $\Lambda\text{CDM}^3$  modelima. Komplementarni podaci za druge diskolike galaksije, slične našoj, pokazuju da tanki diskovi nisu počeli da se stvaraju na  $z \sim 1$ , nego da su do tada već bili dobro formirani. Odgovor bi trebalo da daju modeli u kojima je značajan deo starog zvezdanog tankog diska formiran kasnijim dodavanjem starih zvezda akrecijom iz susednih satelitskih galaksija direktno u orbite sa visokim ugaonim momentom u ravni diska galaksije (Abedi et al. 2003).

### Debeli disk

Na velikoj skali strukture Melčnog puta debeli zvezdani disk je verovatno(!) dosta dobro, ali ne kompletno modelovan dvostrukim eksponencijalnim funkcijama duž dva kardinalna pravca: na skali dužine do  $\sim 3 \text{ kpc}$  i na skali visine do  $\sim 1 \text{ kpc}$ , čineći ga nešto više od tri puta debljim od tankog diska. Ekstrapolacijom i normiranjem na oko 5% od lokalne gustine, dobija se ukupna masa u vrednosti od oko 15% od mase tankog zvezdanog diska.

Slično kao i za tanki disk, raspodela metaličnosti i starosti je najbolje određena unutar oblasti od nekoliko kiloparseka u okolini Sunca, vertikalno i radijalno. Repovi raspodele metaličnosti i starosti se preklapaju sa onima u tankom zvez-

<sup>3</sup>Lambda-Cold Dark Matter, eng. Model ima ambiciju da objasni mikrotalasno pozadinsko zračenje.  $\Lambda$  je kosmološka konstanta koja odgovara tamnoj energiji, a pod pojmom CDM se podrazumeva model hladne tamne materije, tj. tamne materije čija je brzina u vreme ravnoteže materije i zračenja bila nerelativistička ( $v \ll c$ ).

danom disku. Ako bismo u razmatranje uzeli samo zvezde koje se nalaze iznad  $\sim 1$  pc iznad galaktičke ravni, maksimum raspodele metaličnosti bi bio na  $\sim -0,6$  dex, što u osnovi znači da sve zvezde imaju starost kao zbijena jata sa istom metaličnošću, tj. oko 10-12 milijadi godina (Morrison, Flynn, & Freeman 1990). Slični rezultati se dobijaju ako se kao selekcionni kriterijum za uzorak primeni sopstveno kretanje (Carney, Latham & Laird 1989). Zvezde u lokalnom debelom disku imaju drugačiji obrazac zastupljenosti elementa u odnosu na one u kinematički definisanom tankom disku. Ova činjenica ukazuje na različite tokove formiranja zvezda ove dve komponente, tanki disk ima vremenski značajno kraće formiranje zvezda. Dobro definisano razdvajanje populacija na bazi zastupljenosti hemijskih elemenata obećava mnogo u smislu identifikacije substrukture Mlečnog puta (Freeman & Bland-Hawthorn 2002).

Vrednosti kinematičkih karakteristika debelog diska su između vrednosti za tanki disk i halo: tipična zvezda lokalnog debelog diska je na orbiti sa većim ugaonim momentom, i kružnom brzinom koja je samo  $30 - 50 \text{ km s}^{-1}$  veća od brzine zvezda starog tankog diska. Disperzija brzina u vertikalnom pravcu je oko  $45 \text{ km s}^{-1}$ , što je više nego što može da se postigne putem zagrevanja tankog diska lokalnim gravitacionim perturbacijama kao što su džinovski molekularni oblaci i/ili prolazi kroz spiralne grane.

Dominantna starost zvezda u debelom disku,  $\sim 11$  milijadi godina, u kombinaciji sa velikim rasponom starosti zvezda u tankom disku, argument je protiv modela u kojima se debeli disk formira od tankog, putem zagrevanja tokom dugog vremena. Ako bi zagrevanje bilo izazvano stapanjem (merger, eng.), tada se poslednje značajnije stapanje sa tankim diskom desilo u davnoj prošlosti, na crvenom pomaku  $\sim 2$ , što odgovara periodu od  $\sim 11$  milijadi godina unazad. Ovo je neuobičajeno davno za  $\Lambda$ CDM modele, jer za dovoljno zagrevanje tankog diska, objekat sa kojim se spaja Mlečni put treba da ima masu samo 20% od mase diska, ne cele Galaksije. U svaki model stapanja za formiranje debelog diska, ulazi i doprinos stvaranju debelog diska putem zarobljavanja zvezda odbačenih iz objekta sa kojim se stapa Mlečni put. Zaista, u nekim modelima rasparčani delovi satelitskih galaksija nastali plimskim dejstvom, daju vrlo značajan doprinos debelom disku (Abedi et al. 2003). Kako god bilo, visina maksimuma raspodele metaličnosti zvezda debelog diska sugerise da su te zvezde formirane unutar vrlo duboke potencijalne jame, čime im je data velika starost.

Potvrde iz posmatranja na velikim crvenim pomacima su limitirane, ali u skorije vreme je bilo nekoliko detekcija formiranja zvezdanih diskova na  $z > 2$  koji izgledaju kinematički topli, tj. očekuje se da budu tanki diskovi (Genzel 2006). Izgleda da neke bliske galaksije takođe imaju stare debele diskove koji se ne razlikuju od debelog diska Mlečnog puta (Mould 2005).

Identifikovanje podsistema analognog debelom disku Mlečnog puta (ako postoji) u galaksiji M31 je veoma kompleksno, delom zbog nehomogenosti površinske gustine zvezda po celoj galaksiji, a delom zbog veoma disparatnih radijalnih brzina dobijenih spektroskopskim i fotometrijskim metodama. Postavlja se pitanje da li je sferoidna komponenta u M31 sa  $[\text{Fe}/\text{H}] \sim -0,6$  debeli disk (Wyse & Gilmore 1988), ili je više asocirana sa spoljašnjim diskom (Brown et al. 2006), i sadrži više zvezda u širokom opsegu starosti.

## Halo

Oblast unutar  $\sim 15$  kpc od galaktičkog centra, na velikoj skali strukture spoljašnjih regiona Mlečnog puta, za sada je najbolje određena. Dominantna populacija je stara i siromašna metalima, sa zvezdama koje se nalaze na orbitama sa malim ugaonim momentima. Profil globalne gustine (određen pomoću zvezda tipa RR Lyrae) pokazuje glatku opadajuću stepenu zavisnost od rastojanja (mereno u ravni Galaksije):  $\rho_{RRL} \propto \mathfrak{R}^{-3,1}$  do  $\sim 50$  kpc (Vivas & Zinn 2006). Zvezdana komponenta haloa, mapirana pomoću F i G zvezda glavnog niza i RR Lirae, nije sferna, ali može biti dosta dobro predstavljena obrtnim sferoidom, sa spljoštenošću koja na rastojanju Sunca iznosi  $c/a \sim 0,5$  (Wyse & Gilmore 1989), dobijajući sve sferniji oblik sa udaljavanjem od centra Galaksije, da bi na  $\mathfrak{R} \gtrsim 20$  kpc postala približno sferna (Vivas & Zinn 2006). Ukupna masa zvezdane komponente haloa je  $\sim 2 \times 10^9 \mathfrak{M}_{\odot}$  (Carney, Latham & Laird 1990).

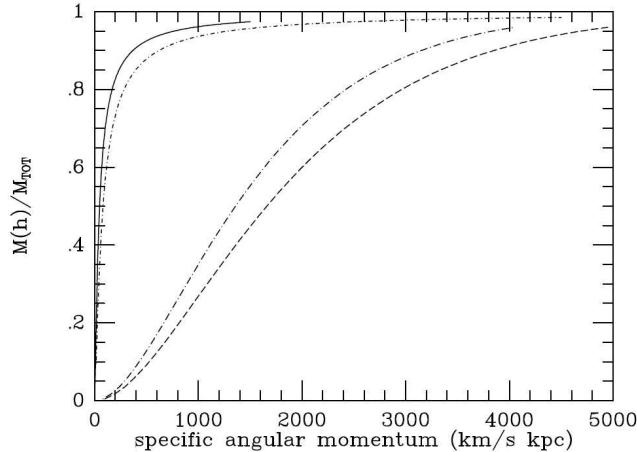
Obe raspodele, i raspodela starosi (Unavane, Wyse & Gilmore 1996) i zastupljenosti hemijskih elemenata (Venn et al. 2004) zvezda haloa se veoma razlikuju od onih u satelitiskim galaksijama Mlečnog puta. Akrecija zvezda iz satelitskih galaksija, u polje haloa Mlečnog puta je limitirana na manje od 10%. Retke zvezde haloa sa ekstremno velikim brzinama iz spoljašnjeg haloa imaju manje vrednosti  $[\alpha/\text{Fe}]$ , što je sličnije zvezdama u patuljastim sferoidnim galaksijama (dSph), ali opšti obrazac zastupljenosti im je različit (Fulbright 2002).

Odnos zastupljenosti lakših metala u zvezdanom halou pokazuje iznenađujuće malo rasipanje ka najnižim metaličnostima, definišući ravan plato – “plato tipa II” u  $[\alpha/\text{Fe}]$  raspodeli. Ova pojava ukazuje na to da su zvezde formirane u sistemima jedino kratkotrajnim formiranjem, čime je omogućeno obogaćivanje samo elementima dobijenim u eksplozijama supernovih tipa II od kratkovečnih roditeljskih zvezda. Vrednost “platoa tipa II” u raspodeli  $[\alpha/\text{Fe}]$  zavisi od funkcije početne mase masivnih zvezda.

Srednja metaličnost zvezdanog haloa je oko  $-1,5$  dex što je značajno manje nego u disku Mlečnog puta koji je bogat gasom. Ako bi se tokom formiranja zvezda fiksirala njihova početna masa, bez doticanja gasa, mogao bi da se očekuje sistem sa niskom fragmentacijom gasa, kao što je slučaj u zvezdanom halou, koji bi više hemijski evoluirao nego sistem sa višom fragmentacijom. Opisana situacija je, očigledno, u kontradikciji sa posmatranjima. Elegantno objašnjenje ove zagonetke dao je Hartwick (1976): gas *otiče* iz aktivnih regiona formiranja zvezda u protohalou. Uslovi koji moraju da budu ispunjeni tokom hemijske evolucije po modelu sa fiksiranom početnom masom zvezda, zahtevaju da stopa oticanja gasa mora da bude oko 10 puta veća od stope formiranja zvezda. Slikovito rečeno, ako bi moglo da se spreči oticanje gasa iz regiona formiranja zvezda haloa male mase, i umesto toga da taj gas utiče u centralni deo, formirao bi se centralni oval<sup>4</sup>; mali ugaoni moment materijala u halou znači da će on postići stanje ravnoteže sa centrifugalnom silom samo ako kolapsira na mnogo manji radijus. Odnos mase centralnog ovala i haloa je oko 10, baš koliko se i očekuje, a raspodela specifičnog

<sup>4</sup>Centralni oval, ukupne zvezdane mase  $\sim 10^{10} \mathfrak{M}_{\odot}$ , je četvrta komponenta Mlečnog puta na velikoj skali koju ovde ne opisujemo jer se njome nećemo baviti zbog toga što naš uzorak ne sadrži zvezde iz ove oblasti.

ugaonog momenta zvezdanog haloa i centralnog ovala su slične po obliku (Wyse & Gilmore 1992).



Slika 1.1: Raspedela specifičnog ugaonog momenta komponentata Mlečnog puta.

Na slici 1.1 preuzetoj iz članka (Wyse & Gilmore 1992) prikazane su raspodele specifičnog ugaonog momenta komponentata Mlečnog puta. Punom linijom je predstavljena raspodela centralnog ovala, kratkim crta-tačka linijama raspodela zvezdanog haloa, dugim crta-tačka linijama raspodela debelog diska i dugim isprekidanim raspodela tankog diska. Centralni oval i halo imaju slične raspodele, kao i debeli i tanki disk.

## 1.2 Zadatak i struktura teze

Jedan od najvažnijih zadataka zvezdane astronomije je određivanje zakona prostorne raspodele i kretanja zvezda. Uporedo sa tim ona ima veliku ulogu u rešavanju pitanja nastanka i razvoja kako velikih zvezdanih sistema – galaksija, tako i njihovih komponentata. Tačnije određivanje Sunčevog kretanja u odnosu na lokalni standard mirovanja, a time i tačnijih galaktocentričnih brzina zvezda iz okoline Sunca moglo bi doprineti jasnijem sagledavanju strukture Mlečnog puta i razdvajanju njegovih podsistema.

U ovom radu postavljeno je nekoliko zadataka:

- (i) izvršiti izbor kataloga i formirati kriterijume za izdvajanje reprezentativnog uzorka zvezda;
- (ii) izvršiti opštu analizu uzorka u cilju sagledavanja njegovih karakteristika;
- (iii) odrediti elemente Sunčevog kretanja i elemente Švarcšildove troosne elipsoidne raspodele brzina zvezda; podskupove formirati na osnovu (a) intenziteta prostornih brzina i (b) indeksa boje;
- (iv) odrediti galaktocentrično kretanje Sunca;
- (v) izračunati galaktocentrične putanje za sve zvezde iz uzorka;

- (vi) Ispitati mogućnost razdvajanja podsistema Mlečnog puta na velikoj skali: tanki disk, debeli disk, halo.

U Uvodu je dat opšti pregled problema zvezdane astronomije sa akcentom na dosadašnjim rezultatima u proučavanju i razdvajanju podsistema Mlečnog puta. U delu Teorijske osnove su dati glavni pojmovi i teorijske osnove na kojima se zasniva rad, a u sledećem delu, Katalog ARIHIP, detaljno je opisan izabrani katalog. Kriterijumi za selekciju uzorka i njegova detaljna analiza dati su u delu Uzorak. Zadaci (iii) i (iv) su rešavani i analizirani u delu Analiza prostornih brzina. Zadatak (v) je poslužio kao dodatni kriterijum za rešavanje zadatka (vi). U cilju rešavanja pojedinih zadataka napisani su programi - MATLAB skriptovi, od kojih je deo dat u dodatku D. U delu Zaključak i dalji rad su dati rezultati do kojih se došlo pri izradi ove teze i planovi za dalji rad. U dodacima se još može naći lista astrometrijskih misija, kratak opis korišćenih statističkih tehnika i sadržaj CD-a koji se nalazi u prilogu teze.



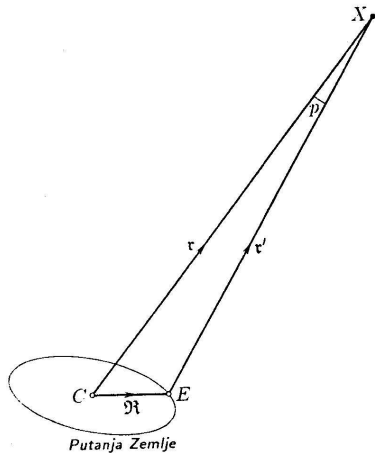
# Teorijske osnove

Kinematički fazni prostor zvezdane komponente galaksija obuhvata šest parametara: rektascenzija, deklinacija (dva parametra položaja), sopstveno kretanje po rektascenziji, sopstveno kretanje po deklinaciji, radijalna brzina (tri parametra brzine) i, kao šesti, udaljenost. Kinematičkim parametrima pridružen je i jedan fizički, indeks boje.

## 2.1 Posmatranja

### 2.1.1 Paralaksa

Zahvaljujući kretanju Zemlje oko Sunca, u mogućnosti smo da isti objekat posmatramo sa različitih tačaka njene putanje. Neka je  $X$  položaj nebeskog tela,  $C$  baricentar Sunčevog sistema,  $E$  centar Zemlje (sl. 2.1).



Slika 2.1: Paralaksa.

Označimo baricentrični vektor položaja nebeskog tela sa  $\vec{r}$  i Zemlje sa  $\vec{R}$ , geocentrični vektor položaja nebeskog tela sa  $\vec{r}'$ , a sa  $p$  ugao između vektora položaja  $\vec{r}$  i  $\vec{r}'$ . Primena sinusnog obrasca na trougao  $CEX$  daje

$$\sin p = \frac{R}{r} \sin E.$$

Vrednost  $p_{\max} = \pi$  naziva se godišnja paralaksa (ili prosto: paralaksa) zvezde, ili bilo kog nebeskog objekta. Dakle

$$\sin \pi = \frac{1}{r/R}.$$

Kako su paralakse zvezda veoma mali uglovi, može se sa velikom tačnošću koristiti aproksimacija

$$\sin \pi \approx \pi^{\text{rad}} = \pi'' \sin 1''.$$

Tako je

$$\pi'' = \frac{1}{r/d}, \quad d = \frac{R}{\sin 1''} [R].$$

Kao što se iz ove jednačine vidi, što je veća udaljenost to je manja paralaksa, a daljini  $r = d$  odgovara paralaksa od jedne lučne sekunde. U zvezdanoj astronomiji, vrednost  $d$  je jedinica za daljinu i naziva se parsek (pc). Kako je  $R = 1$  AU (AU–astronomical unit, eng.), to je

$$\begin{aligned} 1\text{pc} &= 206\,265 \text{ AU} \\ &= 3,2616 \text{ svetlosnih godina} \\ &= 3,0857 \times 10^{13} \text{ km.} \end{aligned}$$

Dakle

$$r[\text{pc}] = \frac{1}{\pi''}, \quad \text{ili} \quad r[\text{AU}] = \frac{1}{\pi^{\text{rad}}}.$$

Astronomska jedinica se može, u zavisnosti od potrebe, izraziti na različite načine:

$$\begin{aligned} 1\text{AU} &= 499,004\,782 \text{ s} \times c \\ &= 1,495\,978\,706\,91 \times 10^{11} \text{ m} \\ &= 1\,000 \text{ mas pc} \\ &= 4,740\,470\,446 \text{ km godina s}^{-1} \\ &= 9'',777\,922\,181 \times 10^8 \text{ mas km godina s}^{-1}. \end{aligned}$$

Brzina svetlosti  $c$  iznosi tačno<sup>1</sup>  $299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$ . Radi jednostavnijeg zapisivanja, oznakom mas (milliarcsecond, eng.) je označena lučna milisekunda ( $1 \text{ mas} = 0'',001$ ).

Za galaktičke razmere pogodnija jedinica je kiloparsek ( $1 \text{ kpc} = 10^3 \text{ pc}$ ), a za međugalaktičke megaparsek ( $1 \text{ Mpc} = 10^6 \text{ pc}$ ). U astronomskoj praksi paralaksa dobijena na opisani način je sinonim za udaljenost i zove se trigonometrijska paralaksa za razliku od spektroskopske/fotometrijske paralakse koja se dobija iz posmatranja sjaja zvezde. Važno je napomenuti da je trigonometrijska paralaksa jedina direktna metoda za merenje udaljenosti zvezda - sve ostale metode su posredne. Zbog velike udaljenosti zvezda, sve posmatrane paralakse su mali uglovi. Moderna satelitska astrometrija omogućava merenja paralakse za zvezde udaljene i do 300 pc. Astrometrijski satelit HIPPARCOS koji je vršio merenja od novembra 1989. do marta 1993. godine je bio u stanju da zabeleži paralakse zvezda sa do tada nedostignutom tačnošću. To su mu omogućili povoljni uslovi: prvo, van Zemljine atmosfere nema refrakcije, i drugo, teleskop se nalazi u bestežinskom stanju čime je eliminisana fleksija instrumenta. HIPPARCOS je uspeo da izmeri paralakse za oko 120 000 zvezda sa greškama (standardnim devijacijama) koje se najčešće kreću oko 5 mas. Paralakse su određene za sve HIPPARCOS-ove zvezde sjajnije od 8 magnituda, dok su za slabije, do 12 magnituda, određene samo za mali broj (Perryman et al. 1997).

Najveća izmerena paralaksa je  $0'',75$  za zvezdu  $\alpha$  Centauri koja odgovara udaljenosti od 1,3 pc. Sledeća je  $0'',55$  za Barnardovu zvezdu koja se nalazi na uda-

<sup>1</sup>Vrednost brzine svetlosti u vakuumu preuzeta je iz: The International System of Units (SI), 8. izd, 2006, Bureau International des Poids et Mesures, tabela 7, str. 126. Ova publikacija se može naći na URL: [http://www.bipm.org/en/si/si\\_brochure](http://www.bipm.org/en/si/si_brochure).

ljenosti od 1,8 pc. Tipična greška HIPPARCOS-ovih paralaksi za zvezde sa prividnom veličinom  $H_p < 9^m$  (HIPPARCOS-ov fotometrijski sistem) je oko 1 mas, tako da je greška za zvezdu udaljenu 200 pc ( $\pi = 5$  mas) oko 20%, dok je greška u određivanju sjaja zvezde 40%. Ograničavajući faktor trigonometrijske paralakse je da ona može da se odredi sa zadovoljavajućom tačnošću samo za mali broj bliskih zvezda, a kako je to jedina direktna metoda za određivanje udaljenosti, ona služi kao osnovna skala za merenje čitave vasionne.

### 2.1.2 Sopstveno kretanje

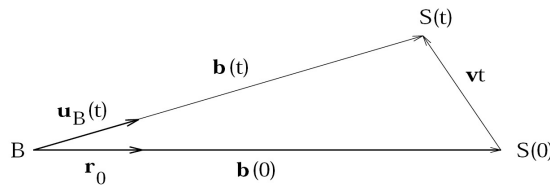
Osnovni koordinatni sistem koji se koristi u astronomiji je nebeski ekvatorski koordinatni sistema  $(\alpha, \delta)$  - inercijalni sistem najviše moguće tačnosti. U tom smislu sistem mora prevashodno da zadovolji dva uslova: prvi, da koordinatne ose koje ga definišu ne rotiraju u odnosu na vasionu kao celinu, drugi, da koordinatni početak sistema nema ubrzanje u odnosu na vasionu kao celinu. Imajući ovo u vidu, ispostavlja se da zvezde menjaju položaj na nebeskoj sferi tokom vremena - imaju sopstveno kretanje. Posledica sopstvenog kretanja su promene u koordinatama zvezde. Veoma mali broj zvezda ima sopstveno kretanje čiji iznos prelazi jednu lučnu sekundu godišnje. Sopstveno kretanje zvezde zavisi od njenog kretanja u odnosu na centar nebeske sfere i udaljenosti. Uopšteno, udaljene zvezde imaju vrlo malo sopstveno kretanje.

Sopstvena kretanja se dobijaju upoređivanjem nezavisnih posmatranja razdvojenih dugim vremenskim intervalima svedenih na standardni srednji ekvator i ekvinokcij. Dovoljno dug vremenski interval dozvoljava da pomeranje zvezde bude merljivo u odnosu na uporišne zvezde. Komponente godišnjeg sopstvenog kretanja u rektascenziji i deklinaciji se tada dobijaju sa visokom tačnošću. Ako se umesto uporišnih zvezda koriste objekti koji su na tako velikim rastojanjima da njihova sopstvena kretanja mogu biti zanemarena, tačnost se još više povećava. Ovakve uslove obezbeđuje referentni sistem ICRS (IAU 1999).

Vektor sopstvenog kretanja  $\vec{\mu} = (\mu_\alpha, \mu_\delta)$  nebeskog objekta koji se nalazi van Sunčevog sistema se definiše kao promena pravca  $\mathbf{u}_B$  (sl. 2.2) u odnosu na bari-centar Sunčevog sistema:

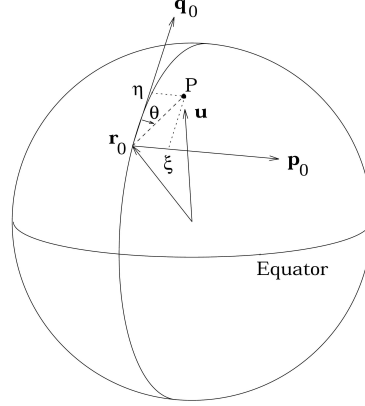
$$\vec{\mu} = \frac{d\mathbf{u}_B}{dt_B},$$

gde je  $t_B$  baricentrično koordinirano vreme (TCB) pristizanja svetlosti u bari-centar (IAU 2002). Baricentrični vektor položaja u standardnom mod-



**Slika 2.2:** Definicija baricentričnog pravca  $\mathbf{u}_B(t)$  ka zvezdi koja se kreće konstantnom brzinom  $v$  relativno u odnosu na bari-centar Sunčevog sistema  $B$ .  $S(0)$  i  $S(t)$  su položaji zvezde u trenutku  $0$  i  $t$ .

elu je dat formulom:  $\mathbf{b}(t) = \mathbf{b}(0) + \mathbf{v}t$ , gde je  $\mathbf{b}(0) = \mathbf{r}_0 (1 \text{ AU}/\pi_0)$  bari-centrični položaj za epohu kataloga, a  $\mathbf{v}$  konstantna prostorna brzina. Indeks nula označava veličine vezane za određeni katalog, tj. za određenu epohu.



Slika 2.3: Lokalni pravougli koordinatni sistem.

Slika 2.3 prikazuje definiciju lokalnog koordinatnog sistema čija je osnovna ravan tangenta nebeske sfere u tački prodora jediničnog vektora  $\mathbf{r}_0$ . Jedinični vektori  $\mathbf{p}_0$  i  $\mathbf{q}_0$  su međusobno ortogonalni i leže u tangentnoj ravni sa počecima u vrhu  $\mathbf{r}_0$ . Orijetisani su u pravcu porasta rektascencije ( $\alpha$ ) i deklinacije ( $\delta$ ), respektivno.

Vektor sopstvenog kretanja zvezde  $\vec{\mu}_0$  za epohu  $T_0$  izražen preko zbira komponenta sopstvenog kretanja u ekvatorskom nebeskom koordinatnom sistemu je:

$$\vec{\mu}_0 = \mathbf{p}_0 \mu_{\alpha_0} + \mathbf{q}_0 \mu_{\delta_0}.$$

### 2.1.3 Radijalna brzina

Kada se izvor zračenja kreće ka posmatraču ili od njega, posmatrane frekvencije fotona će se razlikovati od emitovanih. Ako je  $v_r$  radijalna brzina izvora koji emituje fotone frekvencije  $\nu_0$ , tada će detektovani fotoni imati frekvenciju:

$$\nu = (1 - \beta) \gamma \nu_0, \quad \text{gde je } \begin{cases} \beta \equiv \frac{v_r}{c}, \\ \gamma \equiv (1 - \beta^2)^{-1/2}. \end{cases}$$

Sa  $c$  je označena brzina svetlosti. Za nerelativističke brzine izvora može se izvršiti aproksimacija  $\gamma = 1$ , pa je razlika frekvencija (pomak) jednaka:

$$\Delta\nu \equiv \nu - \nu_0 = -\beta \nu_0.$$

Frekvencija i talasna dužina su povezane relacijom  $\lambda = \frac{c}{\nu}$ , te je  $\Delta\lambda/\lambda_0 = -\Delta\nu/\nu_0$ , i sa  $r = 1$  važi

$$\Delta\lambda = \left(\frac{v_r}{c}\right) \lambda_0,$$

dakle

$$v_r = cz, \quad z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}.$$

Za izvore koji se udaljavaju od posmatrača  $v_r = dr/dt > 0$  je  $\Delta\lambda > 0$ ; veličina  $z > 0$  se naziva crvenim pomakom. Za izvore koji se približavaju posmatraču,  $\Delta\lambda$  je negativna veličina i posmatrane talasne dužine su pomerene ka plavom delu spektra (plavi pomak).

U spektima zvezda identifikuju se apsorpcione (i emisione) linije različitih hemijskih elemenata u različitim stanjima ekscitacije ili jonizacije. Sa poznatom laboratorijskom vrednošću  $\lambda_0$  izabrane linije i izabranom vrednošću  $\lambda$  te linije u spektru zvezde, odredi se vrednost  $z$  dakle i radijalna brzina zvezde (greške merenja obično se kreću oko  $\pm 1 \text{ km s}^{-1} \simeq 3 \times 10^{-6} c$ ). Posle korekcije izmerene  $v_r$  za uticaj kretanja topocentra u odnosu na Sunce (usled rotacije Zemlje, kretanja oko baricentra Zemlja-Mesec i kretanja oko Sunca), dobija se heliocentrična radijalna brzina zvezde (u zvezdanoj astronomiji to je posmatrana radijalna brzina).

Ovakva, ili slična definicija radijalne brzine može se naći u mnogim udžbenicima (Binney & Merrifield 1998). Međutim, moderna spektrometrija radijalnih brzina i razvoj matematičkih i kompjuterskih algoritama omogućavaju merenja apsolutnog pomaka (crveni/plavi) manjeg od  $100 \text{ m s}^{-1}$ . Gullberg & Lindegren (2002) su, na primer, odredili radijalne brzine za oko 40 zvezda sa srednjom internom greškom od  $27 \text{ m s}^{-1}$ , i eksternom od  $120 \text{ m s}^{-1}$  (eksterna je većinom posledica grešaka u referentnoj skali talasnih dužina). Na nivou ove tačnosti, interpretacija posmatranih spektralnih pomaka u smislu radijalnih brzina, nije trivijalna zbog mnogih faktora, a naročito zbog konfuzije oko klasičnog (nerelativističkog) koncepta radijalne brzine. Na primer, da li se kao vremenska koordinata koristi vreme emitovanja zračenja sa objekta, ili vreme detekcije, tj. vreme posmatrača. Relativistički efekti na brzinu i spektroskopska merenja vršena unutar gravitacionog polja unose komplikaciju time što spektralne linije trpe dodatni pomak. Zbog toga se javila potreba preispitivanja fundamentalnog koncepta radijalne brzine merene spektroskopskim ili astrometrijskim tehnikama. Na nivou ovakve tačnosti,  $\sim 10 \text{ m s}^{-1}$ , neophodno je striktno razdvojiti čisto geometrijski koncept sa jedne strane, i spektroskopski sa druge. Autori Lindegren & Dravins (2003) su predložili da se kinematička radijalna brzina (ona koja se najčešće spominje kao brzina duž vizure) i astrometrijska (ona koja se dobija iz astrometrijskih posmatranja na osnovu promene položaja izvora) smatraju geometrijskim radijalnim brzinama. Kinematička i astrometrijska radijalna brzina zavise od izabranog koordinatnog sistema i vremenske skale i povezane su jednostavnim transformacijama koordinata. Sa druge strane, posmatrački podaci koji slede iz preciznih spektroskopskih merenja mogu se smatrati direktno merenim veličinama i ne zavise od koordinatnog sistema. Ako se ne uračunavaju relativistički efekti (prvi red aproksimacije), tada je spektroskopska radijalna brzina jednaka kinematičkoj. Međutim, pošto spektroskopska radijalna brzina nije fizička veličina, ne može biti jednostavno transformisana u kinematičku ili astrometrijsku. Za to su potrebni dodatni podaci i pretpostavke za modelovanje procesa formiranja zračenja, emitovanja, i procesa prenosa zračenja do posmatrača.

Prepoznajući ove teškoće, Međunarodna astronomska unija je na XXIV gen-

eralnoj SKUPŠTINA (ISPRAVI SVUDA) 2000. godine u Mančesteru (IAU 2002) usvojila Rezoluciju C1 kojom se definišu astrometrijska (geometrijski koncept) i baricentrična (spektroskopski koncept) radijalna brzina (Rickman 2002). Astrometrijska radijalna brzina je definisana formulom  $v_r = dr/dt_B$  gde je  $r$  intenzitet baricentričnog vektora položaja (udaljenost) objekta, a  $t_B$  baricentrično koordinirano vreme (TCB) pristizanja zračenja u baricentar Sunčevog sistema. Baricentrični nebeski referentni sistem (Barycentric Celestial Reference System, eng.) uključujući TCB definisani su rezolucijama B1.3 i B1.5 na istoj skupštini. Spektroskopski dobijene radijalne brzine visoke tačnosti daju se kao baricentrične radijalne brzine  $cz_B$ , gde je  $c$  brzina svetlosti jednaka  $299\,792\,458\text{ m s}^{-1}$ , a  $z_B = (\lambda - \lambda_0)/\lambda_0$ ,  $\lambda_0$  je talasna dužina u referentnom sistemu koji miruje,  $\lambda$  je talasna dužina koju hipotetični posmatrač detektuje pri nultom gravitacionom potencijalu u baricentru Sunčevog sistema. Za epohu posmatranja koristi se TCB trenutak pristizanja zračenja u baricentar Sunčevog sistema. Baricentar Sunčevog sistema je definisan Rezolucijom A4 na XXI generalnoj skupštini 1991. u Buenos Ajresu (IAU 1992) i Rezolucijom B6 na XXIII generalnoj skupštini 1997. godine u Kjotu (IAU 1999).

### 2.1.4 Indeks boje

Astronomska fotometrija je doživela preokret sa razvojem fotometara na principu fotoelektričnog efekta. Ovi instrumenti imaju striktno linearnu osetljivost, veliki dinamički opseg i imaju  $\sim 10$  puta bolju preciznost od fotografskih ploča. Ove osobine omogućavaju merenje prividnih zvezdanih veličina sa greškom od  $\pm 0^m, 01$ , a razliku prividnih veličina je moguće dobiti sa greškom  $\pm 0^m, 002$ . Sledeći veliki pomak u fotometriji je napravljen 80-tih godina XX veka kada su u upotrebu ušli CCD<sup>2</sup> detektori. Kao i fotoelektrični detektori, imaju linearnu osetljivost, ali za razliku od njih CCD detektori stvaraju sliku objekata.

Standardni fotometrijski sistem je baziran na UBV (Ultraviolet-Blue-Visual, eng.) sistemu koji su dali Johnson & Morgan (1953). Kasnije je ovaj sistem proširen u infracrvenom delu spektra do oko 5000 nm. U praksi,  $U, B, V$  vrednosti mogu da dostignu tačnost od  $\sim 0^m, 01$  dobrim izborom kombinacija filtera. Međutim, posmatranja su moguća i sa filterima koji ne odgovaraju u potpunosti standardnom fotometrijskom sistemu. Ako su  $U', B', V'$  itd. tako posmatrane prividne veličine zvezda, a one posmatrane u UBV sistemu  $U, B, V$  itd., tada se transformacija u standardni fotometrijski sistem izvodi formulom:

$$V = \alpha_V V' + \beta_V (B' - V') + \gamma_V.$$

Konstante  $\alpha_V, \beta_V$  i  $\gamma_V$  su odabrane tako da se dobijeni rezultat najbolje slaže sa standardnim sistemom UBV (formule za transformacije su date u Leggett 1992). Zbog potrebe proširenja opsega talasnih dužina razvijeni su i drugi fotometrijski sistemi, na primer: HIPPARCOS ( $H_p$ ), TYCHO ( $V_T$ ), Thuan-Gunn, HST (Hubble Space Telescop), SDSS i tako dalje. Nulta tačka skale svakog od ovih sistema je odabrana tako da za zvezdu Vega<sup>3</sup> važi  $U = B = V = H_p = H_p = V_T = \dots = 0$ . Na primer,

<sup>2</sup>Charge Coupled Device, eng.

<sup>3</sup>Prividna vličina zvezde Vega je zapravo  $V = +0, 04$ .

za Sunce prividna vizuelna veličina  $V$  je  $-26^m,74$ , za Sirijus – prividno najsjajniju zvezdu na nebu  $V = -1^m,45$ , a prividna vizuelna veličina najslabije izmerene zvezde iznosi  $V \approx 27^m$ . Ukupan opseg izmerenih prividnih vizuelnih veličina ( $V$ ) od Sunca do najslabije zvezde je oko 54 magnitude, ili, izražen kao odnos prividnog sjaja, oko  $3 \times 10^{21}$ !

Ako se napravi razlika prividnih veličina zvezda snimljenih u jednom fotometrijskom sistemu sa dva različita filtra, tj. u dve različite talasne dužine, dobija se veličina *indeks boje* (color index, eng.) koja se označava sa CI:

$$(CI)_{XY} \equiv m_X - m_Y = \text{const.} - 2,5 \log \frac{\int_0^\infty S_\lambda(X) f_\lambda d\lambda}{\int_0^\infty S_\lambda(Y) f_\lambda d\lambda}. \quad (2.1.1)$$

Veličina  $S_\lambda$  predstavlja kombinaciju osetljivosti teleskopa, filtera i prijemnika. Ova veličina je obično normalizovana na maksimum i u literaturi su date vrednosti za fotometrijske sisteme (Lamla 1982). Indeks boje se obično zapisuje pomoću oznaka za filtere, tako, ako je X filter za plavi ( $B$ ) opseg talasnih dužina, a Y za vidljivi ( $V$ ), indeks boje je ( $B-V$ ) za standardni UBV fotometrijski sistem. Iz definicije indeksa boje (2.1.1) se vidi da je to zapravo odnos između sjaja zvezde u blizini efektivnih talasnih dužina filtera. Ova veličina zavisi samo od odnosa sjaja, a ne i od udaljenosti zvezde čime se eliminiše uticaj greške određivanja udaljenosti.

Raspodela energije koju emituje zvezda je određena sa nekoliko osnovnih fizičkih parametara, kao što su efektivna temperatura zvezde, površinska gravitacija i hemijski sastav. Ove parametre moguće je odrediti merenjem indeksa boje; relaciju indeks boje – efektivna temperatura  $T_{\text{eff}} = T_{\text{eff}}\{(B-V)_0, [\text{Fe}/\text{H}], \log g\}$  daju Sekiguchi & Fukugita (2000). Sa druge strane, kako ultraljubičasti ( $U$ ) spektar zvezde sadrži veliki broj apsorpcionih linija čija jačina odražava zastupljenost težih elemenata u njenoj atmosferi, dok ih u  $B$  opsegu ima jako malo, indeks boje ( $U-B$ ) daje informaciju o hemijskom sastavu. Nažalost, postoji još jedan fizički parametar koji značajno utiče na posmatrani ( $U-B$ ) indeks boje. To je oštar pad u intenzitetu kontinuuma kod nekih toplih zvezda na talasnoj dužini manjoj od 370 nm; ovaj pad (Balmerov skok) nastaje kao posledica velike apsorpcije u kontinuumu od strane elektrona na drugom energetskom nivou atoma vodonika. Pošto talasna dužina od 370 nm leži tačno u sredini  $U$  opsega, ( $U-B$ ) je osetljiv na intenzitet Balmerovog skoka, kao i na hemijski sastav. Efekti međuzvezdane ekstinkcije (rasipanje + apsorpcija) na indeks boje nisu uključeni u ovo razmatranje (za detalje vidi Binney & Merrifield 1998).

Fotometrijska merenja koja su izvršena pomoću satelitskih misija HIPPARCOS<sup>4</sup> i TYCHO<sup>5</sup> dala su najbolju kolekciju fotometrijskih posmatranja sa do tada nezabeleženom uniformno raspoređenom standardnom greškom. U trenutku publikovanja kataloga 1997. godine broj zvezda u njemu je prevazišao broj zvezda izmerenih u najrasprostranjenijem fotometrijskom sistemu UBV u prethodnih 45 godina (oko 100 000). Sve tri fotometrijske veličine,  $H_p$ ,  $B_T$  i  $V_T$  oslobođene su sistematskih grešaka u funkciji od rektascenzije i deklinacije.

<sup>4</sup>  $H_p$  prividna veličina merena u širokom opsegu talasnih dužina od 330 do 900 nm sa maksimalnom osetljivošću na 450 nm.

<sup>5</sup>  $B_T$  i  $V_T$  prividne veličine merene u uskim opsezima talasnih dužina, plavom i vidljivom, sa maksimalnom osetljivošću na talasnim dužinama od 435 nm i 505 nm, respektivno.

**Tabela 2.1:** Transformacije iz TYCHO fotometrijskog sistema u standardni UBV. Date tačke mogu biti korišćene u linearnoj interpolaciji za dobijanje tačnosti bolje od  $0^m,005$ .

$(B - V)_T$	$\leq -2,0$	0,1	0,5	1,4	$\geq 1,8$	
$V - V_T + 0,090(B - V)_T$	0,14	0,000	-0,005	-0,005	-0,015	
$(B - V) - 0,85(B - V)_T$	-0,006	0,000	0,046	-0,008	-0,032	
$G$ faktor	0,85	0,87	0,97	0,79	0,79	0,85

Transformacione funkcije za prelaz iz fotometrijskih veličina  $B_T$  i  $V_T$  iz TYCHO kataloga u standardni UBV sistem su dobijene na osnovu 8 000 standardnih zvezda. Ispostavlja se da je linearna transformacija za opseg  $-0^m,2 < (B - V)_T < 1^m,8$  zadovoljavajuća:

$$\begin{aligned} V &= V_T - 0,090(B - V)_T \\ (B - V) &= 0,850(B - V)_T, \end{aligned}$$

dajući greške ispod  $0^m,015$  za  $V$  i ispod  $0^m,05$  za  $(B - V)$ . Ove transformacije se mogu primeniti na zvezde koje nisu pretrpele pocrvenjenje, ne uzimajući u obzir varijacije u klasama luminoznosti. Ne mogu se primeniti na zvezde spektralne klase M, osim za  $(B - V)_T < 1^m,8$ . Transformacije koje daju manju grešku, mogu se dobiti linearnom interpolacijom vrednosti datih u tabeli 2.1, gde faktor  $G$  predstavlja lokalni koeficijent pravca krive  $(B - V)_T = f[(B - V)]$  dobijene splajn-interpolacijom. Vrednosti date na krajevima intervala korišćene su za ekstrapolaciju. Izračunavanje indeksa boje  $(B - V)$  publikovanih u TYCHO katalogu izvršeno je pomoću tih relacija.

Fotometrijski sistem  $H_p$ ,  $B_T$  i  $V_T$  je konstruisan tako da veza sa standardnim normalizovanim UBV sistemom zadovoljava sledeće uslove:

$$\begin{aligned} H_p &\equiv 0 \quad \text{za} \quad V = 0 \quad \text{i} \quad (B - V) = 0 \\ V_T &\equiv 0 \quad \text{za} \quad V = 0 \quad \text{i} \quad (B - V) = 0 \\ B_T &\equiv 0 \quad \text{za} \quad B = 0 \quad \text{i} \quad (B - V) = 0. \end{aligned}$$

Sveobuhvatan pregled fotometrijskih posmatranja satelitskih misija HIPPARCOS i TYCHO sa akcentom na obradi posmatranja i kvantitativnim i kvalitativnim rezultatima može se naći u članku koji je napisao Leeuwen (1997).

## 2.2 Prostorna brzina zvezda

Prostornom brzinom se naziva dvodimenzionalni vektor  $\mathbf{v}$  čije su komponente: brzina duž vizure  $v_r$ , ili radijalna brzina, i komponenta normalna na vizuru  $v_t$ , ili tangencijalna brzina. Tangencijalna brzina nije neposredno merena veličina već se dobija iz sopstvenog kretanja ( $\mu$ ):

$$v_t = r \tan \mu \approx r \mu,$$

gde je  $\mu = [(\mu_\alpha \cos \delta)^2 + \mu_\delta^2]^{1/2}$  (detaljnije u sledećem paragrafu). Intenzitet prostorne brzine zvezde se dobija izračunavanjem norme vektora prostorne brzine:

$$v = \|\mathbf{v}\| = \sqrt{v_r^2 + v_t^2}.$$



Prostorne brzine se mogu izračunati samo za one zvezde za koje postoje izmerene radijalna brzina, udaljenost (paralaksa) i sopstveno kretanje.

### 2.2.1 Transformacija koordinata

Prilikom proučavanja kinematike zvezda u okolini Sunca, javlja se potreba za izračunavanjem komponenta prostornih brzina (u literaturi je uobičajeno da se koriste oznake  $U, V, W$ ) u galaktičkom koordinatnom sistemu. Takođe je potrebno izračunati i greške komponenta koje su posledica grešaka posmatračkih podataka. Za predstavljanje komponenta prostorne brzine  $U, V, W$  koristi se desno orijentisani pravougli koordinatni sistem, što znači da su komponente pozitivne u pravcu centra Galaksije (apscisa), rotacije Galaksije (ordinata) i severnog pola Galaksije (aplikata), respektivno. Korišćenje desno orijentisanog koordinatnog sistema omogućava upotrebu iste matrice za transformaciju i položaja i prostorne brzine zvezda. Neki autori koriste levo orijentisani koordinatni sistem za  $U, V, W$  u kome je komponenta  $U$  pozitivna u pravcu anticentra Galaksije. Da bi se procedura za izračunavanje galaktičke prostorne brzine primenila u levo orijentisanom koordinatnom sistemu potrebno je izvršiti odgovarajuće prilagođavanje.

Važeći galaktički koordinatni sistem je definisan položajem severnog galaktičkog pola u nebeskom ekvatorskom koordinatnom sistemu ( $\alpha_G, \delta_G$ ) za ekvinokcijum B1950,0 i položajnim uglom ( $\theta_0$ ) kojim se zadaje nulta tačka galaktičke longitude (Blaauw et al. 1960). Ugao  $\theta_0$  je položajni ugao severnog nebeskog pola meren relativno u odnosu na veliki polukrug koji prolazi kroz severni galaktički pol i nultu tačku galaktičke longitude. Vrednosti ovih veličina su:

$$\begin{aligned}\alpha_G &\equiv 12^{\text{h}} 49^{\text{m}}, \\ \delta_G &\equiv 27.^{\circ}4, \\ \theta_0 &\equiv 123.^{\circ}.\end{aligned}$$

Koordinatne ose ovako definisanog galaktičkog koordinatnog sistema odgovaraju raspodeli materije u Galaksiji koja je određena u odnosu na referentni sistem koji je tada bio u upotrebi. Ako bismo zamislili da su ose definisane određenim objektima koji se nalaze u pravcima tih osa, tada bi za prelazak na novi referentni sistem, J2000,0, morala da se izvrši korekcija pravaca svake ose za uticaj aberacije, kao i odgovarajuća rotacija. Kao rezultat ovih korekcija dobija se koordinatni sistem koji nije ortogonalan, što je potpuno neprihvatljivo. Zbog toga je Murray (1989) predložio očuvanje definicije galaktičkog koordinatnog sistema reprezentovanog u fundamentalnom katalogu FK4, što je opšte prihvaćeno od strane astronomske zajednice. U tom cilju dao je proceduru za transformaciju koordinata između sistema B1950,0 i J2000,0, i glavne pravce osa galaktičkog koordinatnog sistema za J2000,0. Za položaj severnog galaktičkog pola i položajni ugao dobio je:

$$\begin{aligned}\alpha_G &\equiv 12^{\text{h}} 51^{\text{m}} 26.^{\text{s}} 2755, \\ \delta_G &\equiv 27^{\circ} 7' 41.'' 704, \\ \theta_0 &\equiv 122.^{\circ} 93192.\end{aligned}\tag{2.2.1}$$

Korišćenjem sinusnog, kosinusnog i sinusno-kosinusnog obrasca sferne trigonometrije, dobijaju se jednačine za transformaciju koordinata iz nebeskog ekva-

torskog u galaktički koordinatni sistem (Grin 1998):

$$\begin{aligned}
\cos l \cos b &= -(\sin \theta_0 \sin \alpha_G + \cos \theta_0 \cos \alpha_G \sin \delta_G) \cos \alpha \cos \delta + \\
&\quad + (\sin \theta_0 \cos \alpha_G - \cos \theta_0 \sin \alpha_G \sin \delta_G) \sin \alpha \cos \delta + \\
&\quad + (\cos \theta_0 \cos \delta_G) \sin \delta, \\
\sin l \cos b &= +(\cos \theta_0 \sin \alpha_G - \sin \theta_0 \cos \alpha_G \sin \delta_G) \cos \alpha \cos \delta - \\
&\quad - (\cos \theta_0 \cos \alpha_G - \sin \theta_0 \sin \alpha_G \sin \delta_G) \sin \alpha \cos \delta + \\
&\quad + (\sin \theta_0 \cos \delta_G) \sin \delta, \\
\sin b &= +(\cos \alpha_G \cos \delta_G) \cos \alpha \cos \delta + \\
&\quad + (\sin \alpha_G \cos \delta_G) \sin \alpha \cos \delta + \\
&\quad + (\sin \delta_G) \sin \delta.
\end{aligned}$$

Uvodeći oznake:

$$\begin{aligned}
r_{11} &= \sin \theta_0 \sin \alpha_G + \cos \theta_0 \cos \alpha_G \sin \delta_G \\
r_{12} &= \sin \theta_0 \cos \alpha_G - \cos \theta_0 \sin \alpha_G \sin \delta_G \\
r_{13} &= \cos \theta_0 \cos \delta_G \\
r_{21} &= \cos \theta_0 \sin \alpha_G - \sin \theta_0 \cos \alpha_G \sin \delta_G \\
r_{22} &= \cos \theta_0 \cos \alpha_G - \sin \theta_0 \sin \alpha_G \sin \delta_G \\
r_{23} &= \sin \theta_0 \cos \delta_G \\
r_{31} &= \cos \alpha_G \cos \delta_G \\
r_{32} &= \sin \alpha_G \cos \delta_G \\
r_{33} &= \sin \delta_G
\end{aligned}$$

dobija se matrica za transformaciju koordinata:

$$\mathbf{R}_G = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}.$$

Zamenom vrednosti za  $\alpha_G, \delta_G, \theta_0$  (2.2.1), dobijaju se numeričke vrednosti elemenata matrice  $\mathbf{R}_G$ :

$$\mathbf{R}_G = \begin{bmatrix} -0,0548755604 & -0,8734370902 & -0,4838350155 \\ +0,4941094279 & -0,4448296300 & +0,7469822445 \\ -0,8676661490 & -0,1980763734 & +0,4559837762 \end{bmatrix}.$$

Elementi matrice  $\mathbf{R}_G$  mogu da se računaju sa proizvoljnim brojem decimala s obzirom na to da se vrednosti  $\alpha_G, \delta_G, \theta_0$  smatraju tačnim.

Jednačina za transformaciju koordinata iz nebeskog ekvatorskog u galaktički koordinatni sistem postaje:

$$\begin{bmatrix} \cos l \cos b \\ \sin l \cos b \\ \sin b \end{bmatrix} = \mathbf{R}_G \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \delta \\ \sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta \end{bmatrix},$$

ili, u konciznijem obliku:

$$\vec{s}_G = \mathbf{R}_G \vec{s}, \quad (2.2.2)$$

gde je  $\vec{s} = (\cos \alpha \cos \delta, \sin \alpha \cos \delta, \sin \delta)^T$ , a  $\vec{s}_G = (\cos l \cos b, \sin l \cos b, \sin b)^T$ .

Posmatrački podaci o kretanju zvezda daju radijalne brzine ( $v_r$ ) i sopstvena kretanja ( $\mu_\alpha, \mu_\delta$ ) zvezda u odnosu na baricentar Sunčevog sistema (vidi odeljke 2.1.3 i 2.1.2). Prostorne brzine zvezda je pogodnije definisati u Dekartovom pravouglom koordinatnom sistemu, koji ćemo označiti sa  $S_\odot$ , pomoću komponenta  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  izraženih u  $\text{km s}^{-1}$  i orijentisanih u odnosu na nebeski ekvatorski koordinatni sistem,  $S_e$ . Pozitivni pravci osa koordinatnog sistema položaja zvezda orijentisani su na sledeći način:

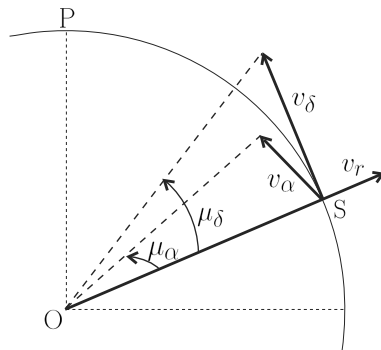
- $x$ -osa je usmerena ka tački  $\alpha = 0^\circ, \delta = 0^\circ$ ,
- $y$ -osa je usmerena ka tački  $\alpha = 90^\circ, \delta = 0^\circ$ ,
- $z$ -osa je usmerena ka severnom nebeskom polu.

Uz prostor položaja paralelno se posmatra i prostor brzina zvezda u sistemu  $S_\odot$ , čije su koordinatne ose  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$  orijentisane na isti način kao u koordinatnom sistemu položaja zvezda.

Takođe, mogu da se konstruišu analogni pravougli koordinatni sistemi, bazirani na galaktičkoj ravni, tj. galaktičkom koordinatnom sistemu, u kojima su koordinatne ose usmerene ka centru Galaksije ( $l = 0^\circ, b = 0^\circ$ ),  $u$ -osa, tj.  $\dot{u}$  osa, zatim,  $v$ , tj.  $\dot{v}$ -osa u smeru rotacije Galaksije ( $l = 90^\circ, b = 0^\circ$ ), i  $w$ , tj.  $\dot{w}$ -osa u smeru severnog galaktičkog pola ( $b = 90^\circ$ ). Koordinatni sistem prostora brzina označićemo sa  $S_g$ .

Posmatrački podaci koji se odnose na kretanje date zvezde su:

- 1) radijalna brzina  $v_r$  koja je pozitivna kada se zvezda udaljava od nas, a negativna kada nam se približava i
- 2) komponente sopstvenog kretanja zvezde po rektascenziji  $\mu_\alpha$  i po deklinaciji  $\mu_\delta$ .



Slika 2.4: Sopstvena kretanja.

Komponente  $v_\alpha$  i  $v_\delta$  se dobijaju iz posmatranog sopstvenog kretanja  $\mu$  ( $\mu_\alpha, \mu_\delta$ ) (sl. 2.4) i posmatrane paralakse zvezde ( $\pi$ ). Komponente sopstvenog kretanja  $\mu_\alpha$  i  $\mu_\delta$  su obično date u lučnim sekundama (ili lučnim milisekundama) po godini ( $\text{mas godina}^{-1}$ ) pa ih treba pretvoriti u kilometre po sekundi

( $\text{km s}^{-1}$ ):

$$v_\alpha = k \frac{\mu_\alpha}{\pi} = k \frac{15\mu_\alpha^s \cos \delta}{\pi}, \quad [\text{km s}^{-1}]$$

$$v_\delta = k \frac{\mu_\delta}{\pi}, \quad [\text{km s}^{-1}],$$

gde je  $\mu_\alpha^s$  godišnja promena položaja zvezde po rektascenziji merena u vremenskim sekundama. Konverzioni faktor  $k$  predstavlja brzinu u kilometrima po sekundi koja odgovara brzini od jedne astronomske jedinice po jednoj julijanskoj godini<sup>6</sup>:

$$k = \frac{1 \text{ AU}}{1 \text{ godina}} = \frac{1,495\,978\,701 \times 10^8 \text{ km}}{365,25 \times 24 \times 60 \times 60 \text{ s}} = 4,74047 \text{ km s}^{-1}.$$

Matrica rotacije je:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \delta & -\sin \alpha & -\cos \alpha \sin \delta \\ \sin \alpha \cos \delta & \cos \alpha & -\sin \alpha \cos \delta \\ \sin \delta & 0 & \cos \delta \end{bmatrix}.$$

Potrebno je izvršiti još jednu rotaciju za transformaciju iz nebeskog ekvatorskog sistema u galaktički pomoću matrice  $\mathbf{R}_G$  da bi se dobile komponente brzine u galaktičkom koordinatnom sistemu:

$$\begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix} = \mathbf{R}_G \cdot \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} v_r \\ k \frac{\mu_\alpha}{\pi} \\ k \frac{\mu_\delta}{\pi} \end{bmatrix}. \quad (2.2.3)$$

Da bi se dobio kompaktniji oblik ove jednačine uvodi se smena  $\mathbf{B} = \mathbf{R}_G \cdot \mathbf{A}$ .

Komponente brzine u levo orijentisanom koordinatnom sistemu dobijaju se tako što se jednostavno promeni znak svim članovima prve vrste numeričkih vrednosti matrice  $\mathbf{R}_G$ .

Za transformaciju prostornih koordinata iz galaktičkog u galaktocentrični pravougli koordinatni sistem ( $S_G$ ) potrebne su vrednosti:

$$R_0 = 8,5 \text{ kpc, udaljenost Sunca od ose rotacije Mlečnog puta,}$$

$$Z_0 = 15 \text{ pc, udaljenost Sunca od glavne ravni Mlečnog puta ka severnom polu.}$$

Za transformaciju komponenata brzine iz galaktičkog u galaktocentrični pravougli koordinatni sistem ( $S_G$ )<sup>7</sup> potrebno je poznavanje kretanja Sunca u odnosu na lokalni standard mirovanja:

$$\left. \begin{array}{l} U_\odot = (10,00 \pm 0,36) \text{ km s}^{-1} \\ V_\odot = (5,25 \pm 0,62) \text{ km s}^{-1} \\ W_\odot = (7,17 \pm 0,38) \text{ km s}^{-1} \end{array} \right\} s_\odot = 13,38 \text{ km s}^{-1},$$

<sup>6</sup>1 julijanska godina jednaka je tačno 365,25 dana, ili  $365,25 \times 86\,400 = 31\,557\,600$  sekundi.

<sup>7</sup>Bliže objašnjenje korišćenih oznaka vidi u dodatku A.

i kružna brzina:

$$V_c(R_0) = 220 \text{ km s}^{-1}.$$

Za  $R_0$  i  $V_c(R_0)$  usvojene su vrednosti koje preporučuje Međunarodna astronomska unija (Kerr & Lynden-Bell 1986). Kružna brzina  $V_c$  je brzina fiktivne tačke koja se kreće po kružnici radijusa  $R$  oko centra Mlečnog puta i u glavnoj ravni Mlečnog puta. Za kretanje Sunca u odnosu na lokalni standard mirovanja usvojene su vrednosti autora Dehnen & Binney 1998. Usvojena vrednost od 15 pc za udaljenosti Sunca ( $Z_0$ ) od glavne ravni Mlečnog puta ka severnom polu najčešće se koristi u literaturi.

Galaktocentrična brzina Sunca u pravcu rotacije Mlečnog puta je:

$$\dot{Y}_\odot = V_c + V_\odot.$$

Ostale dve komponente brzine Sunca ( $\dot{X}_\odot, \dot{Z}_\odot$ ) ostaju iste kao u odnosu na lokalni standard mirovanja.

Transformacija prostornih koordinata i komponenata brzina iz galaktičkog u galaktocentrični pravougli koordinatni sistem za zvezde se vrši analogno.

### 2.2.2 Greške

Opšta jednačina za izračunavanje grešaka funkcije tri promenljive je:

$$\sigma_{F(x,y,z)}^2 = \left( \frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2 + \left( \frac{\partial F}{\partial z} \right)^2 \sigma_z^2.$$

Ova formula se može primeniti samo ako su greške nekorelisane, tj. koeficijent korelacije mora biti jednak nuli. S obzirom na to da se komponente sopstvenog kretanja i radijalna brzina mere nezavisno jedne od drugih, možemo smatrati da su nekorelisane. Smatramo da nijedna od matrica  $\mathbf{R}_\mathbf{C}$  i  $\mathbf{A}$  ne doprinosi greškama u komponentama  $U, V, W$ ; doprinos daju samo veličine  $v_r, \mu_\alpha, \mu_\delta$  i  $\pi$  (Johnson & Soderblom 1987).

Primenjujući ovu formulu na jednačinu (2.2.3) dobija se:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \sigma_U^2 \\ \sigma_V^2 \\ \sigma_W^2 \end{bmatrix} &= \mathbf{C} \cdot \begin{bmatrix} \sigma_{v_r}^2 \\ \left( \frac{k}{\pi} \right)^2 \left[ \sigma_{\mu_\alpha}^2 + \left( \mu_\alpha \frac{\sigma_\pi}{\pi} \right)^2 \right] \\ \left( \frac{k}{\pi} \right)^2 \left[ \sigma_{\mu_\delta}^2 + \left( \mu_\delta \frac{\sigma_\pi}{\pi} \right)^2 \right] \end{bmatrix} + \\ &+ 2 \mu_\alpha \mu_\delta k^2 \frac{\sigma_\pi^2}{\pi^4} \begin{bmatrix} b_{12} \cdot b_{13} \\ b_{22} \cdot b_{23} \\ b_{32} \cdot b_{33} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Elementi matrice  $\mathbf{C}$  se dobijaju tako što se svaki element matrice  $\mathbf{B}$  kvadrira, tj.  $c_{ij} = b_{ij}^2$  za  $\forall i = \overline{1,3}$  i za  $\forall j = \overline{1,3}$ . Drugi sabirak ove jednačine je posledica parcijalnog diferenciranja po paralaksi ( $\partial/\partial\pi$ ).

## 2.3 Kretanje Sunca

Kretanje zvezda u našoj Galaksiji mora biti opisano u koordinatnom sistemu sa početkom u centru Galaksije – pravougli koordinatni sistem  $S_G$  sa koordinatnim osama  $(X, Y, Z)$  – prostor položaja, i  $(\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$  – prostor brzina. Međutim, dokle god je posmatrački materijal kojim raspolažemo jedino iz okoline Sunca, naša izabrana tačka Galaksije mora biti u blizini Sunca, pa je zato pogodnije definisati lokalni koordinatni sistem.

Neka je položaj centra masa okoline Sunca, u odnosu na Sunce:

$$\vec{r}_{\text{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i} \implies \vec{v}_{\text{CM}} = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i}.$$

Pod pretpostavkom da su mase posmatranih zvezda jednake, biće:

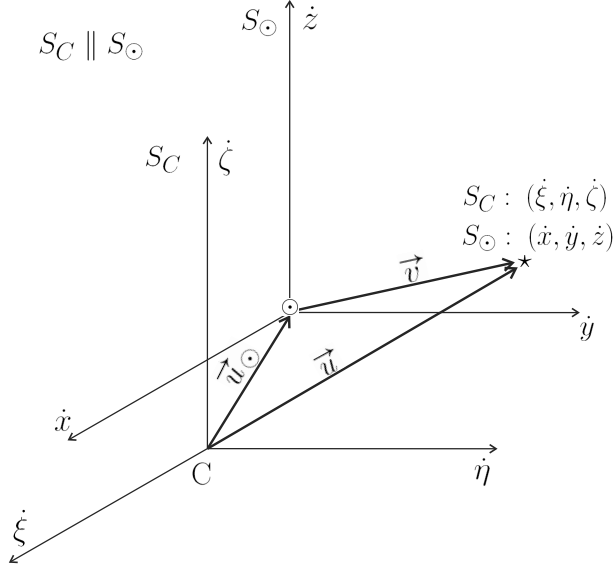
$$\begin{aligned} \vec{r}_{\text{CM}} &\longrightarrow \vec{r}_C = \frac{\sum \vec{r}_i}{N}, \\ \vec{v}_{\text{CM}} &\longrightarrow \vec{v}_C = \frac{\sum \vec{v}_i}{N}, \end{aligned}$$

gde je  $N$  broj posmatranih zvezda pomoću kojih se definiše okolina Sunca. Veličina  $\vec{v}_C$ , izvedena sa posmatranim brzinama zvezda je brzina lokalnog centroida.

Na slici 2.5 šematski je prikazana konfiguracija objekata koje posmatramo:

- ⊙ – Sunce,
- ★ – proizvoljna posmatrana zvezda,
- $C$  – centroid brzina,
- $\vec{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  – brzina zvezde u odnosu na Sunce (sistem  $S_\odot$ );
- $\vec{u}_\odot = (\dot{\xi}_\odot, \dot{\eta}_\odot, \dot{\zeta}_\odot)$  – brzina Sunca u odnosu na centroid (lokalni ili specijalni), rezidualna brzina Sunca (sistem  $S_C$ );
- $\vec{u} = (\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta})$  – brzina zvezde u odnosu na njen centroid, rezidualna brzina zvezde (sistem  $S_C$ ).

Lokalni koordinatni sistem  $S_C$  (Dekartov, pravougli) definišemo u odnosu na posmatrani skup zvezda koji smo izabrali na osnovu nekih fizičkih karakteristika. Konstruišemo ga tako da su mu ose paralelne koordinatnom sistemu  $S_\odot$ , a centar sistema se kreće konstantnom brzinom u odnosu na Sunce. Brzinu kretanja sistema ćemo odrediti iz uslova da suma brzina zvezda u prostoru brzina  $S_C$  bude tačno nula. Kretanje zvezda u odnosu na lokalni koordinatni sistem naziva se *rezidualnim* kretanjem. Komponente brzine  $\vec{u}$  rezidualnog kretanja zvezde označićemo sa  $\xi, \eta, \zeta$ . Analogno, komponente brzine Sunca  $\vec{u}_\odot$  u odnosu na isti koordinatni sistem označićemo sa  $\dot{\xi}_\odot, \dot{\eta}_\odot, \dot{\zeta}_\odot$ , što predstavlja rezidualnu brzinu Sunca. Komponente posmatrane brzine zvezda  $\vec{v}$  u pravouglom koordinatnom sistemu  $S_\odot$  su  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ . Sistemi  $S_C$  i  $S_\odot$  imaju paralelne ose i jedan se u odnosu na drugi kreće konstantnom brzinom ( $\vec{u}_\odot$ ). Zbog toga će odgovarajući prostori brzina biti samo translirani za vektor  $\vec{u}_\odot$  (vidi sliku 2.5). Trebaju nam veze između rezidualne brzine Sunca  $\vec{u}_\odot$  i posmatrane brzine zvezda  $\vec{v}$ .

Slika 2.5: Prostori brzina za sisteme  $S_C$  i  $S_\odot$ .

Iz vektorske relacije

$$\vec{u} = \vec{u}_\odot + \vec{v}, \quad (2.3.1)$$

s obzirom na to da su koordinatne ose sistema  $S_C$  i  $S_\odot$  paralelne, imamo:

$$\begin{aligned} \dot{\xi} &= \dot{\xi}_\odot + \dot{x} \\ \dot{\eta} &= \dot{\eta}_\odot + \dot{y} \\ \dot{\zeta} &= \dot{\zeta}_\odot + \dot{z}. \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Ako relaciju 2.3.1 zapišemo za svaku zvezdu okoline Sunca i sumiramo po svim tim zvezdama (po kojima je izveden lokalni centroid), dobija se:

$$-\vec{u}_\odot = \vec{v}_C = \frac{1}{N} \sum \vec{v}_i - \frac{1}{N} \sum \vec{u}_i,$$

a odatle sledi (s obzirom na definiciju  $\vec{v}_C$ ):

$$\sum \vec{u}_i = 0, \quad \text{tj.} \quad \sum \dot{\xi}_i = \sum \dot{\eta}_i = \sum \dot{\zeta}_i = 0. \quad (2.3.3)$$

Ako ove vrednosti zamenimo u (2.3.2), dobijamo:

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_\odot &= -\dot{x}_C, \\ \dot{\eta}_\odot &= -\dot{y}_C, \\ \dot{\zeta}_\odot &= -\dot{z}_C, \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

gde su  $\dot{x}_C$ ,  $\dot{y}_C$ ,  $\dot{z}_C$  koordinate brzine centroida u odnosu na koordinatni sistem  $S_\odot$  koji ima koordinatni početak u Suncu.

Dakle, zaključujemo da komponente rezidualnog kretanja Sunca  $\dot{\xi}_\odot$ ,  $\dot{\eta}_\odot$ ,  $\dot{\zeta}_\odot$  imaju suprotan znak u odnosu na komponente srednje brzine zvezda  $\dot{x}_C$ ,

$\dot{y}_C, \dot{z}_C$  merene relativno u odnosu na Sunce, ili drugačije rečeno, rezidualna brzina Sunca  $\vec{u}_\odot$  (sistem  $S_C$ ) ima suprotan znak u odnosu na brzinu centroida  $\vec{v}_C$  (sistem  $S_\odot$ ), dakle:

$$\begin{aligned}\vec{u}_\odot &= -\vec{v}_C, & \text{sistem } S_C, \text{ ili} \\ \vec{v}_C &= -\vec{u}_\odot, & \text{sistem } S_\odot.\end{aligned}\quad (2.3.5)$$

Definisaćemo *apeks* Sunčevog lokalnog kretanja (apeks Sunca).

Ako bismo se nalazili u centru lokalnog koordinatnog sistema  $S_C$ , i odatle posmatrali Sunce, videli bismo da se Sunce kreće brzinom  $\vec{u}_\odot$  sa komponentama  $\dot{\xi}_\odot, \dot{\eta}_\odot, \dot{\zeta}_\odot$ . Apeks je tačka prodora nebeske sfere i pravca na kome leži vektor rezidualne brzine Sunca. Često se u literaturi koristi i pojam *antia-peks* – to je tačka dijametralno suprotna apeksu.

Da bismo opisali lokalno kretanje Sunca u sfernim koordinatama, postavljamo sferni koordinatni sistem (analogan nebeskom ekvatorskom koordinatnom sistemu) u centroidu, tako da pozitivni pravac  $\xi$ -ose odgovara pravcu ka  $\gamma$  tački ( $\alpha = 0^\circ, \delta = 0^\circ$ ), pozitivni pravac  $\eta$ -ose odgovara pravcu  $\alpha = 90^\circ, \delta = 0^\circ$ , i pozitivni pravac  $\zeta$ -ose odgovara pravcu ka severnom nebeskom polu (iste pravce imaju i koordinatne ose  $\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}$  u odgovarajućem prostoru brzinâ). Ako je  $|\vec{u}_\odot|$  – brzina Sunca, ( $A_\odot, D_\odot$ ) – rektascenzija i deklinacija apeksa Sunca (tačke ka kojoj se Sunce prividno kreće) i pošto vektor brzine ( $\vec{u}_\odot$ ) pokazuje ka apeksu, biće<sup>8</sup>:

$$\begin{aligned}\dot{\xi}_\odot &= u_\odot \cos A_\odot \cos D_\odot, \\ \dot{\eta}_\odot &= u_\odot \sin A_\odot \cos D_\odot, \\ \dot{\zeta}_\odot &= u_\odot \sin D_\odot,\end{aligned}\quad (2.3.6)$$

Rešenje ovog sistema jednačina (sa poznatim  $\dot{\xi}_\odot, \dot{\eta}_\odot, \dot{\zeta}_\odot$ ) je

$$\begin{aligned}u_\odot &= \sqrt{\dot{\xi}_\odot^2 + \dot{\eta}_\odot^2 + \dot{\zeta}_\odot^2}, \\ \text{tg } A_\odot &= \frac{\dot{\eta}_\odot}{\dot{\xi}_\odot}, \\ \sin D_\odot &= \frac{\dot{\zeta}_\odot}{u_\odot},\end{aligned}\quad (2.3.7)$$

pri čemu se kvadrant u kome se nalazi  $A_\odot$  određuje na osnovu znakova  $\dot{\eta}_\odot$  i  $\dot{\xi}_\odot$  koji odgovaraju znacima  $\sin A_\odot$  i  $\cos A_\odot$ .

Primetimo da, ako se premostimo u pravougli koordinatni sistem  $S_\odot$  i tu konstruišemo nebeski ekvatorski koordinatni sistem vezan za Sunce, tada vektor  $\vec{v}_c$  (ili  $-\vec{u}_\odot$ ) pokazuje u pravcu antiapiksa Sunca.

## 2.4 Elipsoid brzina

Karl Švarcsild (Schwarzschild, K.) 1907. godine predlaže elipsoidnu raspodelu brzina zvezda u okolini Sunca sa različitim disperzijama duž osa čija je opšta

<sup>8</sup>Veza između pavougljih ( $\dot{\xi}_\odot, \dot{\eta}_\odot, \dot{\zeta}_\odot$ ) i sfernih koordinata ( $u_\odot, A_\odot, D_\odot$ ).



forma data jednačinom (Trumpler & Weaver 1953):

$$\Phi(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = Ce^{-\frac{1}{2}E(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})}, \quad (2.4.1)$$

gde je  $E(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  opšta kvadratna forma tri promenljive  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ :

$$\begin{aligned} E(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = & a_{11}(\dot{x} - \dot{x}_0)^2 + a_{22}(\dot{y} - \dot{y}_0)^2 + a_{33}(\dot{z} - \dot{z}_0)^2 + \\ & + 2a_{21}(\dot{x} - \dot{x}_0)(\dot{y} - \dot{y}_0) + 2a_{32}(\dot{y} - \dot{y}_0)(\dot{z} - \dot{z}_0) + \\ & + 2a_{31}(\dot{x} - \dot{x}_0)(\dot{z} - \dot{z}_0). \end{aligned} \quad (2.4.2)$$

Konstanta  $C$  se dobija iz uslova normiranja:

$$\iiint_{-\infty}^{+\infty} \Phi(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) d\dot{x} d\dot{y} d\dot{z} = 1,$$

i iznosi

$$C = \frac{\sqrt{A}}{(2\pi)^{3/2}}, \quad (2.4.3)$$

gde je  $A$  determinanta matrice simetričnih koeficijenata forme (2.4.2); koeficijenti  $a_{ij}$  su simetrični ( $a_{ij} = a_{ji}$ ) i ne zavise od  $(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$ . Iz teorije verovatnoće i matematičke statistike poznato je da koeficijenti  $a_{ij}$  mogu biti izračunati iz sledećih relacija:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \frac{R_{\dot{x}\dot{x}}}{R\sigma_{\dot{x}}^2} & a_{21} &= a_{12} = \frac{R_{\dot{x}\dot{y}}}{R\sigma_{\dot{x}}\sigma_{\dot{y}}} \\ a_{22} &= \frac{R_{\dot{y}\dot{y}}}{R\sigma_{\dot{y}}^2} & a_{32} &= a_{23} = \frac{R_{\dot{y}\dot{z}}}{R\sigma_{\dot{y}}\sigma_{\dot{z}}} \\ a_{33} &= \frac{R_{\dot{z}\dot{z}}}{R\sigma_{\dot{z}}^2} & a_{31} &= a_{13} = \frac{R_{\dot{x}\dot{z}}}{R\sigma_{\dot{x}}\sigma_{\dot{z}}}, \end{aligned} \quad (2.4.4)$$

gde su  $\sigma_i$  granične disperzije, a  $R_{ij}$  – kofaktori elemenata  $\rho_{ij}$  (korelacioni koeficijenti) matrice

$$R = \begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{12} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{13} & \rho_{23} & 1 \end{vmatrix}.$$

Opšta kvadratna forma (2.4.2) postaje:

$$\begin{aligned} E(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = & \frac{R_{11}}{R} \left( \frac{\dot{x} - \dot{x}_0}{\sigma_1} \right)^2 + \frac{R_{22}}{R} \left( \frac{\dot{y} - \dot{y}_0}{\sigma_2} \right)^2 + \frac{R_{33}}{R} \left( \frac{\dot{z} - \dot{z}_0}{\sigma_3} \right)^2 + \\ & + \frac{2R_{12}}{R} \left( \frac{\dot{x} - \dot{x}_0}{\sigma_1} \right) \left( \frac{\dot{y} - \dot{y}_0}{\sigma_2} \right) + \\ & + \frac{2R_{23}}{R} \left( \frac{\dot{y} - \dot{y}_0}{\sigma_2} \right) \left( \frac{\dot{z} - \dot{z}_0}{\sigma_3} \right) + \\ & + \frac{2R_{13}}{R} \left( \frac{\dot{x} - \dot{x}_0}{\sigma_1} \right) \left( \frac{\dot{z} - \dot{z}_0}{\sigma_3} \right), \end{aligned} \quad (2.4.5)$$

a koeficijent  $C$  iz (2.4.3) je:

$$C = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sigma_{\dot{x}} \sigma_{\dot{y}} \sigma_{\dot{z}} \sqrt{R}}.$$

Izraz (2.4.5) sadrži devet parametara koje treba odrediti:  $\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0, \sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \rho_{12}, \rho_{23}, \rho_{13}$ , a  $R$  i  $R_{ij}$  se računaju na osnovu njih.

Elipsoidna raspodela generiše površi sa jednakom gustinom raspodele – te površi su homotetični koncentrični elipsoidi.

Elipsoid:

$$E(\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}) = 1$$

naziva se *disperzioni elipsoid*.

Jednačina disperzionog elipsoida u glavnim osama (ose elipsoida leže na pravcima koordinatnih osa, u sistemu  $S_C$  centroida  $C$  – pravougle koordinate  $\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}$ ) glasi:

$$E(\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}) = b_{11}\dot{\xi}^2 + b_{22}\dot{\eta}^2 + b_{33}\dot{\zeta}^2 = 1, \quad b_{21} = b_{31} = b_{32} = 0, \quad (2.4.6)$$

ili,

$$E(\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}) = \frac{\dot{\xi}^2}{\Sigma_1^2} + \frac{\dot{\eta}^2}{\Sigma_2^2} + \frac{\dot{\zeta}^2}{\Sigma_3^2} = 1$$

gde su  $\Sigma_i = 1/\sqrt{b_{ii}}$ ,  $i = \overline{1, 3}$ , glavne poluose elipsoida.

Funkcija raspodele (2.4.1) postaje:

$$\phi(\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta}) = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 \Sigma_1 \Sigma_2 \Sigma_3}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{\dot{\xi}^2}{\Sigma_1^2} + \frac{\dot{\eta}^2}{\Sigma_2^2} + \frac{\dot{\zeta}^2}{\Sigma_3^2} \right)}.$$

Veličine  $\Sigma_1^2, \Sigma_2^2, \Sigma_3^2$  su rešenja kubne jednačine po  $\Sigma^2$ :

$$\begin{vmatrix} \mu_{200} - \Sigma^2 & \mu_{110} & \mu_{101} \\ \mu_{110} & \mu_{020} - \Sigma^2 & \mu_{011} \\ \mu_{101} & \mu_{011} & \mu_{002} - \Sigma^2 \end{vmatrix} = 0 \quad (2.4.7)$$

gde su  $\mu_{ijk}$  centralni momenti drugog reda u sistemu  $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ :

$$\mu_{ijk} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\dot{x}_n - \dot{x}_0)^i (\dot{y}_n - \dot{y}_0)^j (\dot{z}_n - \dot{z}_0)^k,$$

koji se izračunavaju na osnovu poznatih  $v_\alpha, v_\delta, v_r$  razmatranih zvezda.

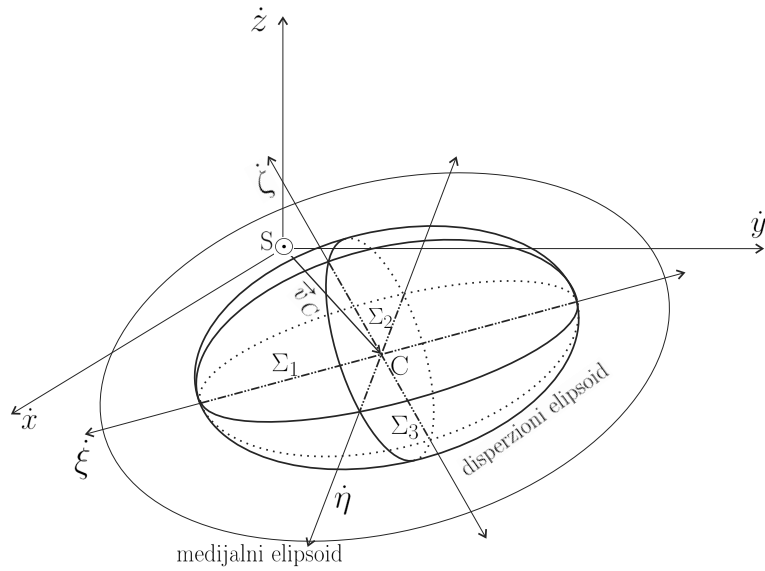
Ako su dve vrednosti  $\Sigma_i$  jednake, ili sve tri, tada imamo specijalne slučajeve raspodele tri promenljive<sup>9</sup>.

Na sl. 2.6 je prikazan disperzioni elipsoid brzina sa svojim glavnim poluosama ( $\Sigma_1, \Sigma_2, \Sigma_3$ ), kao i medijalni elipsoid koji sadrži jednu polovinu svih tačaka (njegove glavne poluose su 1,54 puta duže od poluosu disperzionog elipsoida). Disperzionim elipsoidom je obuhvaćeno 20% od ukupnog broja tačaka.

*Verteksna devijacija*  $l_\nu$  se obično koristi kao mera odstupanja od simetrije i definisana je izrazom:

$$l_\nu \equiv \frac{1}{2} \arctan \left( \frac{2\mu_{110}}{\mu_{200} - \mu_{020}} \right). \quad (2.4.8)$$

<sup>9</sup>Kada su dve poluose jednake, tada disperzioni elipsoid ima rotacionu simetriju oko treće ose. Kada su sve tri poluose jednake, elipsoid se deformiše u sferu – to je sferna ili Maksvelova (Maxwell, J. C.) raspodela.



**Slika 2.6:** Elipsoid brzina.

To je ugao za koji bi trebalo zarotirati pravougli koordinatni sistem oko  $\hat{z}$  ose tako da rezultujući tenzor disperzije brzina postane dijagonalan u  $\hat{x}, \hat{y}$  ravni. Dakle, verteksna devijacija,  $l_\nu$ , je vrednost galaktičke longitude pravca najveće poluose disperzionog elipsoida brzina.



# Katalog ARIHIP

Astrometrijski katalog ARIHIP<sup>1</sup> je konstruisan na osnovu najboljih astrometrijskih posmatranja za svaku zvezdu kombinovanjem kataloga FK6, GC+HIP, TYC2+HIP i originalnog HIPPARCOS kataloga. Tri kombinovana kataloga FK6 (Wielen et al. 1999d, 2000a), GC+HIP (Wielen et al. 2001b), TYC2+HIP (Wielen et al. 2001c), su rezultat kombinacije posmatranja HIPPARCOS i TYCHO sa astrometrijskim posmatranjima sa zemlje koja za mnoge zvezde pokrivaju period duži od dva veka. HIPPARCOS i TYCHO katalozi (ESA 1997) su bazirani na posmatranjima koja je obavila ESA (European Space Agency) pomoću astrometrijskog satelita HIPPARCOS tokom nekoliko godina, od 1989. do 1993. godine.

Prednost korišćenja ARIHIP kataloga u odnosu na originalni HIPPARCOS katalog je dvojaka: prvo, sopstvena kretanja data u ARIHIP-u imaju bolju tačnost od originalnih HIPPARCOS-ovih sopstvenih kretanja, jer su posmatranja sa zemlje omogućila popravku sopstvenih kretanja za većinu HIPPARCOS-ovih zvezda. Drugo, katalog ARIHIP sadrži različite dodatne informacije o mogućnosti da je sopstveno kretanje (i položaj) neke HIPPARCOS-ove zvezde pod uticajem dvojne prirode objekta.

## 3.1 Motiv za konstruisanje ARIHIP kataloga

Motivi za konstruisanje ARIHIP kataloga su: popravka sopstvenih kretanja, obeležavanje zvezda koje imaju poremećaje zbog eventualne dvojne prirode i selekcija najboljih astrometrijskih posmatranja iz različitih kataloga.

## 3.2 Popravka sopstvenih kretanja

Korišćenjem posmatranja sa zemlje u kombinaciji sa HIPPARCOS posmatranjima, popravljena su sopstvena kretanja za HIPPARCOS zvezde, tako da su sopstvena kretanja data u katalogu ARIHIP najbolja sopstvena kretanja dostupna danas. Posmatranja sa zemlje omogućavaju usrednjavanje vrednosti sop-

---

<sup>1</sup>Napomena: oznake svih veličina su zadržane kao u originalnom katalogu.

stvenog kretanja tokom dugog vremena za razliku od HIPPARCOS-ovih instant sopstvenih kretanja, tj. trenutnih – merenih u veoma kratkom vremenskom intervalu. U slučaju astrometrijski dvojnih zvezda ova sopstvena kretanja mogu značajno da se razlikuju od usrednjenih. U astrometriji su razvijene statističke metode za kvantitativno određivanje globalnih statističkih efekata astrometrijski dvojnih zvezda u uzorku. Nelinearno kretanje optičkog centra dvojnih zvezda povećava odstupanje od dugoperiodičnog linearnog kretanja. Ova odstupanja su nazvana kosmičkim greškama (Wielen 1997; Wielen et al. 1997), jer ona predstavljaju izvor šuma (pored grešaka merenja), u odnosu na pretpostavljeno linearno kretanje zvezda. Za sjajne HIPPARCOS zvezde, usrednjene kosmičke greške su veće od grešaka merenja trenutnih položaja i sopstvenih kretanja tih zvezda. Kosmičke greške dovode do značajnih grešaka prilikom ekstrapolacije položaja zvezda ako se sopstvena kretanja koriste za period veći od jedne dekade, kako u prošlost, tako i u budućnost. U cilju prevazilaženja ovog problema, ARIHIP katalog sadrži oznake koje ukazuju na to da li je neka zvezda dvojna. Sa druge strane, posebno su označene zvezde - kandidati za pojedinačne zvezde i među njima je napravljena gradacija tako što su klasifikovane u nekoliko kategorija izvrsnosti (excellence, eng.).

### 3.3 Kriterijum za otkrivanje dvojnih zvezda

Posebna metoda koju su razvili Wielen et al. (1999a) daje informaciju o mogućoj dvojnjoj prirodi prividno jednostruke zvezde. Upoređuju se trenutna HIPPARCOS-ova posmatranja sopstvenih kretanja sa usrednjenim posmatranjima sopstvenih kretanja sa zemlje tokom dugih vremenskih perioda, ili sopstvena kretanja izračunata iz starih posmatranja položaja sa zemlje i položaja koje je izmerio HIPPARCOS. Dobar izvor posmatranja sa zemlje je Fundamentalni katalog 5 (FK5) i Bosov Opšti katalog GC (General Catalogue of 33 342 Stars for the Epoch 1950.). Ako je razlika sopstvenog kretanja  $\Delta\mu$  statistički značajna u odnosu na greške merenja, vrlo je verovatno da je zvezda dvojna. Takve zvezde su nazvane  $\Delta\mu$  dvojnim. Ako razlika u sopstvenom kretanju  $\Delta\mu$  nije značajna i ako nema drugih raspoloživih informacija o dvojnosti zvezde, tada je ta zvezda klasifikovana kao kandidat za pojedinačnu zvezdu.

Međunarodna astronomska unija je 1997. godine Rezolucijom B2 (IAU 1999) celokupan HIPPARCOS katalog usvojila kao optičku realizaciju ICRS-a (International Celestial Reference System). Međutim, par godina kasnije Rezolucijom B1.2 (IAU 2002), isključila je neke vrste dvojnih i višestrukih zvezda iz reprezentacije ICRS-a. I pored toga, i dalje je ostalo nekoliko desetina hiljada  $\Delta\mu$  dvojnih zvezda koje su ušle kao referentna osnova ICRS-a. Najpoznatiji primer je zvezda Polaris (Severnjača). Standardna procedura za obradu posmatranja koja je primenjena na HIPPARCOS-ova posmatranja (ESA 1997; Perryman et al. 1997) i Rezolucija B2.1, svrstavaju je u grupu referentnih zvezda iako je zvezda Polaris astrometrijski i spektroskopski dvojna. Takođe pokazuje i visok stepen  $\Delta\mu$  dvojnosti (Wielen et al. 2000b). Uzorak iz kataloga ARIHIP koji je označen kao "astrometrijski izvrstan" obezbeđuje najbolji skup HIPPARCOS-ovih referentnih zvezda. Naravno, mana ovakvog uzorka je sman-

jen broj zvezda, ali u mnogim slučajevima je svrsishodnije za referentne zvezde koristiti samo 73 023 "astrometrijski izvrsne" zvezde koje daje katalog ARIHIP, nego svih 100 038 HIPPARCOS objekata koji zadovoljavaju standardnu proceduru.

### 3.4 Kriterijum za izbor kataloga

Prilikom konstruisanja ARIHIP kataloga kombinovanjem tri navedena kataloga, mnoge od HIPPARCOS-ovih zvezda su se pojavljivale u više njih. Ukupan broj različitih zvezda u sva tri kataloga je 90 072, od toga 876 je FK6(I) (Wielen et al. 1999d), 3 272 iz FK6(III) (Wielen et al. 2000a), 20 069 iz GC+HIP (Wielen et al. 2001b), i 89 908 iz TYC2+HIP kataloga (Wielen et al. 2001c). Postavilo se pitanje koje astrometrijske podatke uvrstiti u ARIHIP. Uzimajući u obzir specifičnu namenu ARIHIP kataloga - da obezbedi najbolje astrometrijske podatke za svaku zvezdu vršeći odabir između FK6, GC+HIP i TYC2+HIP, određeni su selekcionni kriterijumi:

1. ako se zvezda pojavljuje u FK6(I), uvek su ti podaci uzimani za ARIHIP;
2. sjajne zvezde iz kataloga TYC2+HIP sa prividnom magnitudom  $B_T \leq 6^m$ , 50, isključene su iz ARIHIP kataloga;
3. za ARIHIP katalog su odabrane zvezde sa najmanjom greškom  $\varepsilon_{\mu,1D}$  u sopstvenom kretanju:

$$\varepsilon_{\mu,1D} = \left( \frac{1}{2} (\varepsilon_{\mu,\alpha_*}^2 + \varepsilon_{\mu,\delta}^2) \right)^{\frac{1}{2}},$$

gde je  $\varepsilon_{\mu,\alpha_*}$  ( $\mu_{\alpha_*} = \mu_{\alpha} \cos \delta$ ) srednja standardna devijacija sopstvenog kretanja po rektascenziji ( $\alpha_*$ ), a  $\varepsilon_{\mu,\delta}$  srednja standardna devijacija sopstvenog kretanja po deklinaciji ( $\delta$ ). Indeks 1D označava srednju standardnu devijaciju po jednom pravcu.

Konačno, katalog ARIHIP sadrži 90 842 zvezde. U tabeli 3.1 je dat pregled zvezda uvrštenih u ARIHIP katalog, a u tabeli 3.2 je pregled broja zvezda u intervalima od po jedne prividne vizuelne veličine.

### 3.5 Astrometrijski izvrsne zvezde

Od ukupnog broja zvezda u katalogu ARIHIP, 73 023 je označeno kao "astrometrijski izvrsno". U idealnom slučaju, sve ove zvezde bi trebalo da budu jednostruke, jer je za njih jedino moguće dobiti i dostići najbolju astrometrijsku tačnost. Kriterijum za jednostrukost zvezda (Wielen et al. 1999a) je izveden iz razmatranja elipsoida sopstvenih kretanja statistički, a na osnovu takozvanog pravila  $3\sigma$ . Uzimajući ovo u obzir, uputnije je koristiti termin "kandidat za jednostruku zvezdu" iako je verovatnoća da se zvezda pogrešno proglasi jednostrukom vrlo mala ( $p = 0,0027$ ). Zvezde koje ne zadovoljavaju

**Tabela 3.1:** Zvezde uključene u katalog ARIHIP; u zagradama je dat broj HIPPARCOS-ovih zvezda sa podacima dobijenim standardnom procedurom; u koloni "Ukupno" dat je ukupan broj zvezda koje imaju oznaku izvrsnosti ( $K_{ae}$ ) i onih koje je nemaju; u koloni " $\sum_{i=1}^3 N(K_{ae i})$ " dat je ukupan broj zvezda koje imaju oznaku izvrsnosti.

Katalog		Astrometrijski izvrsne zvezde ( $K_{ae}$ )					
		Ukupno	$\sum_{i=1}^3 N(K_{ae i})$	3	2	1 $\Delta\mu$ dvojne	
FK6(I)	(1 233)	873	332	162	0	170	209
FK6(III)	(2 433)	2 133	1 224	1 074	0	150	244
GC+HIP	(14 494)	9 262	6 720	5 819	45	856	579
TYC2+HIP	(81 053)	77 804	64 747	6 324	57 239	1 184	1 795
HIP	(825)	770	0	0	0	0	0
Ukupno	(100 038)	<b>90 842</b>	73 023	13 379	57 248	2 360	2 827

**Tabela 3.2:** Zvezde uključene u katalog ARIHIP razvrstane po intervalima prividne zvezdane veličine; u zagradama je dat broj HIPPARCOS-ovih zvezda sa podacima dobijenim standardnom procedurom.

–			FK6	FK6	GC+	TYC2+		
$m_V^{\min}$	$-m_V^{\max}$	ARIHIP	(I)	(III)	HIP	HIP	HIP	HIP
–	0,50	(3)	2	2	0	0	0	0
0,51–	1,50	(7)	1	1	0	0	0	0
1,51–	2,50	(48)	28	28	0	0	0	0
2,51–	3,50	(137)	76	76	0	0	0	0
3,51–	4,50	(451)	280	192	11	77	0	0
4,51–	5,50	(1 494)	1 043	287	195	553	8	0
5,51–	6,50	(4 909)	3 968	229	611	2 738	390	0
6,51–	7,50	(14 160)	12 633	55	672	4 503	7 403	0
7,51–	8,50	(31 015)	28 470	3	439	1 317	26 704	7
8,51–	9,50	(32 326)	29 959	0	24	65	29 663	27
9,51–	10,50	(11 338)	10 534	0	1	9	10 428	96
10,51–	11,50	(3 156)	2 923	0	0	0	2 773	150
11,51–	12,50	(931)	866	0	0	0	434	432
12,51–	13,50	(60)	56	0	0	0	1	55
13,51–	14,50	(3)	3	0	0	0	0	3
Ukupno–		(100 038)	<b>90 842</b>	873	2 133	9 262	77 804	770

ovaj kriterijum klasifikovane su kao  $\Delta\mu$  dvojne. Zvezde klasifikovane kao astrometrijski izvrsne su podeljene u tri nivoa, najbolje dobijaju tri zvezdice (\*\*). Nivo izvrsnosti, u oznaci  $K_{ae}$ , može da ima vrednost 3, 2 ili 1. Najviši nivo astrometrijske izvrsnosti,  $K_{ae} = 3$ , dodeljen je zvezdama koje zadovoljavaju sledeće uslove:

1. zvezda je kandidat za jednostruku;
2. srednje standardne devijacije u razlikama sopstvenih kretanja zadovol-



javaju nejednačinu

$$\varepsilon_{\Delta\mu,1D} = \left( \frac{1}{2} (\varepsilon_{\Delta\mu,\alpha_*}^2 + \varepsilon_{\Delta\mu,\delta}^2) \right)^{\frac{1}{2}} < 2,00 \text{ mas godina}^{-1};$$

3. zvezda iz HIPPARCOS kataloga se pojavljuje u FK6, ili ako se ne pojavljuje u FK6, tada se pojavljuje u oba kataloga GC+HIP i TYC2+HIP.

Treći uslov treba da osigura da priroda jednostrukosti zvezda ne bude bazirana jedino na kriterijumu koji je predložen od strane Wielen et al. (1999a).

Za astrometrijsku izvrsnost drugog nivoa,  $K_{ae} = 2$ , uslovi 2 i 3 nisu ispunjeni. Za astrometrijsku izvrsnost najnižeg nivoa,  $K_{ae} = 1$ , zvezda mora da zadovoljava samo uslov 1, kao i u slučaju  $K_{ae} = 2$ , ali za te zvezde postoje izveštaji o mogućoj varijabilnosti u radijalnoj brzini. Mnogi od tih izveštaja daju rezultate bez prihvatljivih dokaza (na primer, radijalna brzina je zapravo konstantna, što znači da zvezda nije spektroskopski dvojna), ili varijabilnost u radijalnoj brzini zaista postoji, ali je posledica drugih uzroka (na primer, pulsiranje zvezda, zvezdani vetar, zvezdani omotači). Zbog očiglednih tehničkih razloga, posmatrački izveštaji o dvojnosti zvezda bazirani, na primer, na varijabilnoj radijalnoj brzini, dvostrukim spektralnim linijama itd, su češći za prividno sjajnije zvezde nego za slabije. Ovaj selekcionni efekat znači da slabije zvezde u proseku imaju veću verovatnoću da budu klasifikovane kao astrometrijski izvrsne nego sjajnije. Dakle, više poverenja treba imati u klasifikaciju sjajnih zvezda. Još jedan od indikatora niskog nivoa informacija o dvojnosti zvezda je i nedostatak podatka o radijalnoj brzini zvezda.

Katalog ARIHIP sadrži 73 023 astrometrijski izvrsne zvezde, od toga je sa tri zvezdice (\* \* \*) označeno 13 379 zvezda, sa dve (\*\*) 57 284 i sa jednom (\*) 2 360. Broj astrometrijski izvrsnih zvezda u intervalima od jedne magnitute prividne zvezdane veličine dat je u tabeli 3.3.

## 3.6 Referentni sistem ARIHIP kataloga

Referentni sistem ARIHIP kataloga je ICRS (IAU 1999). ICRS referentni sistem je prvobitno definisan na osnovu posmatranja udaljenih vangalaktičkih objekata (većinom kvazari) u oblasti radio zračenja. U vidljivoj oblasti zračenja reprezentovan je referentnim sistemom HIPPARCOS kataloga (ESA 1997). Veza između HIPPARCOS-ovog referentnog sistema i ICRS referentnog sistema je uspostavljena na osnovu posmatranja udaljenih zvezda u radio oblasti, i na osnovu posmatranja galaksija i nekoliko kvazara u vidljivoj oblasti zračenja. U HIPPARCOS-ovim posmatranjima postoji rotacija za mali ugao, koja nema fizičku prirodu, u odnosu na ICRS referentni sistem koji je konstruisan na osnovu udaljenih vangalaktičkih radio izvora. Sistematska greška izazvana ovom malom rotacijom je  $\pm 0,25$  lučnih milisekundi po godini u svakoj od komponenta sopstvenog kretanja ( $\mu_{\alpha_*}$  i  $\mu_{\delta}$ ). Ova sistematska greška je u potpunosti prenetna na sopstvena kretanja u ARIHIP katalogu, ali nije uključena u standardnu devijaciju datu u ARIHIP-u. Greške date u ARIHIP-u predstavljaju samo slučajne greške odgovarajućih veličina.

**Tabela 3.3:** Astrometrijski izvrsne zvezde i  $\Delta\mu$  dvojne iz kataloga ARIHIP razvrstane po intervalima prividne zvezdane veličine.

$m_V^{\min} - m_V^{\max}$	Ukupno	$\sum_{i=1}^3 N(K_{aei})$	3	2	1 $\Delta\mu$ dvojne	
– 0,50	2	0	0	0	0	1
0,51– 1,50	1	1	0	0	1	0
1,51– 2,50	28	8	2	0	6	6
2,51– 3,50	76	24	10	0	14	24
3,51– 4,50	280	118	65	0	53	666
4,51– 5,50	1 043	538	288	3	247	135
5,51– 6,50	3 968	2 482	1 796	4	682	348
6,51– 7,50	12 633	9 723	6 564	2 861	298	603
7,51– 8,50	28 470	23 936	3 687	19 884	365	723
8,51– 9,50	29 959	25 196	914	23 923	359	591
9,51–10,50	10 534	8 485	53	8 211	221	221
10,51–11,50	2 923	2 187	0	2 088	99	67
11,51–12,50	866	324	0	309	15	6
12,51–13,50	56	1	0	1	0	0
13,51–14,50	3	0	0	0	0	0
Ukupno–	<b>90 842</b>	73 023	13 379	57 284	2 360	2 827

### 3.7 Različite mode date u ARIHIP katalogu

U katalogu ARIHIP dato je nekoliko vrednosti, takozvanih “rešenja” ili “moda” za sopstveno kretanje zvezda (razlozi i detaljna objašnjenja dati su u Wien et al. 2001a):

1. moda pojedinačne zvezde (SI, single-star mode, eng.);
2. moda za određivanje/predviđanje položaja na dugi vremenski period (LTP, long-term prediction, eng.);
3. moda za određivanje/predviđanje položaja na kratki vremenski period (STP, short-term prediction, eng.).

U sva tri rešenja korišćen je model u kome se zvezde kreću linearno tokom vremena. Ako se zanemare nelinearni efekti (na primer, putanja zvezde je kriva drugog reda, ali za određene vremenske intervale može se aproksimirati pravom), određivanje (predviđanje) položaja zvezde za proizvoljnu epohu  $t$  sledi iz centralnog položaja  $x(T_{x,c})$  u vreme centralne epohe<sup>2</sup>  $T_{x,c}$  i sopstvenog kretanja koje se smatra konstantnim u trodimenzionalnom prostoru tokom vremena:

$$x(t) = x(T_{x,c}) + \mu(t - T_{x,c}).$$

U datoj jednačini  $x$  može biti jedna od komponenta položaja zvezde: rektascenzija ( $\alpha$ ), tj.  $\alpha_* = \alpha \cos \delta$ , ili deklinacija ( $\delta$ );  $\mu$  je oznaka za odgovarajuće sopstveno kretanje po rektascenziji  $\mu_\alpha$ , tj.  $\mu_{\alpha*}$ , odnosno u deklinaciji  $\mu_\delta$ ;  $T_{x,c}$  je centralna epoha kompenata položaja zvezde.

<sup>2</sup>Centralna epoha je epoha za koju su greške u posmatranjima najmanje.

Srednja greška  $\varepsilon_{x,SI}(t)$  položaja zvezde  $x(t)$  određenog pomoću SI<sup>3</sup> mode za proizvoljnu epohu  $t$  data je formulom:

$$\varepsilon_{x,SI}^2(t) = \varepsilon_{x,SI}^2(T_{x,SI}) + \varepsilon_{\mu,SI}^2(t - T_{x,SI})^2.$$

Pošto SI moda podrazumeva da je zvezda jednostruka, kosmičke greške nisu uzete u obzir.

### 3.8 Greške u ARIHIP katalogu

U tabelama 3.4–3.6 date su greške kataloga ARIHIP u obliku srednje standardne devijacije usrednjene po zvezdama koje imaju oznaku astrometrijski izvrsne<sup>4</sup>. Greške su date posebno za  $\alpha_*$  i  $\delta$  za odgovarajuću centralnu epohu  $T_c$ . Centralna epoha kataloga je dobijena kao srednja aritmetička vrednost centralnih epoha svih zvezda. Astrometrijski izvrsne zvezde u SI modi imaju u srednjem manje greške astrometrijskih veličina nego ceo katalog ARIHIP. Visok kvalitet podataka astrometrijski izvrsnih zvezda jako zavisi od njihove prividne vizuelne veličine (tabela 3.6). Sjajnije zvezde ne pokazuju razliku između zvezda označenih astrometrijski izvrsnim i svih zvezda, dok je razlika kod slabijih vrlo značajna.

**Tabela 3.4:** Standardne devijacije sopstvenog kretanja za 73 023 astrometrijski izvrsne zvezde ARIHIP kataloga (SI moda). Usrednjena standardna devijacija sopstvenih kretanja (jedinice: mas godina<sup>-1</sup>).

Srednja greška za:	$\mu_{\alpha^*}$	$\mu_{\delta}$	Srednja rms
HIPPARCOS	1,19	0,95	1,08
ARIHIP	0,87	0,78	0,82
Odnos HIPPARCOS/ARIHIP grešaka	1,4	1,2	1,3

**Tabela 3.5:** Greške položaja za 73 023 astrometrijski izvrsne zvezde ARIHIP kataloga (SI moda). Usrednjena standardna devijacija položaja za centralnu epohu kataloga  $T_c$  (jedinice: mas).

Srednja greška za:	$\alpha_*$	$\delta$	Srednja rms
HIPPARCOS	0,90	0,71	1,81
ARIHIP	0,90	0,71	0,81
Centralna epoha $T_c$			
HIPPARCOS	1991,24	1991,27	1991,26
ARIHIP	1991,24	1991,27	1991,26

Zahvaljujući visokoj tačnosti HIPPARCOS-ovih položaja koji su dati za HIPPARCOS-ovu epohu  $T_H = 1991,25$ , centralna epoha ARIHIP kataloga i srednje standardne devijacije položaja datih u ARIHIP-u, vrlo malo se razlikuju od HIPPARCOS-ovih (tabele 3.5 i 3.7). Za određivanje položaja zvezda za epohe

<sup>3</sup>Za LTP i STP modu vidi: Wielen et al. (1999d).

<sup>4</sup>Za ostale ( $\Delta\mu$  dvojne) vidi: Wielen et al. (2001d).

koje se razlikuju više od nekoliko godina presudan uticaj imaju greške u sopstvenom kretanju. Na primer, za razliku u epohama  $\Delta T = |T - T_H| = 10$  godina, doprinos sopstvenog kretanja u grešci određivanja položaja zvezde je oko 8,9 mas, a centralnog položaja zvezde je samo 0,8 mas. Ovo naglašava značaj tačnosti u ARIHIP-ovim sopstvenim kretanjima u odnosu na HIPPARCOS-ova. Srednja greška u određivanju položaja ARIHIP-ovom SI modom za razliku u epohama  $\Delta T$  od više godina, uvek je bolja za faktor od oko 1,2 u odnosu na HIPPARCOS-ovu .

Radialne brzine  $v_r$  su preuzete iz različitih izvora (na primer, Barbier-Brossat & Figon 2000) i date su u polju 19 kataloga ARIHIP. Prividne vizuelne zvezdane veličine  $m_V$  i oznaka moguće varijabilnosti preuzete su iz HIPPARCOS kataloga i date su u poljima 20 i 21 ARIHIP kataloga.

Procedura za transformaciju podataka datih u ARIHIP-u, kojima odgovara epoha i ekvinokcijum J2000.0, u neku drugu epohu ili ekvinokcijum, data je u I delu Fundamentalnog kataloga 6 (FK6) u odeljku 14 i 15, Wielen et al. (1999d).

### 3.9 Digitalna verzija ARIHIP kataloga

Katalog ARIHIP ne postoji u štampanom formatu, ali verzija koja se može naći na internetu (URL1 2001) u potpunosti odgovara formatu za štampu. Ova verzija sadrži sve 90 842 zvezde. Digitalna verzija ARIHIP kataloga se može preuzeti sa iste internet adrese ili sa ftp<sup>5</sup> servera Astronomskog istraživačkog instituta (Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg, nem.) u Hejdelbergu, ili sa internet stranice servisa za astronomske kataloge – CDS (Centre de Données astronomiques Strasbourg, fr.) u Strasburu. Format digitalne verzije ARIHIP kataloga je, u osnovi, isti kao i digitalne verzije HIPPARCOS kataloga što olakšava korišćenje ARIHIP kataloga u već postojećim kompjuterskim programima prilagođenim za HIPPARCOS katalog.

### 3.10 Opis polja u katalogu ARIHIP

**Polje 1:** HIP broj

Numeracija zvezde u HIPPARCOS katalogu (ESA 1997). Numeracija prati porast rektascenzije  $\alpha$  za epohu J1991,25 (ne za J2000,0!).

**Polje 2:** FK6 broj

Numeracija zvezde u FK6 katalogu (Wielen et al. 1999d, 2000a). Numeracija je ista kao u FK5 katalogu.

**Polje 3:** Oznaka podskupa FK6 kataloga

**BA** = osnovna FK5 zvezda (Fricke et al. 1988)

**BX** = sjajna zvezda iz proširenja FK5 kataloga (Fricke et al. 1991)

**FX** = slaba zvezda iz proširenja FK5 kataloga (Fricke et al. 1991)

<sup>5</sup>File Transfer Protocol, eng.

**Tabela 3.6:** Greške sopstvenog kretanja zvezda ARIHIP kataloga u funkciji od prividnih veličina (SI moda). Usrednjena standardna devijacija sopstvenog kretanja (jedinice:  $\text{mas godina}^{-1}$ ).

$m_V^{\min} - m_V^{\max}$	HIPPARCOS		ARIHIP	
	sve	astrom. izvrsne	sve	astrom. izvrsne
– 0,50	0,57		0,28	
0,51– 1,50	0,53	0,53	0,21	0,21
1,51– 2,50	0,61	0,61	0,30	0,30
2,51– 3,50	0,66	0,66	0,30	0,29
3,51– 4,50	0,67	0,66	0,38	0,39
4,51– 5,50	0,65	0,65	0,45	0,47
5,51– 6,50	0,67	0,67	0,55	0,55
6,51– 7,50	0,75	0,74	0,63	0,63
7,51– 8,50	0,88	0,88	0,73	0,72
8,51– 9,50	1,09	1,09	0,83	0,83
9,51– 10,50	1,45	1,45	1,06	1,05
10,51– 11,50	2,13	2,06	1,54	1,39
11,51– 12,50	3,50	2,79	3,18	1,89
12,51– 13,50	5,34	4,55	5,31	1,83
13,51– 14,50	13,15		13,15	
Sve–	1,13	1,08	0,89	0,82

**RS** = zvezda iz FK4, ali sa popraavljenim položajem i sopstvenim kretanjem (katalog RSup, Schwan et al. 1993).

**Polje 4:** GC broj

Numeracija zvezde u GC katalogu (Boss et al. 1937).

**Polje 5:** Odabrani katalog

Astrometrijski podaci dati u ARIHIP katalogu preuzeti su iz kataloga datog u ovom polju:

**F61** = FK6, deo I (Wielen et al. 1999d)

**F63** = FK6, deo III (Wielen et al. 2000a)

**GCH** = GC+HIP (Wielen et al. 2001b)

**T2H** = TYC2+HIP (Wielen et al. 2001c)

**HIP** = HIPPARCOS (ESA 1997).

**Polja 6-15:** Polja od 6-15 sadrže ARIHIP rezultate u SI modi.

**Polje 6:**  $\alpha$  J2000,0 (SI moda)

Rektascenzija zvezde  $\alpha$  za epohu i ekvinokcj J2000,0 u ICRS/HIPPARCOS sistemu za ARIHIP-ovu SI modu. U katalogu pripremljenom za štampu rektascenzija je data u konvencionalnim seksagezimalnim jedinicama za vreme (časovi, minuti, sekunde). U digitalnoj verziji ARIHIP kataloga, rektascenzija je data i u stepenima i decimalnim delovima stepena. U katalogu se koristi notacija  $\alpha_* = \alpha \cos \delta$ , kao i u HIPPARCOS katalogu.

**Tabela 3.7:** Greške položaja zvezda ARIHIP kataloga u funkciji od prividnih veličina (SI moda). Usrednjena standardna devijacija položaja (jedinice: mas).

$m_V^{\min}-m_V^{\max}$	HIPPARCOS		ARIHIP	
	sve	astrom. izvrsne	sve	astrom. izvrsne
– 0,50	0,46		0,46	
0,51– 1,50	0,46	0,46	0,46	0,46
1,51– 2,50	0,51	0,52	0,50	0,52
2,51– 3,50	0,55	0,54	0,54	0,54
3,51– 4,50	0,54	0,53	0,53	0,53
4,51– 5,50	0,53	0,53	0,53	0,53
5,51– 6,50	0,55	0,55	0,55	0,54
6,51– 7,50	0,60	0,60	0,60	0,60
7,51– 8,50	0,71	0,71	0,71	0,70
8,51– 9,50	0,87	0,86	0,86	0,86
9,51–10,50	1,14	1,14	1,13	1,13
10,51–11,50	1,62	1,57	1,61	1,56
11,51–12,50	2,54	2,20	2,54	2,18
12,51–13,50	3,98	3,31	3,98	3,31
13,51–14,50	9,90		9,90	
Sve–	0,85	0,81	0,84	0,81

**Polje 7:**  $\delta$  J2000,0 (SI moda)

Deklinacija zvezde  $\delta$  za epohu i ekvinokcijum J2000,0 u ICRS/HIPPARCOS sistemu za ARIHIP-ovu SI modu. U katalogu pripremljenom za štampu deklinacija je data u konvencionalnim seksagezimalnim jedinicama (stepeni, minuti, sekunde). U mašinskidigitalnoj verziji ARIHIP kataloga, deklinacija je data i u stepenima i decimalnim delovima stepena.

**Polje 8:**  $\mu_{\alpha^*}$  J2000,0 (SI moda)

Komponenta sopstvenog kretanja zvezde  $\mu_{\alpha^*}$  za komponentu položaja  $\alpha^*$  za epohu i ekvinokcijum J2000,0 u ICRS/HIPPARCOS sistemu za ARIHIP-ovu SI modu. Umesto konvencionalnog načina prikazivanja  $\mu_{\alpha}$ , ARIHIP katalog daje  $\mu_{\alpha^*} = \mu_{\alpha} \cos \delta$  u lučnim milisekundama po godini (mas godina<sup>-1</sup>).

**Polje 9:**  $\mu_{\delta}$  J2000,0 (SI moda)

Komponenta sopstvenog kretanja zvezde  $\mu_{\delta}$  za komponentu položaja  $\delta$  za epohu i ekvinokcijum J2000,0 u ICRS/HIPPARCOS sistemu za ARIHIP-ovu SI modu. Umesto konvencionalnog načina prikazivanja  $\mu_{\delta}$ , ARIHIP katalog daje  $\mu_{\delta}$  u lučnim milisekundama po godini (mas godina<sup>-1</sup>).

**Polje 10:**  $T_{\alpha}$  (SI moda)

Centrlna epoha  $T_{\alpha}$  u rektascenziji  $\alpha$  zvezde u SI modi. U katalogu je data vrednost  $T_{\alpha} - 1900$  radi uštede prostora prilikom štampanja. Jedinice: godina.

**Polje 11:**  $\varepsilon_{\alpha^*}$  (SI moda)

Srednja greška  $\varepsilon_{\alpha^*}$  u  $\alpha^*$  za centrlnu epohu  $T_\alpha$  (dato u polju 10) u rektascenziji  $\alpha$  u SI modi. Jedinice: lučna milisekunda (mas).

**Polje 12:**  $\varepsilon_{\mu\alpha^*}$  (SI moda)

Srednja greška  $\varepsilon_{\mu\alpha^*}$  u  $\mu_{\alpha^*}$  zvezde u SI modi. Jedinice: lučna milisekunda po godini (mas godina<sup>-1</sup>).

**Polje 13:**  $T_\delta$  (SI moda)

Centrlna epoha  $T_\delta$  u rektascenziji  $\delta$  zvezde u SI modi. U katalogu je data vrednost  $T_\delta - 1900$  radi uštede prostora prilikom štampanja. Jedinice: godina.

**Polje 14:**  $\varepsilon_\delta$  (SI moda)

Srednja greška  $\varepsilon_\delta$  u  $\delta$  za centrlnu epohu  $T_\delta$  (dato u polju 13) u SI modi. Jedinice: lučna milisekunda (mas).

**Polje 15:**  $\varepsilon_{\mu\delta}$  (SI moda)

Srednja greška  $\varepsilon_{\mu\delta}$  u  $\mu_\delta$  zvezde u SI modi. Jedinice: lučna milisekunda po godini (mas godina<sup>-1</sup>).

**Polje 16:** Paralaksa  $p$

Paralaksa zvezde  $p$  korišćena za izračunavanje podataka o zvezdi u katalogu iz koga je zvezda odabrana za ARIHIP. Paralaksa je ili HIPPARCOS-ova, ili fotometrijska/spektroskopska. Jedinice: lučna milisekunda (mas).

**Polje 17:**  $\varepsilon_p$

Srednja greška  $\varepsilon_p$  paralakse  $p$ . Jedinice: lučna milisekunda (mas).

**Polje 18:**  $K_p$

Oznaka izvora paralakse  $p$ :

**H** = HIPPARCOS katalog (ESA 1997)

**P** = fotometrijska/spektroskopska paralaksa.

**Polje 19:**  $v_r$

Radijalna brzina  $v_r$  zvezde, korišćena za izračunavanje nelinearnih efekata. Jedinice: km s<sup>-1</sup>.

**Polje 20:**  $m_V$

Prividna vizuelna magnituda zvezde  $m_V$ , preuzeta iz HIPPARCOS kataloga.

**Polje 21:**  $K_m$

Oznaka o promenljivosti sjaja zvezde, preuzeta iz HIPPARCOS kataloga (HIP polje H6):

**blanko** = zvezda nije promenljiva

**1** = promenljiva zvezda sa nivoom promenljivosti  $< 0^m, 06$

**2** = promenljiva zvezda sa nivoom promenljivosti  $0^m, 06 - 0, 6$

**3** = promenljiva zvezda sa nivoom promenljivosti  $> 0^m, 6$

**Polje 22:**  $K_{bin}$

Oznaka dvojne prirode objekta:

$$K_{bin} = d_1 d_2 = 10 d_1 + d_2$$

Prva cifra  $d_1$  daje informaciju o dvojnoj prirodi objekta baziranoj na razlici u sopstvenom kretanju  $\Delta\mu$ . Metoda i značenje odgovarajućeg test parametra  $F$  objašnjeni su u Wielen et al. (1999a).

- 1 = sve vrednosti test parametra  $T$  su manje od 2,49
- 2 = najmanje jedna vrednost test parametra  $T$  je veća od 3,44
- 3 = svi ostali slučajevi
- 4 = nema dovoljno podataka za izračunavanje test parametra  $F$

Druga cifra  $d_2$  daje informaciju o dvojnoj prirodi objekta baziranoj na drugim metodama. Ako podaci ukazuju na različite vrste dvojnosti, dat je astrometrijski podatak koji ima najveći uticaj.

- 1 = indikator jednostruke zvezde
- 2 = zvezda je član vizuelno dvojnih, ili je objekat razdvojen pomoću interferometrije
- 3 = postoji sumnja da je objekat vizuelno dvojna zvezda
- 4 = zvezda ima najmanje jednog vizuelnog pratioca sa  $\rho < 60$  sec
- 5 = zvezda ima najmanje jednog vizuelnog pratioca sa  $\rho \geq 60$  sec
- 6 = astrometrijski dvojna
- 7 = spektroskopski dvojna sa poznatom orbitom, ili eklipsno dvojna
- 8 = radijalna brzina zvezde je promenljiva (ukazuje na spektroskopski dvojni), ili ima kombinovani spektar
- 9 = postoji mogućnost da je radijalna brzina zvezde promenljiva (ukazuje na moguću spektroskopski dvojni); postoji mogućnost da objekat ima kombinovani spektar; postoje neki drugi slabi indikatori dvojnosti ili postoji mogućnost da zvezda ima planetu – pratioca.

**Polje 23:**  $K_{\Delta\mu}$

Oznaka za dvojni prirodu objekta bazirana na razlikama u sopstvenom kretanju:

- 1 = kandidat za jednostruku zvezdu
- 2 =  $\Delta\mu$  dvojna
- blank = neodređeno (između 1 i 2), ili na dvojni prirodu ukazuju drugi podaci koji ne dozvoljavaju da se zvezda klasifikuje kao kandidat za jednostruku zvezdu.

**Polje 24:**  $K_{ae}$

Oznaka za astrometrijski izvrsnu zvezdu:

- 1 = astrometrijski izvrsna zvezda sa rangom \*\*\*
- 2 = astrometrijski izvrsna zvezda sa rangom \*\*
- 3 = astrometrijski izvrsna zvezda sa rangom \*



**blanko** = zvezda nije klasifikovana kao astrometrijski izvrsna

**Polja 25–41:**

Ova polja se odnose na mode za određivanje/predviđanje položaja na dugi vremenski period (LTP) i na kratki vremenski period (STP). Kako su u radu korišćeni podaci samo za SI modu, čitalac se upućuje na Wielen et al. (2001d).

**Polje 42:** Broj primedbi

Broj primedbi daje reference na primedbe date u delu I ili III Fundamentalnog kataloga 6 (FK6).



## GLAVA 4

# Uzorak

Standardni astrometrijski model za pojedinačnu zvezdu podrazumeva relativno uniformno kretanje u prostoru u odnosu na baricentar Sunčevog sistema. Kretanje zvezde, za proizvoljnu epohu  $T_0$  određeno je sa šest sledećih parametara:

- pravac ka zvezdi u odnosu na baricentar određen rektascenzijom ( $\alpha$ ) i deklinacijom ( $\delta$ );
- godišnja paralaksa ( $\pi$ ) iz koje se izračunava udaljenost od koordinatnog početka,  $(\sin \pi)^{-1}$ , u astronomskim jedinicama;
- stopa promene pravca baricentričnih koordinata izražena kao sopstveno kretanje komponenta  $\mu_{\alpha*} = \mu_{\alpha} \cos \delta$  i  $\mu_{\delta}$ , u ugaonoj meri po jedinici vremena i
- radijalna brzina  $v_r$ , u dužnoj meri po jedinici vremena.

Od nabrojanih šest parametara, jedino je radijalna brzina, u najvećem broju slučajeva, dobijena spektroskopskim metodama, dok su ostali parametri rezultat astrometrijskih posmatranja.

Katalog ARIHIP, zbog svoje izuzetne tačnosti, daje mogućnost ponovnog ispitivanja fundamentalnih podataka kimenatike Sunčeve okoline. Iz ovog kataloga je moguće izdvojiti uzorak zvezda koji je oslobođen od nepoželjnih uticaja na kinematičko razmatranje. U tom cilju je izvršena selekcija zvezda na osnovu nekoliko kriterijuma. Od ukupno 90 842 zvezde, koje sadrži katalog ARIHIP, izdvojeno je 4614.

### 4.1 Kriterijumi za selekciju uzorka

- (i) Najjači eliminacioni faktor je nepostojanje radijalne brzine u katalogu ARIHIP za većinu zvezda (polje 19, str. 39). Od ukupnog broja zvezda u katalogu ARIHIP, samo 15 901 zvezda ima podatak o radijalnoj brzini, što iznosi oko 17,5%.

- (ii) Iz dobijenog skupa zvezda, isključene su one za koje postoje indicije dvojnosti, tj. višestrukosti. Ovaj efekat utiče na obe komponente prostorne brzine, i tangencijalnu i radijalnu. Polje 22 kataloga ARIHIP se sastoji od dva potpolja,  $d_1$  i  $d_2$ , gde prvo daje informaciju o eventualnoj dvojnosti objekta baziranoj na razlici u sopstvenom kretanju  $\Delta\mu$ , dok je drugo potpolje bazirano na drugim metodama. Za oba potpolja odabrani su kodovi sa vrednošću 1, što predstavlja najstroži selekcionni kriterijum u pogledu dvojnosti (vidi odeljak 3.3, str. 30). Kada su isključene sve zvezde koje u polju 22 nemaju kôd  $K_{bin} = 11$ , preostalo je 8620 od 15901, tj. oko 54%.
- (iii) Promenljivost sjaja zvezda utiče na radijalnu brzinu, pa su stoga isključene zvezde koje u polju 21 (vidi str. 39) imaju kôd 2 ili 3, tj. zadržane su sve one koje nisu promenljive,  $K_m = \text{blank}$ , i one kod kojih je nivo promenljivosti manji od 0,06 magnituda,  $K_m = 1$ . Posle ove selekcije preostalo je 7645 zvezda.
- (iv) Sledeći kriterijum su bili astrometrijski podaci. Isključene su zvezde sa najnižim rangom izvrsnosti (vidi paragraf 3.5, str. 31), tj. one koje u polju 24 imaju kôd  $K_{ae} = 1$ , ili  $K_{ae} = \text{blank}$ . Od 7645 zvezda preostalo je 7524.
- (v) Poslednji kriterijum za formiranje konačnog uzorka je bila vrednost paralakse, tj. udaljenosti zvezde. Isključene su sve zvezde čija je trigonometrijska paralaksa  $\pi \leq 5$  mas, tj. čija je udaljenost veća od 200 pc, jer je za udaljenije zvezde greška paralakse sve veća (polje 16, vidi str. 39). Ova selekcija je svela uzorak na 4614 zvezda.

## 4.2 Karakteristike uzorka

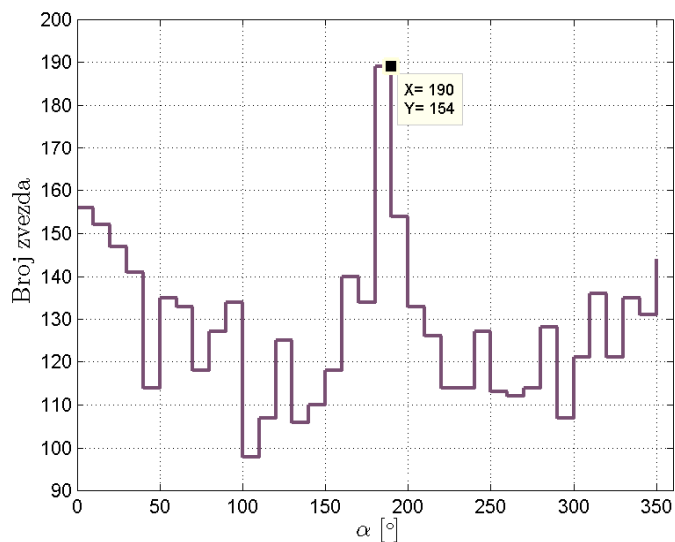
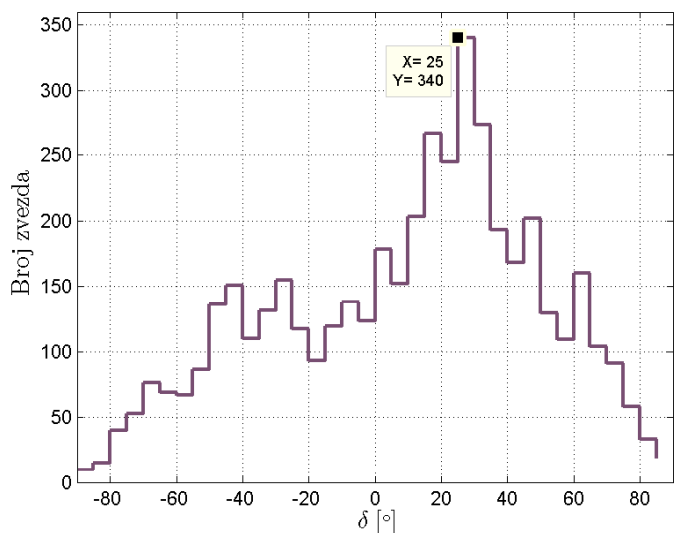
Radi kompletnog sagledavanja kvaliteta uzorka, u ovom poglavlju su date statističke karakteristike uzorka kao celine.

### 4.2.1 Položaj

Na slici 4.1(a) je dat histogram položaja zvezda po rektascenziji, a na slici 4.1(b) po deklinaciji. Gustina zvezda uzorka po kvadratnom stepenu nebeske sfere je oko 0,1.

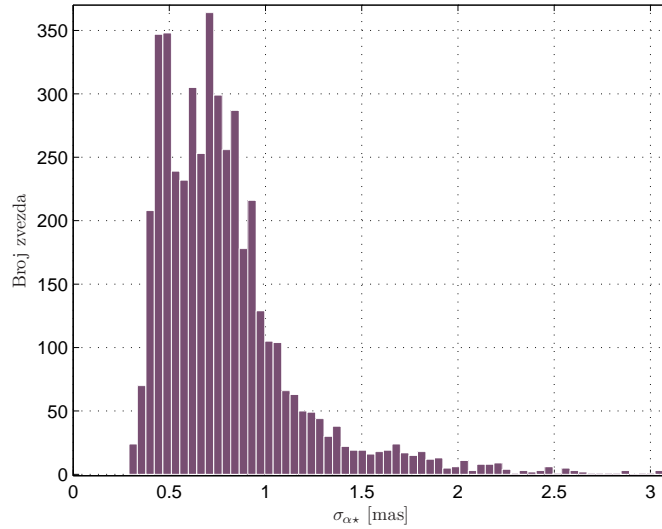
Srednja standardna devijacija baricentričnih položaja zvezda iz uzorka po rektascenziji je  $\langle\sigma_{\alpha^*}\rangle = (0,8 \pm 0,4)$  mas, a po deklinaciji  $\langle\sigma_{\delta}\rangle = (0,6 \pm 0,3)$  mas. Kao posledica kriterijuma za selekciju uzorka standardna devijacija položaja zvezda je bolja nego za sve astrometrijski izvrsne zvezde u katalogu ARIHIP (vidi tabelu 3.5, str. 35). Histogrami su dati na slikama 4.2(a) i 4.2(b).

Položaj zvezda u galaktičkom koordinatnom sistemu dobijen je primenom procedure, opisane u odeljku 2.2.1 (str. 17), za transformaciju koordinata iz nebeskog ekvatorskog koordinatnog sistema u galaktički. U tu svrhu je napisan MATLAB skript `xyz2uvw.m` (vidi dodatak D).

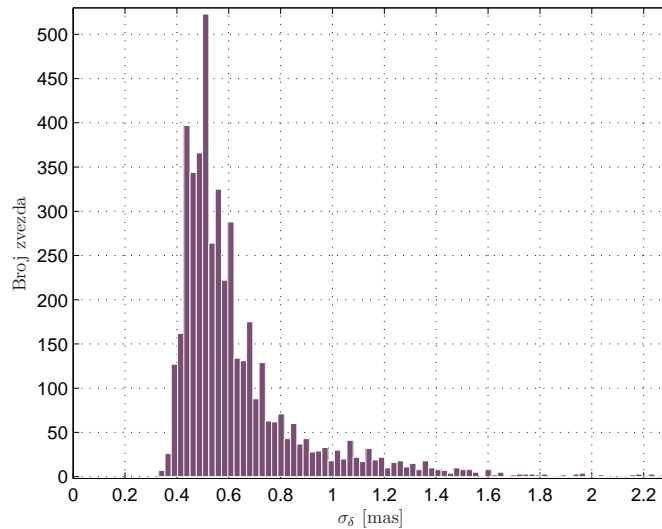
(a) Broj zvezda u intervalima od po  $10^\circ$  po rektascenziji ( $\alpha$ ).(b) Broj zvezda u intervalima od po  $5^\circ$  po deklinaciji ( $\delta$ ).**Slika 4.1:** Histogrami položaja zvezda.

### 4.2.2 Paralaksa

Trigonometrijske paralakse u katalogu ARIHIP su preuzete iz kataloga HIPPARCOS, ili, ako su fotometrijske ili spektralne, iz drugih izvora. Izdvojeni uzorak sadrži samo trigonometrijske paralakse, dakle, sve su preuzete iz kataloga HIPPARCOS (ESA 1997). Na slici 4.3(a) je zbog preglednosti grafika prikazan histogram paralaksi za 4 568 zvezda čije su paralakse  $\pi \leq 100$  mas. Pre-



(a) Histogram standardnog odstupanja po rektascenziji za ceo uzorak.

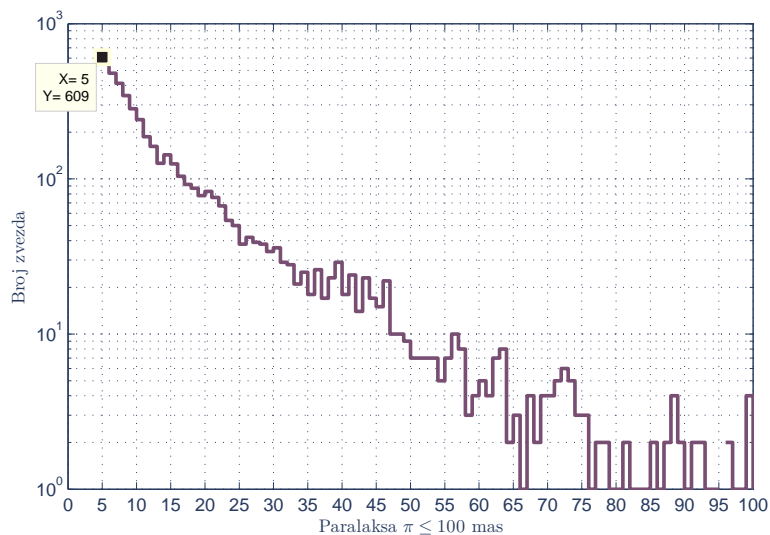
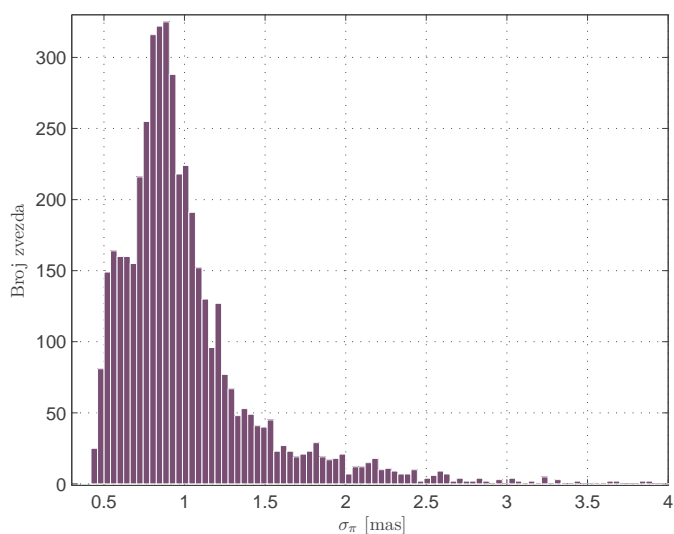


(b) Histogram standardnog odstupanja po deklinaciji za ceo uzorak.

**Slika 4.2:** Histogrami standardnih odstupanja položaja zvezda.

ostalih 40 zvezda ima paralakse u rasponu od 100 do 200 mas, a samo 6 zvezda veće od 200 mas. Najveću paralaksu  $\pi = 336,48$  mas, ima zvezda crveni patuljak (HIP 92403), poznata kao Ross 154, koja se nalazi u istočnom delu sazvežđa Strelac. Srednja vrednost paralaksi uzorka je  $\langle \pi \rangle = 17,08$  mas.

Na slici 4.3(b) je dat histogram standardnih odstupanja paralaksi za ceo uzorak, za svih 4614 zvezda. Usrednjena relativna standardna devijacija paralakse uzorka je  $\langle \frac{\sigma_\pi}{\pi} \rangle = 0,09$  mas. Ovde treba napomenuti da selek-

(a) Histogram paralaksi za  $\pi \leq 100$  mas.

(b) Histogram standardnog odstupanja paralaksi celog uzorka.

**Slika 4.3:** Paralaksa i standardno odstupanje paralakse zvezda.

cija uzorka nije vršena po relativnoj standardnoj devijaciji jer za više od 96% zvezda ona je manja od 0,2 mas; za svega pet zvezda je veća od 0,5 mas. Usrednjena apsolutna standardna devijacija iznosi  $\langle \sigma_\pi \rangle = 0,62$  mas. Srednja apsolutna standardna devijacija paralakse u HIPPARCOS katalogu je 0,97 mas, tj. oko 30% lošija, što je razumljivo kada se uzmu u obzir kriterijumi za selekciju uzorka.

### 4.2.3 Sopstveno kretanje

Na slici 4.4(a) je prikazana komponenta sopstvenog kretanja uzorka u rektascenziji  $\mu_{\alpha^*}$  zaključno sa vrednošću od  $2\,000\text{ mas godina}^{-1}$ . Uzorak sadrži samo tri zvezde koje imaju veće sopstveno kretanje u rektascenziji. Najveću vrednost ima zvezda HIP 114046 i ona iznosi  $6\,766,9\text{ mas godina}^{-1}$ .

Komponenta sopstvenog kretanja po deklinaciji  $\mu_\delta$  prikazana je na slici 4.4(b) počev od vrednosti  $\mu_\delta = -3\,000\text{ mas}$ . Uzorak sadrži samo jednu zvezdu čija je apsolutna vrednost sopstvenog kretanja po deklinaciji veća od ove vrednosti i iznosi  $\mu_\delta = -3\,698\text{ mas}$ ; to je zvezda HIP 36208.

Na slici 4.5(a) je dat histogram standardnog odstupanja sopstvenog kretanja u rektascenziji  $\sigma_{\mu_{\alpha^*}}$ . Srednja vrednost  $\langle\sigma_{\mu_{\alpha^*}}\rangle$  je  $0,76\text{ mas godina}^{-1}$ , što je manje nego za sve astrometrijski izvrsne zvezde u ARIHIP katalogu (vidi tabelu 3.4, str. 35). Ovaj efekat proizlazi iz kriterijuma za selekciju uzorka.

Slična je situacija i kod standardnog odstupanja sopstvenog kretanja u deklinaciji  $\sigma_{\mu_\delta}$ . Srednja vrednost  $\langle\sigma_{\mu_\delta}\rangle$  je  $0,67\text{ mas godina}^{-1}$  (vidi tabelu 3.4, str. 35). Na slici 4.5(b) je dat histogram standardnog odstupanja sopstvenog kretanja u deklinaciji  $\sigma_{\mu_\delta}$ .

### 4.2.4 Radijalna brzina

Radijalne brzine zvezda se kreću u intervalu od  $-398$  do  $+341\text{ km s}^{-1}$ . Srednja vrednost radijalne brzine  $\langle v_r \rangle$  je  $1,4\text{ km s}^{-1}$ . Histogram radijalnih brzina celog uzorka je dat na slici 4.6.

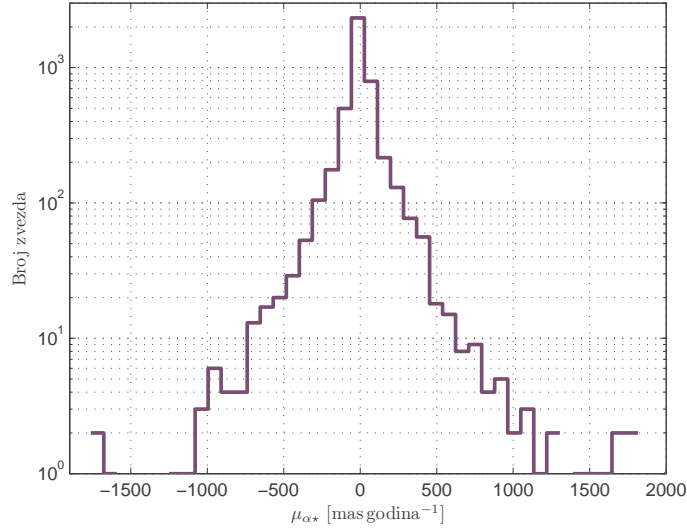
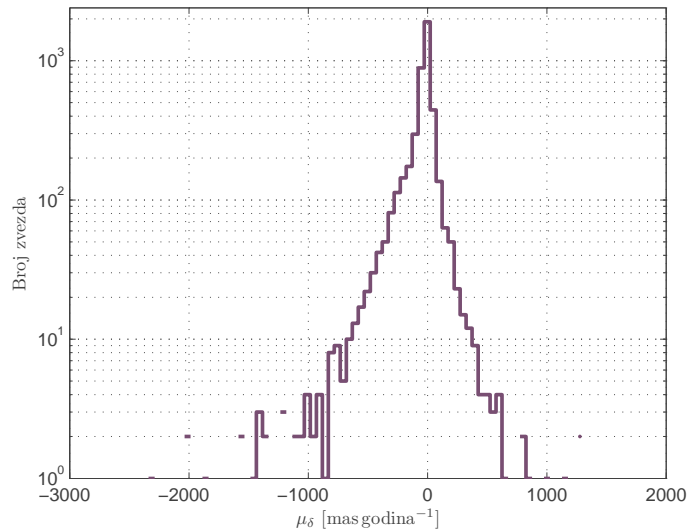
Kao što je nagovešteno u odeljku 2.1.3 (str. 12), najveći problem u formiranju uzorka su bile radijalne brzine, tj. nekompletnost podataka o radijalnoj brzini i standardnoj devijaciji. Za jedan broj zvezda ne postoje podaci o standardnim devijacijama radijalnih brzina, dok su za ostale dati u vidu kôdova a, b, c, d ili e. Oznaka e ukazuje na nepostojanje standardne devijacije. U takvim slučajevima, u skladu sa teorijom grešaka (Drosg 2007), standardna devijacija radijalne brzine je formirana na osnovu poslednje cifre<sup>1</sup> u vrednosti radijalne brzine. Na primer, ako je radijalna brzina data u obliku celog broja, tada joj je pridružena standardna devijacija u vrednosti od  $\pm 5\text{ km s}^{-1}$ , a ako je data u obliku decimalnog broja samo sa desetim delovima jedinice,  $\pm 0,5\text{ km s}^{-1}$ . Možda ovaj način nije najbolje izabran, tj. ne odgovara najbolje stvarnosti, ali je jedini koji smo smatrali ispravnim, te je u tom smislu i upotrebljen.

**Tabela 4.1:** Kôdovi i vrednosti  $\sigma_{v_r}$  preuzeti su iz HIPPARCOS Input kataloga.

	a	b	c	d	e
$\sigma_{v_r} [\text{km s}^{-1}]$	0,5	1,2	2,5	5	—
broj zvezda	133	2 170	810	138	1 363

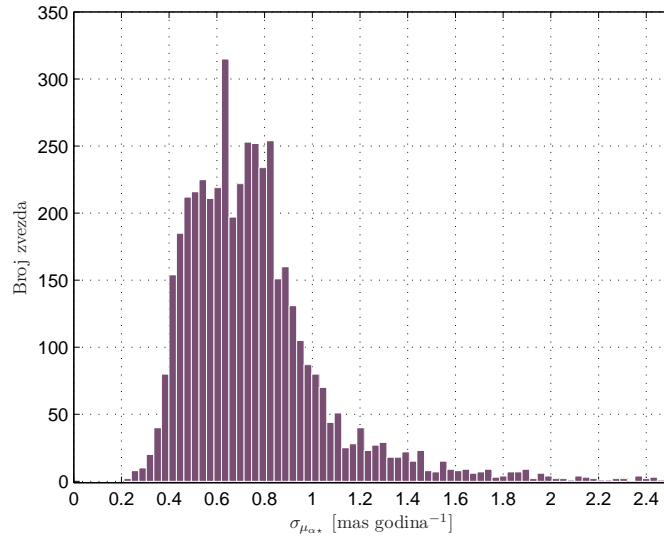
<sup>1</sup>Poslednja cifra u zapisu vrednosti neke veličine bi trebalo da bude ujedno i poslednja značajna, što u ovom slučaju nije sigurno.



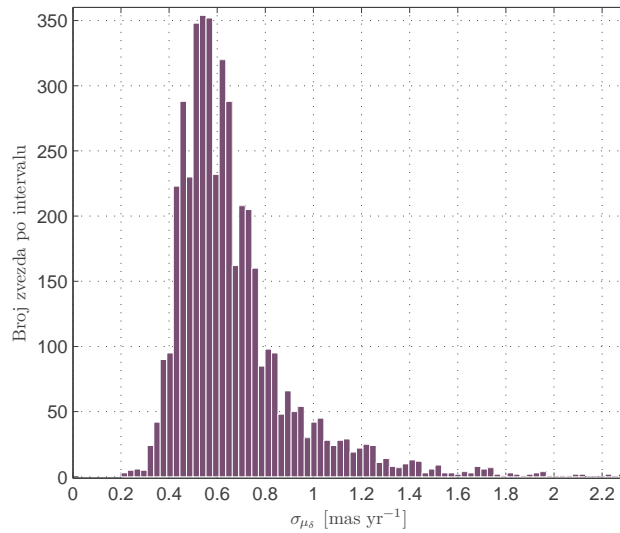
(a) Histogram sopstvenog kretanja po rektascenziji  $\mu_{\alpha^*}$ .(b) Histogram sopstvenog kretanja po deklinaciji  $\mu_{\delta}$ .**Slika 4.4:** Histogrami sopstvenog kretanja.

U tabeli 4.1 je dat broj zvezda uzorka sa odgovarajućim kôdovima za standardne devijacije preuzetih iz HIPPARCOS Input kataloga. Od ukupno 4614 zvezda u uzorku, samo za 3251 taj podatak postoji, tj. za oko 70% zvezda. Usrednjena standardna devijacija  $\langle\sigma_{v_r}\rangle$  za te zvezde iznosi  $1,7 \text{ km s}^{-1}$ . Od preostalih 1363, za 1021 zvezdu je formirana standardna devijacija u vrednosti od  $\pm 0,5 \text{ km s}^{-1}$ , a za  $342 \pm 5 \text{ km s}^{-1}$ , što u srednjem iznosi  $\pm 1,6 \text{ km s}^{-1}$ .

U tabeli 4.2 je data raspodela standardnih devijacija  $\sigma_{v_r}$  radijalnih brzi-



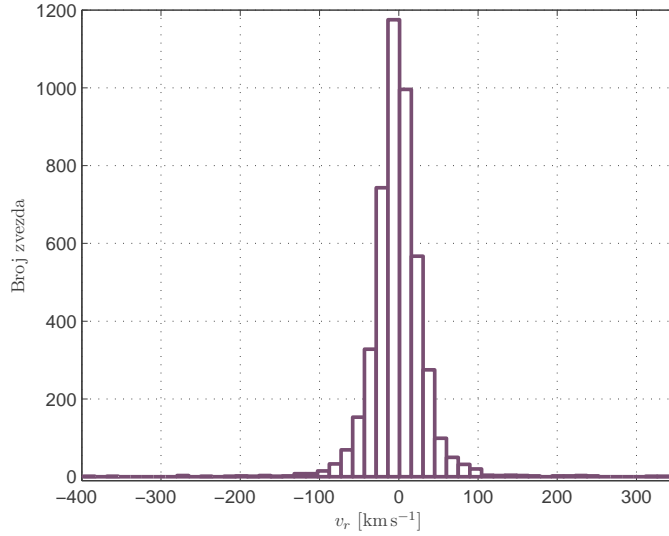
(a) Histogram standardnog odstupanja sopstvenog kretanja u rektascenziji  $\sigma_{\mu_{\alpha^*}}$ .



(b) Histogram standardnog odstupanja sopstvenog kretanja u deklinaciji  $\sigma_{\mu_{\delta}}$ .

**Slika 4.5:** Histogram standardnog odstupanja sopstvenog kretanja.

na za ceo uzorak, tj. za svih 4614 zvezda. Srednja vrednost  $\langle \sigma_{v_r} \rangle$  za ceo uzorak je  $1,6 \text{ km s}^{-1}$ . Uočimo da je srednja vrednost za ceo uzorak nešto manja (za  $0,1 \text{ km s}^{-1}$ ) od dela uzorka preuzetog iz HIPPARCOS Input kataloga, što je posledica naknadno pridruženih standardnih devijacija radijalnih brzina.



Slika 4.6: Histogram radijalnih brzina.

Tabela 4.2: Kódomi i vrednosti  $\sigma_{v_r}$  za ceo uzorak (sa naknadno pridruženim vrednostima).

	a	b	c	d	e
$\sigma_{v_r}$ [km s <sup>-1</sup> ]	0,5	1,2	2,5	5	–
broj zvezda	1 154	2 170	810	480	–

#### 4.2.5 ( $B - V$ )

Bez sumnje, najvažnija zavisnost među fizičkim karakteristikama zvezda je Hercšprung–Raselov (HR) dijagram koji su, nezavisno jedan od drugog, otkrili Danac E. Hercšprung 1911. i Amerikanac H. N. Rasel 1913. godine. HR dijagram je odigrao izuzetno važnu ulogu u razvoju i razumevanju evolucije zvezda omogućavajući testiranje teorija evolucije zvezda, i služeći kao bridak alat u pručavanju evolucije Mlečnog puta kao celine.

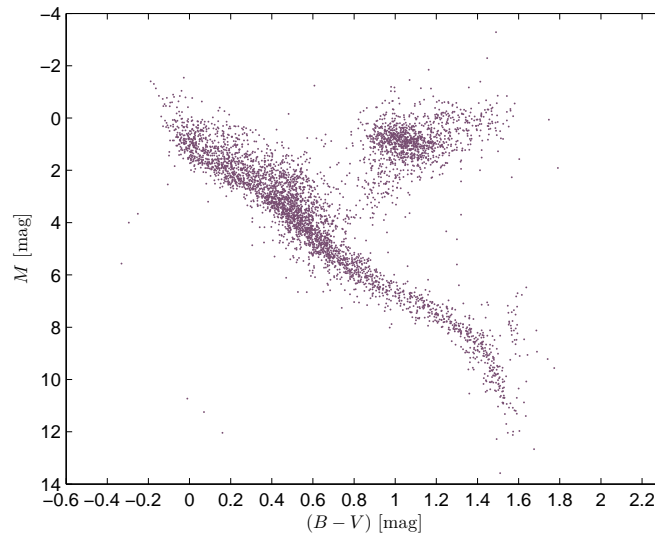
U svojoj originalnoj formi, HR dijagram je bio konstruisan kao grafik sa apsolutnom vizuelnom veličinom na ordinati i spektralnim tipom zvezde na apscisi. Kasnije su razvijeni drugi, pogodniji tipovi HR dijagrama, naročito oni u kojima je diskretna veličina – spektralni tip, zamenjena nekom kontinualnom koordinatom. Sa posmatračkog stanovišta, najpogodniji oblik HR dijagrama je indeks boje – apsolutna veličina (CM, color-magnitude, eng.). Na ordinatu je moguće naneti i prividnu veličinu, ali je onda neophodno pretpostaviti da se sve zvezde nalaze na istoj udaljenosti<sup>2</sup>. S obzirom na to da MK<sup>3</sup> spektralna klasa jednoznačno određuje boju zvezde, CM dijagram je ekvivalentan klasičnom HR dijagramu. Sa teorijskog stanovišta najpogodniji oblik HR di-

<sup>2</sup>Ova pretpostavka ima opravdanja, recimo, za zvezdana jata i sl.

<sup>3</sup>Dvoparametarska (spektralna klasa i luminoznost) spektralna klasifikacija koju su razvili Morgan, Keenan i Kellerman 1943. godine.

jagrama je tzv. teorijski CM dijagram kod koga je na ordinati logaritam luminoznosti u jedinicama Sunčeve luminoznosti  $\log(L/L_{\odot})$ , a na apscisi efektivna temperatura,  $T_{\text{eff}}$ . Kako sve zvezde određene MK spektralne klase imaju istu luminoznost i efektivnu temperaturu, teorijski CM dijagram je ekvivalentan HR dijagramu, pa tako i CM dijagramu. Da bi se napravila kvantitativna korespondencija između teorijskog i klasičnog CM dijagrama, neophodno je poznavanje relacije između efektivne temperature (MK spektralna klasa) i bolometrijske popravke (MK spektralna klasa) sa veoma dobrom preciznošću. Uspostavljanje ove relacije dovodi do značajnih astrofizičkih problema (detaljnije vidi u: Binney & Merrifield 1998, paragraf 5.1.1).

Na slici 4.7 je prikazan CM dijagram za svih 4614 zvezda iz uzorka. Indeks boje nije uključen u katalogu ARIHIP pa je ovaj podatak preuzet iz kataloga HIPPARCOS. Za 3065 zvezda indeks boje je dobijen pomoću posmatranja sa Zemlje, a za preostalih 1549 iz posmatranja obavljenih pomoću TYCHO eksperimenta.



Slika 4.7: CM dijagram (indeks boje–apsolutna zvezdana veličina).

Zvezde na dijagramu nisu slučajno raspoređene, već se grupišu u takozvane nizove. Najveći broj zvezda je grupisan duž glavnog niza koji se proteže od O, luminoznih, toplih, plavih zvezda prema M, slabim, hladnim, crvenim, zvezdama-patuljcima. Niz subdžinova se priključuje glavnom nizu na  $(B - V) \approx 0,7$  i  $M \approx 4$ , produžava se horizontalno do  $(B - V) \approx 1$ , gde zvezde naglo kreću naviše ka grani crvenih džinova. Ova grana, gana crvenih džinova, počinje svoje širenje u oblasti od  $(B - V) \approx 1$  i luminoznosti  $M \approx 3,7$  (oko 30 puta sjajnije od glavnog niza), ka hladnijim i sjajnijim zvezdama. Veliko povećanje gustine zvezda se uočava na  $(B - V) \approx 1,1$  i  $M \approx 1$ , takozvana crvena grupa. U oblasti  $(B - V) \approx 0$   $M \approx 12$  uočava se grupa belih patuljaka, slabih ali toplih zvezda. Oblast između glavnog niza i grane crvenih džinova na  $M \sim 1$ , poznata kao Hercšprungov procep, je skoro potpuno lišena zvezda.

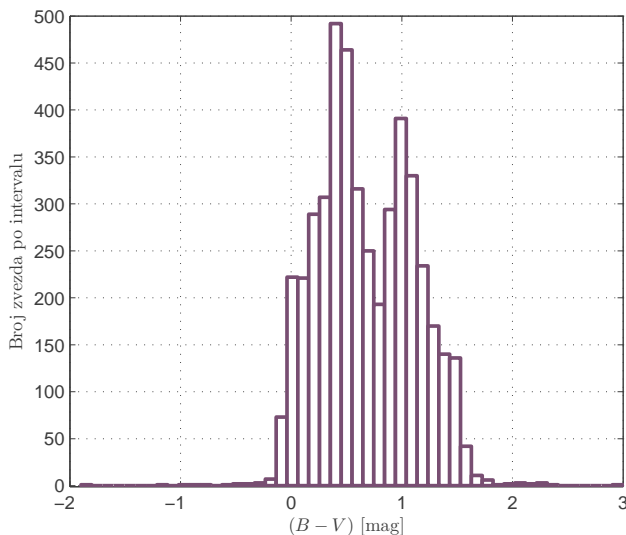
Apsolutna zvezdana veličina  $M$  je izračunata iz Pogsonovog zakona:

$$M = m + 5 + 5 \log \pi,$$

gde je  $m$  prividna vizuelna zvezdana veličina preuzeta iz kataloga HIPPARCOS, a  $\pi$  trigonometrijska paralaksa iz istog kataloga. Apsorpcija međuzvezdane sredine nije uzeta u obzir jer se sve zvezde nalaze na rastojanjima manjim od 200 pc, te se može zanemariti.

Dobijeni CM dijagram uzorka u potpunosti odgovara CM dijagramu HIPPARCOS kataloga konstruisanog na osnovu 20 853 zvezde sa  $\sigma_\pi/\pi < 0,1$  i  $\sigma_{B-V} < 0^m,025$  (slika 3 u članku Perryman et al. 1997). Ovaj podatak sugerira zaključak da je uzorak reprezentativan u smislu fizičkih parametara zvezda, tj. da sadrži širok opseg različitih vrsta zvezda koje se nalaze u Sunčevoj okolini.

Na slici 4.8 je dat histogram indeksa boje  $(B - V)$  gde je širina svakog intervala  $0^m,1$ . Na histogramu se jasno uočavaju dva maksimuma, na  $(B - V) = 0^m,5$  i  $(B - V) = 1^m$  između kojih se, na  $(B - V) = 0^m,8$  nalazi Hercšprungov procep.



Slika 4.8: Histogram  $(B - V)$ .

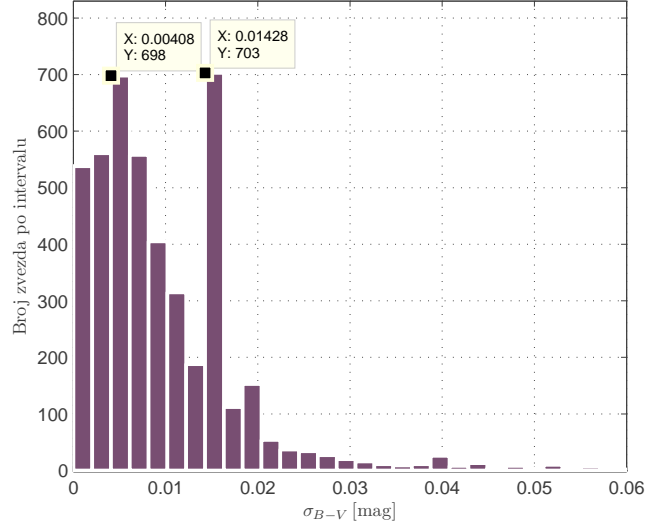
Standardna devijacija je računata po formuli:

$$\sigma_V = \sqrt{1,09 \sigma_{V_T}^2 + 0,09 \sigma_{B_T}^2},$$

a ako su standardne devijacije za  $B_T$  i  $V_T$  veće od oko 0,1 magnituda, tada je korišćena formula:

$$\sigma_{(B-V)} = G \cdot \sigma_{(B-V)_T} \simeq G \cdot \sqrt{\sigma_{V_T}^2 + \sigma_{B_T}^2}.$$

Vrednosti faktora  $G$  koji predstavlja lokalni koeficijent pravca krive  $(B - V)_T = f[(B - V)]$  dobijene splajn interpolacijom, date su u tabeli 2.1 (str. 16).

Slika 4.9: Histogram  $\sigma_{B-V}$ .

Na slici 4.9 je dat histogram pozitivne grane vrednosti standardne devijacije indeksa boje  $\sigma_{B-V}$  do  $0^m,06$ , zbog preglednosti grafika, što obuhvata 4540 zvezda. Za preostale 74 zvezde je  $0^m,062 < \sigma_{B-V} < 0^m,51$ . Srednja vrednost standardne devijacije  $\langle \sigma_{B-V} \rangle$  je  $0^m,006$ .

#### 4.2.6 Prostorna brzina

Komponente prostorne brzine  $\vec{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  i intenzitet prostorne brzine  $\|\vec{v}\| \equiv v$  u koordinatnom sistemu  $S_{\odot}$  kao i njihove standardne devijacije, dobijene su procedurom opisanom u odeljku 2.2.1, str. 17. U tu svrhu je napisan MATLAB skript `xyzdot.m` (vidi dodatak D). Skup ulaznih veličina je:

$$\{\alpha, \delta, \mu_{\alpha*}, \sigma_{\mu_{\alpha*}}, \mu_{\delta}, \sigma_{\mu_{\delta}}, \pi, \sigma_{\pi}, v_r, \sigma_{v_r}\},$$

gde su  $(\alpha, \delta)$  date u stepenima u decimalnom zapisu, veličine koje se odnose na sopstveno kretanje u lučnim milisekundama po godini, paralaksa i standardna devijacija paralakse u lučnim milisekundama], a radijalna brzina i njena standardna devijacija u kilometrima po sekundi. Skup izlaznih veličina je:

$$\{\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \sigma_{\dot{x}}, \sigma_{\dot{y}}, \sigma_{\dot{z}}, v, \sigma_v\},$$

sve dobijene veličine su u  $[\text{km s}^{-1}]$ . Na slici 4.10(a) su prikazane komponente sopstvenog kretanja u dvodimenzionalnim koordinatnim sistemima čije su ose kombinacije po dve komponente prostornih brzina. Zapaža se veliko grupisanje zvezda pri čemu u svakoj ravni postoji i po široki rep rasutih zvezda.

Formula za izračunavanje standardnog odstupanja prostorne brzine je izve-

dena uobičajenim postupkom i glasi:

$$\begin{aligned}\sigma_v^2 &= \left(\frac{\partial v}{\partial \dot{x}}\right)^2 \sigma_{\dot{x}}^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \dot{y}}\right)^2 \sigma_{\dot{y}}^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial \dot{z}}\right)^2 \sigma_{\dot{z}}^2 = \\ &= \left(\frac{1}{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}\right) (\dot{x}^2 \sigma_{\dot{x}}^2 + \dot{y}^2 \sigma_{\dot{y}}^2 + \dot{z}^2 \sigma_{\dot{z}}^2),\end{aligned}$$

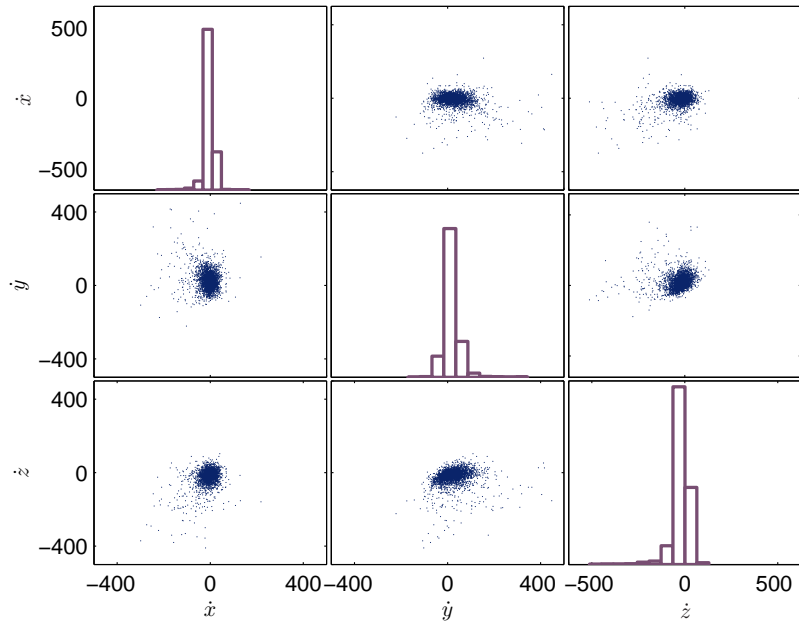
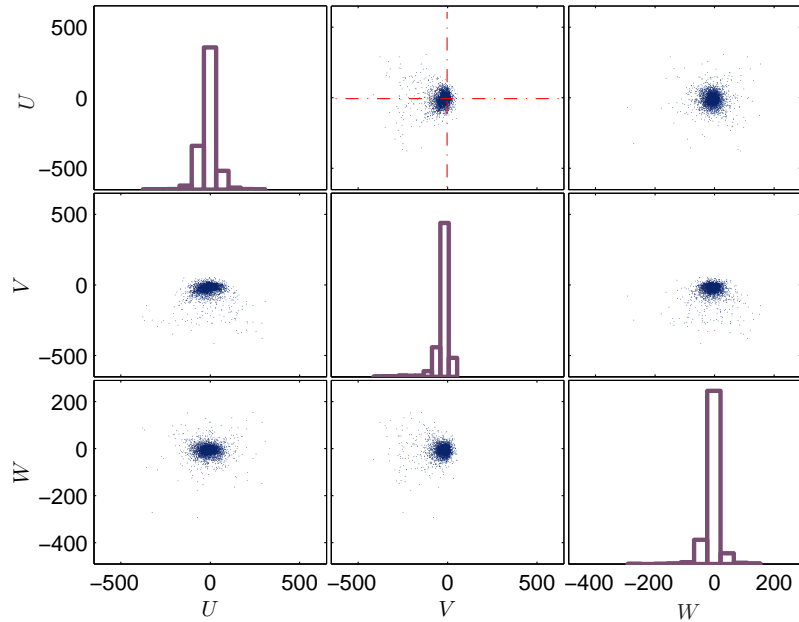
gde je prostorna brzina  $v = (\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)^{1/2}$ .

Slična procedura primenjena je i za dobijanje komponenta prostorne brzine u pravouglom koordinatnom sistemu  $S_g$  konstruisanom na bazi sfernog galaktičkog koordinatnog sistema (vidi odeljak 2.2.1, str. 17). U literaturi je uobičajeno da se te komponente označavaju velikim slovima latinice  $U, V, W$ , te će i ovde tako biti označene. U tu svrhu je napisan MATLAB skript `uvwdot.m` (vidi dodatak D). Skup ulaznih veličina je isti kao u prethodnom slučaju, a skup izlaznih je  $\{U, V, W, \sigma_U, \sigma_V, \sigma_W, v, \sigma_v\}$ ; u MATLAB skript je dodata subrutina za transformaciju koordinata iz nebeskog ekvatorskog u galaktički koordinatni sistem (vidi jednačinu 2.2.2, str. 18). Dakle, kao rezultat ovog programa dobijaju se komponente prostorne brzine, intenziteti prostornih brzina i njihove standardne devijacije. Na isti način kao i za prostornu brzinu u  $S_\odot$  izvedena je formula i izračunate su standardne devijacije po komponentama i modulu prostorne brzine.

Na slici 4.10(b) su prikazane komponente sopstvenog kretanja u dvodimenzionalnim koordinatnim sistemima čije su ose kombinacije po dve komponente prostornih brzina u sistemu  $S_g$ . Raspodela galaktičkih heliocentričnih brzina u  $(U, V)$  ravni, takozvani Botlingerov dijagram, je data u prvoj vrsti u sredini na slici 4.10(b), sa naznačenim koordinatnim osama. Botlingerov dijagram pokazuje jaku koncentraciju zvezda oko  $|U| \lesssim 50 \text{ km s}^{-1}$  i  $-60 \lesssim V \lesssim 30 \text{ km s}^{-1}$ . Ove zvezde bi mogle da pripadaju disku Mlečnog puta, dok bi zvezde koje leže na  $|U| \gtrsim 100 \text{ km s}^{-1}$  i  $V \lesssim -100 \text{ km s}^{-1}$  mogle da pripadaju halou. Takođe se može uočiti da u uzorku ne postoje zvezde sa ekstremnim vrednostima retrogradnih brzina, sve one imaju  $V \gtrsim -400 \text{ km s}^{-1}$ .

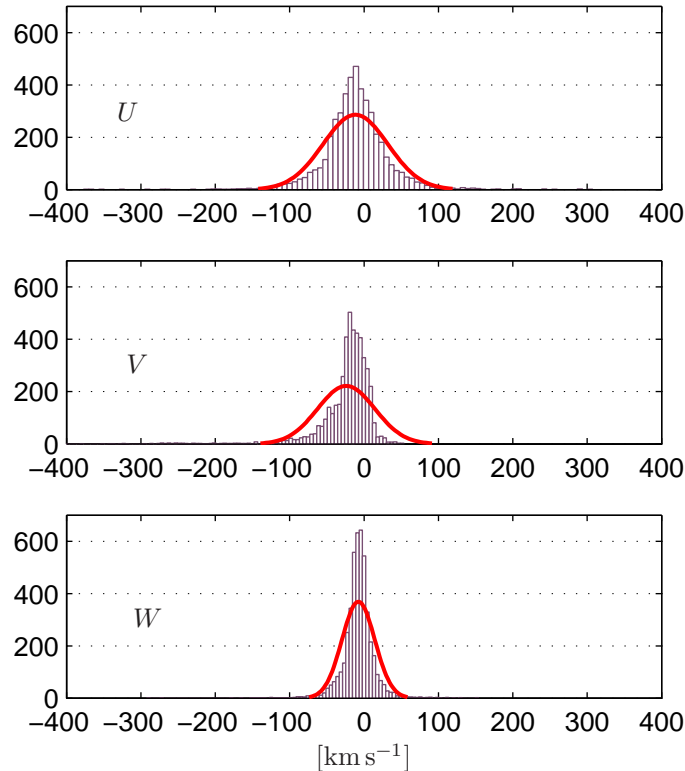
Kada su komponente prostorne brzine izračunate, postavilo se pitanje da li imaju normalnu, tj. Gausovu raspodelu, jer je to preduslov za Švarcšildovu trodimenzionalnu raspodelu koja se primenjuje u daljoj analizi. U cilju potvrđivanja normalnog zakona raspodele komponenta prostorne brzine izvršeno je statističko testiranje Lilieforsovim testom (vidi dodatak C) koji predstavlja modifikaciju Kolmogorov-Smirnovljevog neparametarskog testa. Međutim, test je dao negativne rezultate za sve tri komponente prostornih brzina, čak i za nizak nivo poverenja od 80%. Dakle, uzorak nema normalnu raspodelu! Na slici 4.11 su, ilustracije radi, dati histogrami komponenta  $U, V$  i  $W$  prostornih brzina zvezda iz uzorka na koje je punom linijom ucrtana normalna raspodela. Koordinatne ose na sva tri grafika imaju iste dužine radi lakšeg poređenja.

Imajući ovu činjenicu na umu, analiza je nastavljena, jer ovakve ili slične analize retko se mogu naći u literaturi, već se a priori pretpostavlja da je raspodela normalna ili bliska normalnoj. Naravno, prilikom tumačenja rezultata treba biti vrlo oprezan! U glavi 6 su date neke ideje za dalji rad i moguće prevazilaženje ovog problema.

(a) Sistem  $S_{\odot}$  (nebeski ekvatorski).(b) Sistem  $S_g$  (galaktički, heliocentrični).

**Slika 4.10:** Komponente prostornih brzina celog uzorka u pravouglim koordinatnim sistemima  $S_{\odot}$  i  $S_g$  i njihovi histogrami.





**Slika 4.11:** Histogrami komponenta prostornih brzina zvezda. Punim linijama su naznačene normalne raspodele. Na ordinate su nanete apsolutne frekvencije.

### 4.3 Kretanje Sunca i elipsoid brzina

Za izračunavanje elemenata Sunčevog kretanja (vidi odeljak 2.3, str. 22) i elipsoida brzina (vidi odeljak 2.4, str. 24) napisan je MATLAB skript `elipsoid.m` (vidi dodatak D).

Procena standardnih devijacija elemenata Sunčevog kretanja i parametara elipsoida izvršena je simulacijom modela slučajno promenljivih veličina sa normalnom raspodelom uz pomoć generatora pseudoslučajnih brojeva. Simulacija je obavljena Monte Karlo metodom (vidi dodatak C) koja je implementirana u MATLAB skript `MonteCarlo.m` (vidi dodatak D). Za procenu svake standardne devijacije izvršeno je po 10 000 simulacija. U svakoj simulaciji su računati elementi Sunčevog kretanja i parametri elipsoida, tako da je modelovanje normalnom raspodelom vršeno na 10 000 tačaka. Testiranje kvaliteta modela u odnosu na dobijene srednje vrednosti je izvršeno Studentovim  $t$  testom (vidi dodatak C) sa intervalom poverenja od 95% (granice značajnosti:  $[(1 - \frac{\alpha}{2}), \frac{\alpha}{2}]$ , gde je  $\alpha = 0,05$ ) i sa  $\nu = n - 1$  stepeni slobode, gde je  $n$  broj tačaka. Testiranje kvaliteta modela u odnosu na standardnu devijaciju izvršeno je Pirsonovim  $\chi^2$  testom (vidi dodatak C) sa is-

tim intervalom poverenja i brojem stepeni slobode kao i za Studentov test.

Rezultati su zapisani u obliku gornjeg i donjeg indeksa uz vrednost parametara. Gornji indeks označava desnu granicu standardne devijacije 95-procentnog intervala poverenja, a donji levu.

Kao rezultat obrade uzorka kao celine, za Sunčevo kretanje u odnosu na lokalni standard mirovanja (LSR–Local Standard of Rest, eng.) dobijene su sledeće vrednosti<sup>4</sup>:

(i) u nebeskim ekvatorskim koordinatama:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}_{\odot} &= (4, 61 \pm 0, 08) \text{ km s}^{-1} \\ \dot{\eta}_{\odot} &= (-22, 26 \pm 0, 10) \text{ km s}^{-1} \\ \dot{\zeta}_{\odot} &= (15, 76 \pm 0, 11) \text{ km s}^{-1} \end{aligned} \right\} s_{\odot} = (27, 67 \pm 0, 10) \text{ km s}^{-1}$$

$$A_{\odot} = 281^{\circ}, 7 \quad D_{\odot} = 34^{\circ}, 7$$

(ii) u galaktičkim koordinatama:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\xi}'_{\odot} \equiv U_{\odot} &= (11, 50 \pm 0, 09) \text{ km s}^{-1} \\ \dot{\eta}'_{\odot} \equiv V_{\odot} &= (23, 91 \pm 0, 12) \text{ km s}^{-1} \\ \dot{\zeta}'_{\odot} \equiv W_{\odot} &= (7, 54 \pm 0, 07) \text{ km s}^{-1} \end{aligned} \right\} s_{\odot} = (27, 58 \pm 0, 12) \text{ km s}^{-1}$$

$$L_{\odot} = 64^{\circ}, 3 \quad B_{\odot} = 15^{\circ}, 9.$$

Napominjemo da se standardne devijacije komponenta brzine računata klasičnom metodom (vidi odeljak 2.2.2, str. 21) i pomoću simulacija Monte Karlo metodom, sasvim malo razlikuju. U daljem tekstu će biti date one računata metodom Monte Karlo ako ne postoji značajna razlika, ili obe u suprotnom. Kao primer dajemo vrednosti standardne devijacije za komponente Sunčevog kretanja računata simulacijom Monte Karlo (uporedi sa prethodno datim standardnim odstupanjima):

$$U_{\odot} = \left( 11, 50_{-0,10}^{+0,10} \right) \text{ km s}^{-1}$$

$$V_{\odot} = \left( 23, 91_{-0,12}^{+0,12} \right) \text{ km s}^{-1}$$

$$W_{\odot} = \left( 7, 54_{-0,07}^{+0,08} \right) \text{ km s}^{-1}.$$

Parametri elipsoida brzina celog uzorka (glavne poluose i njihovi pravci) su računati u pravouglom koordinatnom sistemu  $S_g$ , baziranom na galaktičkom. Dobijene su sledeće vrednosti:

(i) intenziteti glavnih poluosa elipsoida:

$$\sigma_U = \left( 43, 54_{-0,38}^{+0,39} \right) \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_V = \left( 38, 12_{-0,70}^{+0,72} \right) \text{ km s}^{-1}$$

$$\sigma_W = \left( 21, 67_{-0,30}^{+0,31} \right) \text{ km s}^{-1}.$$

<sup>4</sup>Bliže objašnjenje korišćenih oznaka vidi u dodatku A.

- (ii) Ovi rezultati se češće zapisuju u pogodnijem formatu tako što se poluose  $\sigma_V$  i  $\sigma_W$  skaliraju vrednošću poluose  $\sigma_U$ , ili obrnuto,  $\sigma_U$  se skalira vrednostima  $\sigma_V$  i  $\sigma_W$  (u daljem tekstu će biti korišćen ovaj poslednji zapis):

$$\begin{aligned}\sigma_U : \frac{\sigma_V}{\sigma_U} : \frac{\sigma_W}{\sigma_U} &= 43,54_{-0,38}^{+0,39} : 0,87_{-0,03}^{+0,04} : 0,50_{-0,02}^{+0,02} \\ \sigma_U : \frac{\sigma_U}{\sigma_V} : \frac{\sigma_U}{\sigma_W} &= 43,84_{-0,52}^{+0,51} : 1,14_{-0,02}^{+0,02} : 2,01_{-0,03}^{+0,03}\end{aligned}$$

- (iii) Pravci poluosa elipsoida dati su sa tri koordinate u pravouglom koordinatnom sistemu, ali ovde ih dajemo u sfernom galaktičkom sistemu radi lakše vizuelizacije:

$$\begin{aligned}\sigma_U : L_U = 12^\circ, 6 \quad B_U = -0^\circ, 2 \\ \sigma_V : L_V = 102^\circ, 6 \quad B_V = 0^\circ, 9 \\ \sigma_W : L_W = 295^\circ, 3 \quad B_W = 89^\circ, 1.\end{aligned}$$

- (iv) Verteksna devijacija (formula 2.4.8, str. 26) celog uzorka ima vrednost:

$$l_\nu = 11^\circ, 1_{-3,7}^{+3,8}.$$

Sunčevim kretanjem se naziva razlika između brzine Sunca i srednje brzine zvezda iz njegove okoline u odnosu na središte Mlečnog puta, međutim, srednja brzina zvezda iz Sunčeve okoline, kao i disperzija, zavise od fizičkih karakteristika tih zvezda. Da bi se ova pojava opisala i kvantitativno, uvodi se veličina *asimetrični drift* koja se odnosi na skup zvezda sa sličnim fizičkim karakteristikama. Asimetrični drift je razlika između kružne brzine<sup>5</sup> i apsolutne vrednosti  $V$  komponente, tj. srednje brzine za taj skup. Obe brzine se uzimaju za isti položaj i u odnosu na središte Mlečnog puta. Definiše se veličina, disperzija brzine,  $S^2 = \sigma_U^2 + \sigma_V^2 + \sigma_W^2$ . Pošto je  $\sigma_U^2$  najveći član, onda se ispituje njegova veza sa asimetričnim driftom. Nalazi se da je on proporcionalan asimetričnom driftu za dati uzorak i kao najbolja vrednost za koeficijent proporcionalnosti navodi se  $(80 \pm 5) \text{ km s}^{-1}$  (Binney & Merrifield 1998, formula 10.12, str. 628). Za ceo uzorak od 4614 zvezda disperzija brzine iznosi  $S^2 = 3818,6_{-66,2}^{+68,1} \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$ .

## 4.4 Prostor položaja

Sledeći korak u preliminarnoj analizi uzorka je ispitivanje postojanja zavisnosti prostorne brzine ( $v$ ) od udaljenosti ( $r$ ) zvezda. Uzorak je podeljen u 9 grupa tako da sve grupe imaju približno isti broj zvezda da bi statistički rezultati bili što ujednačeniji, tabela 4.3.

Kumulativna distribucija udaljenosti zvezda za  $20 \text{ pc} \leq r \leq 200 \text{ pc}$  je aproksimirana stepenom funkcijom:

$$f(r) = ar^b + c,$$

<sup>5</sup>Kružna brzina se može definisati samo za (glavnu) ravan simetrije Mlečnog puta.

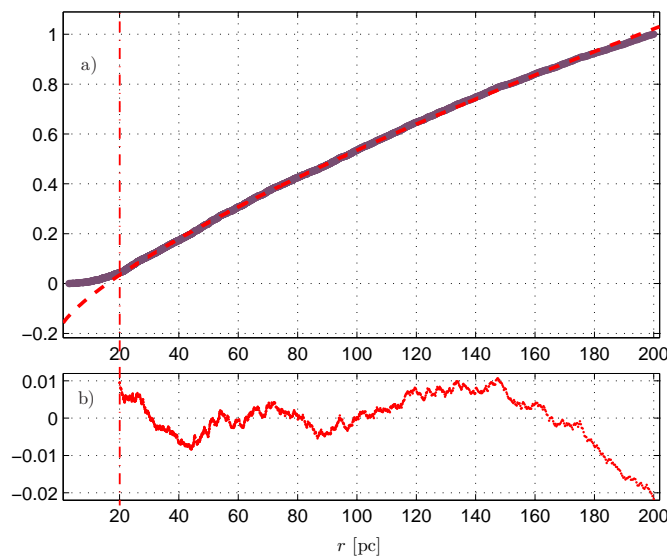
**Tabela 4.3:** Razvrstavanje uzorka po udaljenostima  $r$  [pc].

Grupa	$r$ [pc]	Sredina intervala	$n$
1	$3 < r \leq 30$	$\approx 14$	510
2	$30 < r \leq 50$	40	600
3	$50 < r \leq 70$	60	599
4	$70 < r \leq 90$	80	488
5	$90 < r \leq 110$	100	522
6	$110 < r \leq 130$	120	491
7	$130 < r \leq 150$	140	464
8	$150 < r \leq 170$	160	393
9	$170 < r \leq 200$	185	547

gde su koeficijenti:

$$\begin{aligned} a &= 0.02 && (0.02, 0.02), \\ b &= 0.75 && (0.75, 0.75), \\ c &= -0.18 && (-0.18, -0.18), \end{aligned}$$

izračunati u granicama nivoa poverenja od 95%.



**Slika 4.12:** a) Kumulativna raspodela uzorka po udaljenostima aproksimirana stepenom funkcijom. b) Reziduumi.

Spori rast kumulativnog broja zvezda se tumači kao posmatrački selekциони efekat, tj. sa porastom udaljenosti sve je teža detekcija slabijih zvezda. Ovaj efekat je očekivan, jer je granična prividna zvezdana veličina u celom uzorku  $m \approx 14^m$ .

Izvršena je regresiona analiza uzorka da bi se pokazala korelaciona zavisnost/nezavisnost udaljenosti i prostorne brzine zvezda. Nulta statistička hipoteza  $H_0$  koja je testirana glasi: "korelacija između udaljenosti zvezda

$r$  i prostorne brzine  $v$ , tj. brzine po komponentama  $(U, V, W)$ , ne postoji". Izračunati su koeficijenti korelacije i testirana je nulta hipoteza Studentovim  $t$  testom sa nivoom poverenja od 95%, tj. granica značajnosti je  $\alpha = 0,05$ . Takođe su izračunate i granice intervala poverenja od 95% za svaki koeficijent korelacije  $\rho_{ij}$  (vidi dodatak C). Rezultati testa su:

$$\begin{aligned}\rho_{r,v} &= -0,09 & (-0,12; -0,06) \\ \rho_{r,U} &= 0,04 & (0,01; 0,07) \\ \rho_{r,V} &= 0,04 & (0,01; 0,07) \\ \rho_{r,W} &= 0,01 & (-0,02; 0,04).\end{aligned}$$

U zagradama su date granice intervala poverenja, leva i desna, respektivno. Na osnovu dobijenih rezultata, zaključak je da, iako su koeficijenti korelacije različiti od nule, tj. postoji korelacija, ona je izuzetno mala te se može smatrati da prostorna brzina zvezda ne zavisi od udaljenosti. Napominjemo da se ovaj rezultat odnosi samo na zvezde do 200 pc heliocentrične udaljenosti, jer je to bio jedan od selekcionih kriterijuma pri formiranju uzorka.

U tabeli 4.4 su dati elementi elipsoida brzina svih 9 grupa. Glavna poluosa  $\sigma_U$  ostaje skoro nepromenjena sa povećanjem rastojanja, međutim, poluosa  $\sigma_V$  pokazuje blage promene tako što se njena vrednost lagano povećava kako se uključuju udaljenije zvezde. Odnos  $\sigma_U/\sigma_W$  je dosta ujednačen i kreće se oko 2. Globalno posmatrano, uočava se opšta uniformnost rezultata što je posledica veoma slabe korelisanosti između prostorne brzine i udaljenosti zvezda. Primera radi, dajemo rezultate linearne aproksimacije srednje vrednosti udaljenosti zvezda  $r$  po grupama i vrednosti poluosa elipsoida u pravcu galaktičkog centra,  $\sigma_U$ , metodom najmanjih kvadrata:

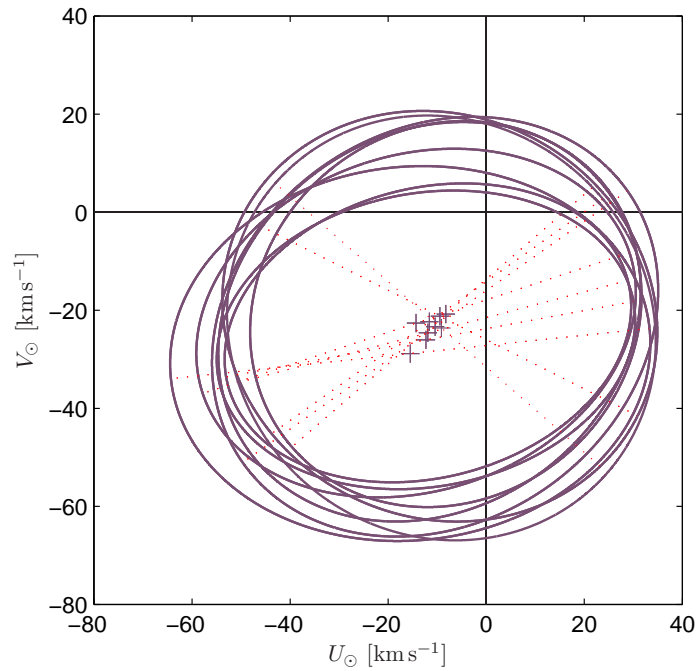
$$\begin{aligned}\sigma_U &= p_1 r + p_2 \\ p_1 &= 0.002 (-0.038, 0.042) \\ p_2 &= 44.81 (40.31, 49.31).\end{aligned}$$

U zagradama su date granice intervala poverenja od 95% za koeficijente. Izuzetno mala vrednost koeficijenta pravca  $p_1$  ukazuje na približno konstantnu vrednost  $\sigma_U$ .

Na slici 4.13 su prikazani elipsoidi svih 9 grupa projektovni na galaktičku ravan. Uočava se velika sličnost elipsi po obliku i veličini. Vrednosti  $\sigma_U/\sigma_V$  lagano opadaju sa porastom udaljenosti, što znači da se elipsoidna raspodela sve više približava sfernoj. U slučaju  $\sigma_U/\sigma_W$ , primetne su male oscilacije koje se kreću oko konstantne vrednosti od 2. Verteksna devijacija  $l_v$  pokazuje najveće razlike, ali i njene standardne devijacije naglo rastu sa porastom udaljenosti preko 90 pc.

Tabela 4.4: Elementi elipsoida brzina za svih 9 grupa.

Grupa $n$	$r$ [pc]	$\sigma_U$ [km s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_U/\sigma_V$	$\sigma_U/\sigma_W$	$S^2$ [km <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ]	$l_p$ [°]
1	510	$3 < r \leq 30$ 42, 16 <sup>+0,27</sup> <sub>-0,26</sub>	$1, 43^{+0,02}$ <sub>-0,02</sub>	$2, 11^{+0,02}$ <sub>-0,02</sub>	$3049, 3^{+35,3}$ <sub>-34,3</sub>	$14, 7^{+0,11}$ <sub>-0,14</sub>
2	600	$30 < r \leq 50$ 43, 05 <sup>+0,14</sup> <sub>-0,14</sub>	$1, 44^{+0,01}$ <sub>-0,01</sub>	$2, 06^{+0,01}$ <sub>-0,01</sub>	$3185, 6^{+19,0}$ <sub>-19,6</sub>	$10, 5^{+0,44}$ <sub>-0,43</sub>
3	599	$50 < r \leq 70$ 49, 09 <sup>+0,32</sup> <sub>-0,31</sub>	$1, 29^{+0,02}$ <sub>-0,02</sub>	$2, 30^{+0,03}$ <sub>-0,02</sub>	$4357, 3^{+46,0}$ <sub>-44,7</sub>	$6, 0^{+1,26}$ <sub>-1,23</sub>
4	488	$70 < r \leq 90$ 45, 84 <sup>+0,51</sup> <sub>-0,49</sub>	$1, 34^{+0,03}$ <sub>-0,03</sub>	$2, 15^{+0,04}$ <sub>-0,04</sub>	$3730, 1^{+64,9}$ <sub>-63,1</sub>	$18, 3^{+2,18}$ <sub>-2,12</sub>
5	522	$90 < r \leq 110$ 48, 04 <sup>+2,05</sup> <sub>-1,99</sub>	$1, 20^{+0,05}$ <sub>-0,05</sub>	$2, 04^{+0,10}$ <sub>-0,10</sub>	$4460, 5^{+219,6}$ <sub>-213,6</sub>	$35, 2^{+23,07}$ <sub>-22,44</sub>
6	491	$110 < r \leq 130$ 45, 31 <sup>+3,88</sup> <sub>-3,77</sub>	$1, 18^{+0,10}$ <sub>-0,10</sub>	$2, 56^{+0,30}$ <sub>-0,29</sub>	$3830, 2^{+145,6}$ <sub>-141,6</sub>	$35, 3^{+26,15}$ <sub>-25,44</sub>
7	464	$130 < r \leq 150$ 41, 48 <sup>+3,92</sup> <sub>-3,81</sub>	$1, 10^{+0,11}$ <sub>-0,10</sub>	$1, 97^{+0,31}$ <sub>-0,30</sub>	$3589, 7^{+463,7}$ <sub>-451,1</sub>	$40, 8^{+26,09}$ <sub>-25,38</sub>
8	393	$150 < r \leq 170$ 45, 18 <sup>+3,56</sup> <sub>-3,46</sub>	$1, 10^{+0,09}$ <sub>-0,09</sub>	$1, 92^{+0,18}$ <sub>-0,18</sub>	$3049, 3^{+461,1}$ <sub>-448,5</sub>	$-26, 7^{+26,51}$ <sub>-25,79</sub>
9	547	$170 < r \leq 200$ 44, 94 <sup>+2,15</sup> <sub>-2,21</sub>	$1, 07^{+0,06}$ <sub>-0,06</sub>	$1, 98^{+0,17}$ <sub>-0,17</sub>	$4302, 8^{+306,8}$ <sub>-315,4</sub>	$-41, 0^{+25,83}$ <sub>-26,56</sub>



**Slika 4.13:** Projekcije elipsoida brzina svih 9 grupa na  $UV$  ravan. Isprekidana linija označava projekciju najveće ose svakog elipsoida brzina, a znakom “+” su označeni centri elipsi.





# Analiza prostornih brzina

Kakve zaključke je moguće doneti o strukturi, a time posredno i o evoluciji Mlečnog puta iz posmatranja zvezda u Sunčevoj okolini? Da li su podsystemi zaista posebne strukture Mlečnog puta, ili su deo jedne neprekidne raspodele? U idealiziranom slučaju, podsystemi Mlečnog puta bi se prirodno izdvojili, iskrsnuli iz posmatračkih podataka. Možda su današnja posmatranja toliko obimna i opsežna da je moguće iz njih izvući željene odgovore, ali pristup podacima lišen svake sistematske greške u statističkom smislu, je veliko, nejasano, nedovoljno shvaćeno i komplikovano preduzetništvo. Kontroverza se naročito rasplamsava oko toga da li su komponente, u koje želimo da izdvojimo Mlečni put, zaista posebni objekti, ili su to samo delovi, tj. početak, sredina i kraj jedne prirodne strukture, koji ne mogu biti izdvojeni iz nje. Astronomi se bave ovim pitanjima već decenijama, a da još uvek ne postizu saglasnost.

Ovde ćemo pokušati da detaljnom analizom prostornih brzina zvezda damo svoj doprinos u tom sporom i mukotrpnom odgonetanju ovih tajni. Na osnovu uzorka za koji je pažljivo i strogo izvršena selekcija zvezda čije udaljenosti ne prelaze 200 pc, izračunaćemo komponente galaktocentrične brzine Sunca koristeći nekoliko različitih pristupa u analizi prostornih brzina i daćemo neke zaključke o mogućnosti razdvajanja podsystema Mlečnog puta. U prvom pristupu uzorak se razmatra kimenatički (u polju brzina) ne uzimajući u obzir povezanosti sa fizičkim karakteristikama zvezda. U drugi ćemo uključiti jednu fizičku karakteristiku – indeks boje, i posmatrati kretanje zvezda u zavisnosti od te karakteristike. Treći pristup je pokušaj da se dođe do preciznijih zaključaka time što će u analizu biti uključeno i kretanje zvezda u odabranom modelu potencijala Mlečnog puta.

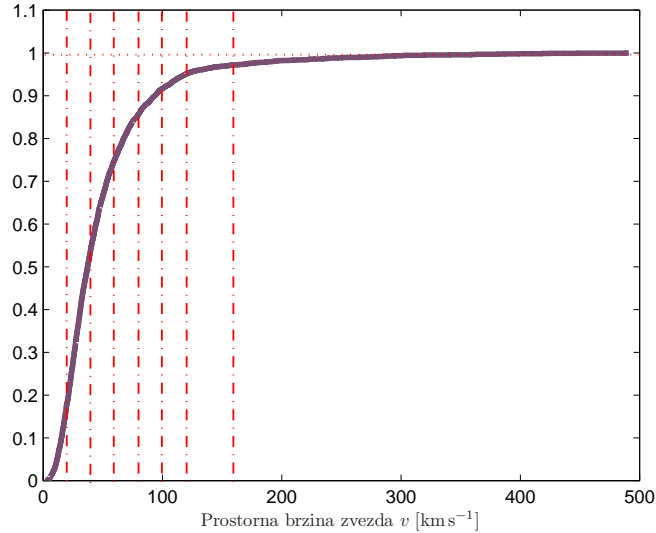
## 5.1 Kimenatički pristup – prostorna brzina

Da bi se ispitala raspodela zvezda po prostornim brzinama uzorak je podeljen u osam grupa po kumulativnom broju (tabela 5.1). U svaku sledeću grupu su uključivane zvezde sa većim prostornim brzinama sa korakom od  $20 \text{ km s}^{-1}$ . U intervalu od  $120 - 140 \text{ km s}^{-1}$  ima svega 34 zvezde, pa su one uvrštene u grupu do  $160 \text{ km s}^{-1}$ . U poslednjoj grupi se nalaze sve zvezde iz uzorka, ukupno 4 614.

**Tabela 5.1:** Razvrstavanje uzorka po kumulativnom broju;  $n$  je broj dodatih zvezda u odnosu na prethodnu grupu.

Grupa	$v$ [km s <sup>-1</sup> ]	$n$	Kumulativni broj
1	$0 \leq v < 20$	831	831
2	$0 \leq v < 40$	1 673	2 504
3	$0 \leq v < 60$	959	3 463
4	$0 \leq v < 80$	472	3 935
5	$0 \leq v < 100$	292	4 227
6	$0 \leq v < 120$	161	4 388
7	$0 \leq v < 160$	97	4 485
8	$0 \leq v \leq v_{\max}$	129	4 614

Na slici 5.1 je data kumulativna raspodela zvezda po prostornim brzinama gde su vertikalnim crta-tačka linijama naznačene granice grupa.



**Slika 5.1:** Kumulativna raspodela uzorka po prostornim brzinama. Na ordinati je kumulativni broj normiran na ukupan broj zvezda u uzorku (4614).

Uočava se veliki porast kumulativnog broja do oko 80 – 100 km s<sup>-1</sup>, da bi od 120 km s<sup>-1</sup> naglo počeo da opada, skoro do nule. Već na osnovu izgleda grafika kumulativne raspodele meže se dati početna hipoteza o pripadnosti zvezda pojedinim podsistemima Mlečnog puta. Moglo bi se reći da zvezde sa prostornim brzinama do približno 100 km s<sup>-1</sup> kojih ima 4 227 (91,61%) pripadaju tankom disku, dok ostale pripadaju debelom disku i halou.

Da bi se ova hipoteza proverila, preduzeti su sledeći koraci:

- kumulativna raspodela je izravnata metodom klizeće srednje vrednosti sa 5 tačaka;

- tako izravunate vrednosti aproksimirane su funkcijom:

$$f(x) = a e^{bx} + c e^{dx},$$

- gde su koeficijenti:  $a = 1216$ ;  $b = -0,000662$ ;  $c = -6498$ ;  $d = -0,02864$ ;
- izračunat je gradijent kumulativne raspodele u svakoj tački ;
- izračunati su koeficijent i poluprečnik krivine u svakoj tački.

Minimalni poluprečnik krivine ( $R_{\min} = 39,7$ ) odgovara prostornoj brzini od  $181,16 \text{ km s}^{-1}$ . Ovaj poluprečnik ukazuje na najveću brzinu promene u kumulativnoj raspodeli, a ona se očekuje za zvezde haloa. U uzorku ima 103 zvezde koje imaju veću brzinu, što čini oko 2,2% od ukupnog broja zvezda.

Sa druge strane, ispitivanjem gradijenta kumulativne raspodele ustanovljeno je da se on vrlo malo menja za zvezde koje imaju prostorne brzine do  $\sim 100 \text{ km s}^{-1}$ . Radi jasnije slike, gradijent kumulativne raspodele je predstavljen preko ugla koji zahvata tangenta krive sa apscisom. Taj ugao opadne od maksimalne vrednosti ( $89,66^\circ$ ) samo za  $\sim 10^\circ$  dok apscisa ne dostigne vrednost od  $\sim 100 \text{ km s}^{-1}$ , da bi dalje naglo opadao. Ovako velika vrednost gradijenta i sporo opadanje očekuje se za tanki disk Mlečnog puta. U uzorku ima 4227 zvezda sa prostornim brzinama manim od  $100 \text{ km s}^{-1}$ , što čini 91,6% od ukupnog broja.

Elementi lokalnog kretanja Sunca i elementi elipsoida brzina za zvezde sa prostornim brzinama do  $100 \text{ km s}^{-1}$  dati su u tabelama 5.2 i 5.3 za grupu sa rednim brojem 5.

Elementi lokalnog kretanja Sunca i elipsoida brzina za svaku grupu računati su na isti način kao za uzorak u celini što je opisano u odeljku 4.3, str. 57. Standardne devijacije su određene Monte Karlo simulacijom. Uz pomoć generatora pseudoslučajnih brojeva generisano je po 10000 uzoraka sa odgovarajućim brojem zvezda za svaku grupu. Za svaku zvezdu je generisan trodimenzionalni vektor prostorne brzine tako što je za svaku komponentu generisan jedan pseudoslučajan broj koji pripada normalnoj raspodeli  $\mathcal{N}(m_i, \sigma_i^2)$ , gde je matematičko očekivanje  $m_i$  vrednost komponente, a standardna devijacija  $\sigma_i^2$  je standardna devijacija komponente. Na ovaj način dobijeni uzorci su obrađeni na isti način kao i stvarna posmatranja. Po završetku simulacije za svaku veličinu (oko 40) je dobijeno po 10000 vrednosti za koje su izračunati parametri normalne raspodele. Kao kriterijum kvaliteta aproksimacije normalnom raspodelom korišćeni su Studentova  $t$  statistika i Pirsonova  $\chi^2$  statistika sa intervalom poverenja od 95%. Rezultati programske obrade (`elipsoid.m`, `MonteCarlo.m`) za grupe od 1–8 su dati u tabelama 5.2 i 5.3.

Za sve tri komponente Sunčevog kretanja se uočava porast vrednosti kako se uključuju zvezde većih prostornih brzina, s tim da je porast komponente u pravcu rotacije Galaksije ( $V_\odot$ ) najveći. Pravac ka apeksu ostaje skoro konstantan po galaktičkoj longitudi ( $L_\odot$ ), dok po latitudi ( $B_\odot$ ) trpi veoma izražene promene, prvo veliki pad od  $\sim 70^\circ$  do  $\sim 30^\circ$ , a zatim sledi sporo opadanje do  $\sim 16^\circ$ .

Standardne devijacije, tj. poluose elipsoida brzina imaju isti poredak za sve grupe  $\sigma_U > \sigma_V > \sigma_W$ . Srednja vrednost odnosa  $\sigma_U/\sigma_V$  je oko 1,5 s tim da je primetan blagi rast do oko 1,6 (grupa broj 5), odnosno do pros-

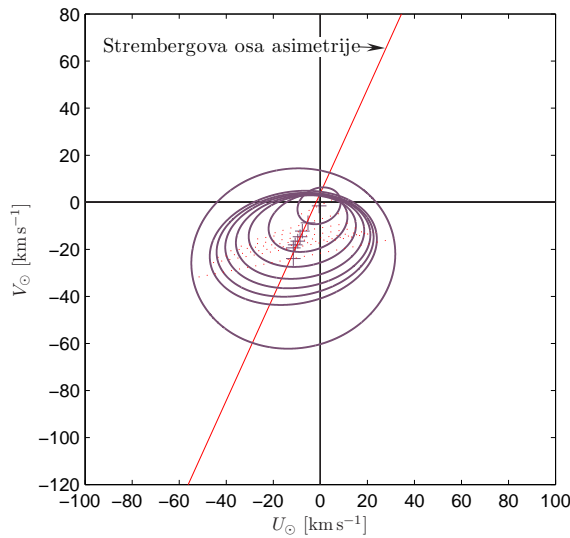
torne brzine oko  $100 \text{ km s}^{-1}$ , a potom dosta brzi pad do najmanje vrednosti od 1,14 za grupu broj 8 koja sadrži ceo uzorak. Odnos najveće i najmanje poluose disperzionog elipsoida,  $\sigma_U/\sigma_W$ , je oko 1,9 i pokazuje stalni porast od 1,34 do 2,01.

U poslednjoj koloni tabele 5.3 date su verteksne devijacije (formula 2.4.8, str. 26) za sve grupe. Njihova srednja vrednost je  $12^\circ, 45$ . Napominjemo da su vrednosti verteksne devijacije za sve grupe pozitivne.

Projekcije elipsoida brzina na osnovnu ravan daju dobar vizuelni pregled elemenata elipsoida brzina (slika 5.2). Najbolje se uočava odnos  $\sigma_U/\sigma_V$ , dok je treća (najmanja) osa,  $\sigma_W$ , skrivena projekcijom na  $UV$  ravan na kojoj se ona nalazi skoro pod normalnim uglom. Disperziona elipsa za grupu 1 je izuzetno mala i skoro kružna (loptasta, kad se uzme u obzir i treća dimenzija) sa najmanjim ekscentricitetima u odnosu na ostale grupe. Na grafik je ucrtana i Strembergova osa asimetrije koja je provučena kroz centre elipsi metodom najmanjih kvadrata sa intervalom poverenja od 95%:

$$\begin{aligned} V(U) &= p_1 V + p_2, \\ p_1 &= 1,8 (1,4; 2,2) \\ p_2 &= 0 (-3; 4). \end{aligned}$$

Koeficijent pravca prave,  $p_1$ , dao je pravac Strembergove ose asimetrije ka galaktičkoj longitudi  $l = 61^\circ$ , ili  $l = 61^\circ + 180^\circ = 241^\circ$ , u suprotnom smeru. Odsečak na ordinati,  $p_2$ , iako je jednak nuli, ima dosta veliku standardnu devijaciju tako da ne možemo reći da osa asimetrije prolazi kroz Sunce, što znači da Sunce ima neku malu rezidualnu brzinu.



**Slika 5.2:** Projekcije elipsoida brzina svih 8 grupa na  $UV$  ravan. Isprekidana linija označava projekciju najveće ose svakog elipsoida brzina, a znakom “+” su označeni centri elipsi. Punom linijom je naznačena Strembergova osa asimetrije.

**Tabela 5.2:** Elementi lokalnog kretanja Sunca za grupe od 1–8. U poslednjoj vrsti sa oznakom grupe "disk" dati su rezultati za grupu koja je klasifikovana kao deo diska Mlečnog puta (vidi odeljak 5.1.2, str. 72). Brzine  $U_{\odot}$ ,  $V_{\odot}$ ,  $W_{\odot}$  i  $v_{\odot}$  su date u  $[\text{km s}^{-1}]$ .

Grupa	$v$ [ $\text{km s}^{-1}$ ]	$U_{\odot}$	$V_{\odot}$	$W_{\odot}$	$v_{\odot}$	$L_{\odot}$ [°]	$B_{\odot}$ [°]
1	$0 \leq v < 20$	$0, 55^{+0,05}_{-0,05}$	$1, 50^{+0,05}_{-0,05}$	$4, 04^{+0,05}_{-0,05}$	$4, 34^{+0,05}_{-0,05}$	$69, 8^{+1,87}_{-1,82}$	$68, 4^{+0,67}_{-0,65}$
2	$0 \leq v < 40$	$5, 24^{+0,04}_{-0,04}$	$8, 72^{+0,04}_{-0,04}$	$5, 89^{+0,03}_{-0,03}$	$11, 75^{+0,04}_{-0,04}$	$58, 98^{+0,22}_{-0,21}$	$30, 02^{+0,17}_{-0,16}$
3	$0 \leq v < 60$	$7, 68^{+0,04}_{-0,04}$	$12, 25^{+0,04}_{-0,04}$	$6, 29^{+0,03}_{-0,03}$	$15, 77^{+0,04}_{-0,04}$	$57, 93^{+0,15}_{-0,14}$	$23, 50^{+0,12}_{-0,11}$
4	$0 \leq v < 80$	$8, 62^{+0,04}_{-0,04}$	$14, 67^{+0,04}_{-0,04}$	$6, 95^{+0,03}_{-0,03}$	$18, 38^{+0,04}_{-0,04}$	$59, 56^{+0,13}_{-0,13}$	$22, 22^{+0,10}_{-0,10}$
5	$0 \leq v < 100$	$9, 58^{+0,04}_{-0,04}$	$16, 49^{+0,04}_{-0,04}$	$7, 34^{+0,03}_{-0,03}$	$20, 44^{+0,04}_{-0,04}$	$59, 84^{+0,13}_{-0,12}$	$21, 06^{+0,10}_{-0,10}$
6	$0 \leq v < 120$	$10, 73^{+0,04}_{-0,04}$	$18, 06^{+0,04}_{-0,04}$	$7, 48^{+0,03}_{-0,03}$	$22, 30^{+0,04}_{-0,04}$	$59, 28^{+0,12}_{-0,12}$	$19, 61^{+0,08}_{-0,08}$
7	$0 \leq v < 160$	$11, 49^{+0,04}_{-0,04}$	$19, 37^{+0,05}_{-0,05}$	$7, 52^{+0,04}_{-0,04}$	$23, 75^{+0,05}_{-0,05}$	$59, 31^{+0,12}_{-0,12}$	$18, 46^{+0,09}_{-0,09}$
8	$0 \leq v \leq v_{\text{max}}$	$11, 50^{+0,09}_{-0,09}$	$23, 91^{+0,12}_{-0,12}$	$7, 54^{+0,07}_{-0,06}$	$27, 58^{+0,11}_{-0,11}$	$64, 32^{+0,21}_{-0,20}$	$15, 86^{+0,15}_{-0,14}$
disk	$0 \leq v \lesssim 400$	$11, 43^{+0,08}_{-0,07}$	$23, 49^{+0,11}_{-0,11}$	$7, 58^{+0,06}_{-0,06}$	$27, 20^{+0,10}_{-0,10}$	$64, 06^{+0,18}_{-0,18}$	$16, 17^{+0,14}_{-0,14}$

**Tabela 5.3:** Elementi elipsoida brzina za grupe od 1–8. U poslednjoj vrsti sa oznakom grupe "disk" dati su rezultati za grupu koja je klasifikovana kao deo diska Mlečnog puta (vidi odeljak 5.1.2, str. 72).

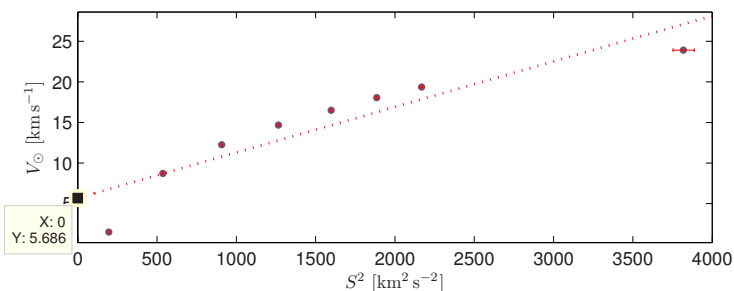
Grupa	$v$ [km s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_U$ [km s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_U/\sigma_V$	$\sigma_U/\sigma_W$	$S^2$ [km <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ]	$l_\nu$ [°]
1	$0 \leq v < 20$	$9,52^{+0,06}_{-0,05}$	$1,28^{+0,01}_{-0,01}$	$1,34^{+0,01}_{-0,01}$	$196,7^{+1,6}_{-1,6}$	$24,7^{+1,1}_{-1,1}$
2	$0 \leq v < 40$	$17,14^{+0,05}_{-0,04}$	$1,44^{+0,01}_{-0,01}$	$1,69^{+0,01}_{-0,01}$	$537,0^{+2,1}_{-2,1}$	$16,7^{+0,3}_{-0,3}$
3	$0 \leq v < 60$	$23,00^{+0,05}_{-0,05}$	$1,54^{+0,01}_{-0,01}$	$1,84^{+0,01}_{-0,01}$	$908,2^{+2,9}_{-2,8}$	$10,0^{+0,3}_{-0,2}$
4	$0 \leq v < 80$	$27,48^{+0,06}_{-0,06}$	$1,56^{+0,01}_{-0,01}$	$1,93^{+0,01}_{-0,01}$	$1265,8^{+3,9}_{-3,8}$	$9,1^{+0,2}_{-0,2}$
5	$0 \leq v < 100$	$31,05^{+0,06}_{-0,06}$	$1,57^{+0,01}_{-0,01}$	$1,99^{+0,01}_{-0,01}$	$1597,7^{+5,0}_{-4,8}$	$8,2^{+0,2}_{-0,2}$
6	$0 \leq v < 120$	$33,64^{+0,07}_{-0,07}$	$1,55^{+0,01}_{-0,01}$	$2,00^{+0,01}_{-0,01}$	$1885,1^{+6,1}_{-6,0}$	$9,3^{+0,2}_{-0,2}$
7	$0 \leq v < 160$	$35,86^{+0,08}_{-0,08}$	$1,51^{+0,01}_{-0,01}$	$2,01^{+0,01}_{-0,01}$	$2168,4^{+9,0}_{-8,9}$	$10,5^{+0,2}_{-0,2}$
8	$0 \leq v \leq v_{\max}$	$43,54^{+0,39}_{-0,38}$	$1,14^{+0,02}_{-0,02}$	$2,01^{+0,03}_{-0,03}$	$3818,6^{+68,1}_{-66,2}$	$11,1^{+3,8}_{-3,7}$
disk	$0 \leq v \lesssim 400$	$41,94^{+0,24}_{-0,23}$	$1,15^{+0,02}_{-0,02}$	$1,96^{+0,03}_{-0,03}$	$3552,7^{+52,8}_{-51,4}$	$10,6^{+2,7}_{-2,6}$

### 5.1.1 Galaktocentrično kretanje Sunca

U cilju određivanja komponenata kretanja Sunca u odnosu na centar Mlečnog puta, preduzeto je ispitivanje teorijski predviđene linearne zavisnosti komponente  $V_{\odot}$  od veličine  $S^2 = \sigma_U^2 + \sigma_V^2 + \sigma_W^2$  čiji minimum predstavlja meru stvarne disperzije brzine zvezda (Binney & Tremaine 1994, jednačina (4-34)). Na slici 5.3 je dat grafik te dve veličine, a isprekidana prava predstavlja linearnu aproksimaciju njihove zavisnosti metodom najmanjih kvadrata:

$$\begin{aligned} V_{\odot} &= p_1 (S^2) + p_2 \\ p_1 &= 0,006 \quad (0,003; 0,008) \\ p_2 &= 5,69 \quad (1,14; 10,23). \end{aligned}$$

U zagradama, pored vrednosti koeficijenata, date su granice intervala poverenja od 95%.



**Slika 5.3:** Zavisnost  $V$  komponente prostorne brzine Sunca od veličine  $S^2$ . Isprekidana linija odgovara linearnoj aproksimaciji zavisnosti. Crnim kvadratnim simbolom je označen presek sa ordinatom i date su koordinate preseka.

Presek ove funkcije sa ordinatom daje vrednost  $V_{\odot}$  u odnosu na lokalni standard mirovanja hipotetične klase zvezda za koju je  $S^2 = 0$ . Lokalni standard mirovanja je definisan kao fiktivna tačka koja se kreće po kružnoj putanji u ravni Mlečnog puta čiji je poluprečnik jednak udaljenosti Sunca od ose rotacije ( $R_{\odot}$ ), brzinom jednakom kružnoj brzini za to rastojanje. Klasa zvezda koja se kreće takvom putanjom treba da ima  $S^2 = 0$ . Prema tome, dobijena vrednost u preseku ordinate je brzina kretanja Sunca u pravcu rotacije Mlečnog puta u odnosu na lokalni standard mirovanja. Kad se jednom odredi ovo kretanje Sunca lako se vrši transformacija izmerenih heliocentričnih brzina u vrednosti brzina relativno u odnosu na lokalni standard mirovanja. Vrednost komponente kretanje Sunca u pravcu rotacije Mlečnog puta, a u odnosu na lokalni standard mirovanja dao je koeficijent  $p_2$ , tj. odsečak na ordinati i iznosi:

$$V_{\odot} = (5,69 \pm 0,06) \text{ km s}^{-1}. \quad (5.1.1)$$

U slučaju kada vrednosti komponenata kretanja Sunca u pravcu ka centru Mlečnog puta ( $U_{\odot}$ ) i u pravcu galaktičkih polova ( $W_{\odot}$ ) za različite grupe ne variraju mnogo, tj. ako su prilično ujednačene, radialna i vertikalna komponenta kretanja Sunca u odnosu na centar Mlečnog puta mogu

se izračunati usrednjavanjem tih komponentata po grupama (Binney & Merrifield 1998, str. 627). Ovo je opravdano jer su po definiciji te dve komponente za lokalni standard mirovanja jednake nuli, pa prema tome, svo kretanje koje postoji potiče od kretanja Sunca. Dakle, kretanje Sunca u pravcu ka centru Mlečnog puta ( $U_{\odot}$ ) i u pravcu galaktičkih polova ( $W_{\odot}$ ) u odnosu na lokalni standard mirovanja izračunato je usrednjavanjem po svim grupama i iznosi:

$$\begin{aligned} U_{\odot} &= (8,18 \pm 0,05) \text{ km s}^{-1} \\ W_{\odot} &= (6,63 \pm 0,04) \text{ km s}^{-1}. \end{aligned}$$

### 5.1.2 Izdvajanje zvezda haloa

Rezultati izračunavanja elemenata kretanja Sunca i elemenata elipsoida umnogome zavise od srednjih vrednosti različitih posmatranih kinematičkih veličina. Usrednjene vrednosti su izuzetno osetljive na zvezde koje pripadaju halou (Dehnen & Binney 1998). Ova okolnost je iskorišćena kao osnova za konstruisanje kriterijuma za razdvajanje zvezda haloa od zvezda koje pripadaju disku Mlečnog puta.

Vrednosti za kretanje Sunca u odnosu na lokalni standard mirovanja koje se najčešće koriste u literaturi, dali su Dehnen & Binney 1998 u svom članku "Local Stellar kinematics from Hipparcos Data". Oni su analizirali 11 865 zvezda glavnog niza na osnovu paralaksi i sopstvenih kretanja. Svoj uzorak su konstruisali tako da su odstranili sve poznate negativne uticaje na kinematiku zvezda, pa i uticaj zvezda koje pripadaju halou. Vrednosti koje su dobili za kretanje Sunca u odnosu na lokalni standard mirovanja iznose:

$$\left. \begin{aligned} U_{\odot} &= (10,00 \pm 0,36) \text{ km s}^{-1} \\ V_{\odot} &= (5,25 \pm 0,62) \text{ km s}^{-1} \\ W_{\odot} &= (7,17 \pm 0,38) \text{ km s}^{-1} \end{aligned} \right\} s_{\odot} = 13,38 \text{ km s}^{-1}. \quad (5.1.2)$$

Ako bismo pretpostavili da su njihove vrednosti kretanja Sunca pouzdane, onda bi svođenje brzine  $V_{\odot}$  na njihovu vrednost isključilo zvezde haloa. Kriterijum se sastoji u sledećem: sukcesivnom eliminacijom zvezda sa prostornim brzinama koje najviše doprinose vrednosti veličine  $S^2$  formirati uzorak koji daje istu vrednost za  $V$  komponentu kretanja Sunca. Zvezde koje su isključene iz uzorka pripadaju halou! Na sličan način su i autori Dehnen & Binney 1998 u pomenu- tom članku odstranili zvezde haloa iz svog uzorka s tim što su oni koristili nešto drugačiji (iterativni) metod jer je tek trebalo doći do vrednosti za komponente kretanja Sunca.

Sprovođeci ovaj postupak, uzorak je sveden na 4 606 zvezda. Za preostalih 8 zvezda zaključeno je da pripadaju halou. Novodobijena vrednost za komponentu Sunčevog kretanja u pravcu rotacije Mlečnog puta ( $V_{\odot}$ ) po isključivanju tih 8 zvezda je:

$$V_{\odot} = (5,23 \pm 0,07) \text{ km s}^{-1}. \quad (5.1.3)$$

Na slici 5.4 isprekidanom linijom je predstavljena linearna aproksimacija zavisnosti  $V_{\odot}$  od veličine  $S^2$  posle eliminacije 8 najbržih zvezda i označena je tačka preseka sa ordinatom. Jednačina novodobijene prave sa granicama inter-

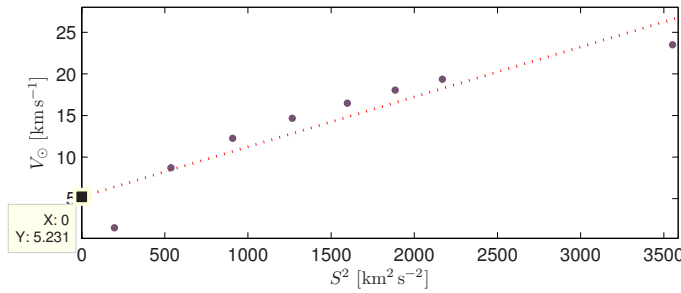


vala poverenja od 95% glasi:

$$V_{\odot} = p_1 (S^2) + p_2,$$

gde su koeficijenti:

$$\begin{aligned} p_1 &= 0,006 \quad (0,003; 0,008), \\ p_2 &= 5,23 \quad (0,87; 9,59), \end{aligned}$$



**Slika 5.4:** Zavisnost  $V_{\odot}$  od  $S^2$  posle eliminacije osam zvezda sa najvećim prostornim brzinama. Isprekidana linija odgovara linearnoj aproksimaciji zavisnosti. Kvadratnim simbolom je označena tačka preseka sa ordinatom.

Pregled zvezda klasifikovanih u halo dat je u tabeli 5.4. U prvoj koloni je dat identifikacioni broj zvezde iz HIPPARCOS kataloga. Od 2–4 kolone su komponente heliocentričnih brzina zvezda, u 5. su prostorne brzine, a u 6. i 7. su paralakse i udaljenosti zvezda. Brzine zvezda su date u  $[\text{km s}^{-1}]$ . Prostorne brzine svih isključenih zvezda su veće od  $400 \text{ km s}^{-1}$ , a komponente u pravcu rotacije Mlečnog puta su im negativne i u proseku iznose  $-314,09 \text{ km s}^{-1}$ .

Komponente Sunčevog kretanja i komponente elipsoida brzina za 4 606 zvezda čije su prostorne brzine manje od  $400 \text{ km s}^{-1}$  i koje bi mogle da pripadaju disku Mlečnog puta (i tankom i debelom), date su u tabelama 5.2 (str. 69) i 5.3 (str. 70) pod odrednicom “disk”.

**Tabela 5.4:** Zvezde klasifikovane u halo Mlečnog puta.

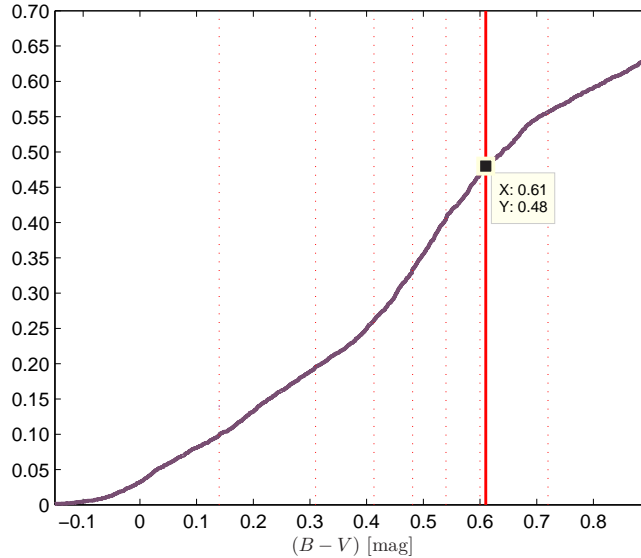
No.	$\dot{x}$	$\dot{y}$	$\dot{z}$	$v$	$\pi$ [mas]	$r$ [pc]
HIP 69232	21,07	-414,44	38,94	417,55	6,8	147,06
HIP 24316	-208,95	-349,03	16,15	418,2	14,55	68,73
HIP 41661	256,55	-329,49	14,31	418,22	11,03	90,66
HIP 68321	288,91	-270,99	4,88	423,25	5,37	186,22
HIP 11729	-293,52	-293,43	37,94	424,91	5,41	184,84
HIP 57265	-376,90	-226,40	30,95	448,22	6,14	162,87
HIP 86443	-366,46	-251,14	38,32	451,15	8,35	119,76
HIP 36878	289,69	-377,82	40,05	488,92	6,33	157,98

Ako se za lokalnu kružnu brzinu usvoji vrednost od  $(220 \pm 20) \text{ km s}^{-1}$  kao što preporučuje Međunarodna astronomska unija (Kerr & Lynden-Bell (1986)), onda će Sunčeva komponenta galaktocentrične brzine u smeru rotacije Mlečnog puta

iznositi  $V_{\odot} = 220 + 5,23$ . Kada se uz korišćenje ove vrednosti, izvrši transformacija heliocentrične komponente brzina ( $V$ ) za svih 8 zvezda iz tablice 5.4 u galaktocentrične (vidi odeljak 2.2.1, str. 17), dobijaju se negativne vrednosti, što znači da se zvezde kreću u suprotnom smeru od smera rotacije Mlečnog puta. U slučaju zvezda diska ova pojava bi bila vrlo neuobičajena, ali kod zvezda haloa može se očekivati. Prema tome, u slučaju ovih 8 zvezda dati kriterijum se pokazao uspešnim. Međutim, ovo ne mora ujedno da znači da su to i jedine zvezde iz ovog uzorka koje pripadaju halo.

## 5.2 Indeks boje

Kako su fizičke i kinematičke osobine zvezda nesumnjivo povezane, u analizu uključujemo indeks boje. Uzorak je podeljen u 8 grupa tako da svaka zahvata interval indeksa boje ( $B - V$ ) ne manji od 0,05 magnituda i da sadrži ne manje od  $\sim 300$  zvezda. Prvih 7 grupa sadrži 2565 zvezda ( $\sim 56\%$ ) sa  $(B - V) < 0,720$ . Preostalih 2049 zvezda je svrstano u jednu grupu. Ovakva podela je izvršena zbog postojanja Parenagovog diskontinuiteta na  $(B - V) \approx 0,61$  gde nastaje oštra promena zavisnosti kinematičkih karakteristika od indeksa boje. Za zvezde glavnog niza ta promena se manifestuje kao približno ravan plato za  $(B - V) \gtrsim 0,61$  (Parenago 1950). Formirana je još jedna, dodatna grupa – Parenagova grupa, koja sadrži zvezde sa  $(B - V) > 0,61$ . Na slici 5.5 je prikazana kumulativna raspodela indeksa boje ( $B - V$ ) gde su vertikalnim isprekidanim linijama naznačene granice grupa i tačka Parenagovog diskontinuiteta.



**Slika 5.5:** Kumulativna raspodela indeksa boje ( $B - V$ ). Označena tačka na  $(B - V) = 0,61$  je Parenagov diskontinuitet.

Elementi lokalnog kretanja Sunca i elipsoida brzina za svaku grupu računati

su po proceduri opisanoj u odeljku 4.3, str. 57. Standardne devijacije su određene Monte Karlo simulacijom. Uz pomoć generatora pseudoslučajnih brojeva generisano je po 10 000 uzoraka sa odgovarajućim brojem zvezda za svaku grupu. Za zvaku zvezdu je generisan trodimenzionalni vektor prostorne brzine tako što je za svaku komponentu generisan jedan pseudoslučajan broj koji pripada normalnoj raspodeli  $\mathcal{N}(m_i, \sigma_i^2)$ , gde je matematičko očekivanje  $m_i$  vrednost komponente, a standardna devijacija  $\sigma_i^2$  je standardna devijacija komponente. Na ovaj način dobijeni uzorci su obrađeni na isti način kao i stvarna posmatranja. Po završetku simulacije za svaku veličinu (oko 40) je dobijeno po 10 000 vrednosti za koje su izračunati parametri normalne raspodele. Kao kriterijum kvaliteta aproksimacije normalnom raspodelom korišćene su Studentova  $t$  statistika i Pirsonova  $\chi^2$  statistika sa intervalom poverenja od 95% (vidi dodatak C). Rezultati programske obrade (`elipsoid.m`, `MonteCarlo.m`) za grupe od 1–8 i Parenagovu grupu “P” su dati u tabelama 5.5, elementi lokalnog kretanja Sunca, i 5.6, elementi elipsoida brzina.

Vrednosti komponentata kretanja Sunca u pravcu ka centru Mlečnog puta ( $U_{\odot}$ ) i u pravcu galaktičkih polova ( $W_{\odot}$ ) za različite grupe ne variraju mnogo, tj. prilično su ujednačene, dok komponenta u pravcu rotacije Mlečnog puta ( $V_{\odot}$ ) pokazuje jasnu tendenciju rasta sa porastom indeksa boje od 11 do 24  $\text{kms}^{-1}$ . Na sličan način se ponaša i veličina  $S^2$ , pa otuda i ne čudi linearna zavisnost ove dve veličine. Pravac ka apeksu ostaje dosta ujednačen i po galaktičkoj longitudi ( $L_{\odot}$ ) i po latitudi ( $B_{\odot}$ ).

Standardne devijacije, tj. poluose elipsoida brzina imaju isti poredak za sve grupe  $\sigma_U > \sigma_V > \sigma_W$ . Srednja vrednost odnosa  $\sigma_U/\sigma_V$  je oko 1,3 s tim da je primetan minimum na 1,04 (grupa broj 4). Odnos najveće i najmanje poluose disperzionog elipsoida,  $\sigma_U/\sigma_W$ , pokazuje dosta velike oscilacije oko srednje vrednosti od 2,3. U poslednjoj koloni tabele 5.6 date su verteksne devijacije za sve grupe. Njihova srednja vrednost je  $8^{\circ}, 31$ . Napominjemo da su vrednosti verteksne devijacije za grupe broj 3 i broj 5 negativne, dok su za ostale grupe pozitivne.

Projekcije elipsoida brzina na osnovnu ravan daju dobar vizuelni pregled elemenata elipsoida brzina (slika 5.6). Najbolje se uočava odnos  $\sigma_U/\sigma_V$ , dok je treća (najmanja) osa,  $\sigma_W$ , skrivena projekcijom na  $UV$  ravan na kojoj se ona nalazi pod uglom od skoro  $90^{\circ}$ . Na grafik je ucrtana i Strembergova osa asimetrije koja je provučena kroz centre elipsi metodom najmanjih kvadrata sa intervalom poverenja od 95%:

$$\begin{aligned} U(V) &= p_1 V + p_2, \\ p_1 &= 2,8 \quad (0, 6; 5, 0) \\ p_2 &= 8 \quad (-17; 34) \end{aligned}$$

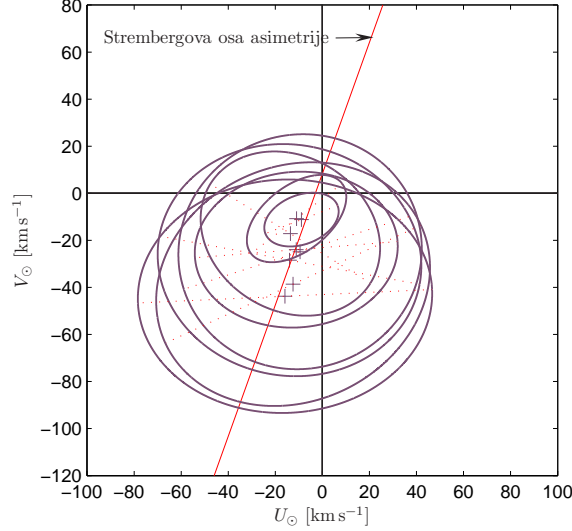
Koeficijent pravca prave,  $p_1$ , dao je pravac Strembergove ose asimetrije ka galaktičkoj longitudi  $l = 70^{\circ}$ , ili  $l = 70^{\circ} + 180^{\circ} = 250^{\circ}$ , u suprotnom smeru. Odsečak na ordinati,  $p_2$ , je različit od nule što znači da osa asimetrije ne prolazi kroz Sunce, tj. Sunce ima rezidualnu brzinu.

**Tabela 5.5:** Elementi lokalnog kretanja Sunca za grupe od 1-8.  $U$  poslednjoj vrsti sa oznakom grupe "P" dati su rezultati za grupu Parnagorog diskontinuiteta. Brzine su date u  $[\text{km s}^{-1}]$ .

Grupa	(B-V)	$n$	$U_{\odot}$	$V_{\odot}$	$W_{\odot}$	$v_{\odot}$	$L_{\odot}$ [°]	$B_{\odot}$ [°]
1	$-0,331 \leq (B-V) < 0,140$	435	$8,87^{+0,10}_{-0,10}$	$11,19^{+0,11}_{-0,10}$	$6,93^{+0,07}_{-0,07}$	$15,87^{+0,10}_{-0,10}$	$51,60^{+0,42}_{-0,41}$	$25,91^{+0,28}_{-0,28}$
2	$0,140 \leq (B-V) < 0,310$	446	$10,96^{+0,10}_{-0,10}$	$10,76^{+0,10}_{-0,10}$	$7,55^{+0,08}_{-0,08}$	$17,11^{+0,10}_{-0,10}$	$44,46^{+0,38}_{-0,37}$	$26,19^{+0,28}_{-0,28}$
3	$0,310 \leq (B-V) < 0,413$	304	$13,60^{+0,04}_{-0,04}$	$17,13^{+0,04}_{-0,05}$	$6,50^{+0,17}_{-0,17}$	$22,82^{+0,42}_{-0,41}$	$51,56^{+0,52}_{-0,51}$	$16,54^{+0,52}_{-0,51}$
4	$0,413 \leq (B-V) < 0,481$	331	$9,47^{+0,45}_{-0,43}$	$24,84^{+0,73}_{-0,70}$	$7,35^{+0,33}_{-0,32}$	$27,58^{+0,68}_{-0,66}$	$69,13^{+1,07}_{-1,04}$	$15,45^{+0,77}_{-0,75}$
5	$0,481 \leq (B-V) < 0,540$	330	$13,97^{+0,46}_{-0,45}$	$28,41^{+0,67}_{-0,65}$	$6,79^{+0,35}_{-0,34}$	$32,38^{+0,92}_{-0,89}$	$63,82^{+0,92}_{-0,89}$	$12,12^{+0,65}_{-0,63}$
6	$0,540 \leq (B-V) < 0,620$	373	$12,44^{+0,40}_{-0,38}$	$38,61^{+0,61}_{-0,59}$	$8,18^{+0,36}_{-0,35}$	$41,39^{+0,58}_{-0,57}$	$72,14^{+0,59}_{-0,58}$	$11,40^{+0,52}_{-0,50}$
7	$0,620 \leq (B-V) < 0,720$	329	$15,88^{+0,72}_{-0,70}$	$43,75^{+0,73}_{-0,71}$	$11,21^{+0,71}_{-0,70}$	$47,88^{+0,73}_{-0,71}$	$70,05^{+0,88}_{-0,86}$	$13,54^{+0,82}_{-0,83}$
8	$0,720 \leq (B-V) \leq (B-V)_{\text{max}}$	2048	$11,09^{+0,13}_{-0,12}$	$23,96^{+0,13}_{-0,13}$	$7,40^{+0,07}_{-0,06}$	$27,42^{+0,13}_{-0,12}$	$65,16^{+0,28}_{-0,27}$	$15,66^{+0,16}_{-0,15}$
P	$0,610 \leq (B-V) \leq (B-V)_{\text{max}}$	2415	$11,83^{+0,12}_{-0,12}$	$26,90^{+0,14}_{-0,14}$	$7,74^{+0,09}_{-0,09}$	$30,39^{+0,14}_{-0,13}$	$66,26^{+0,24}_{-0,24}$	$14,75^{+0,17}_{-0,17}$

**Tabela 5.6:** Elementi elipsoida brzina za grupe od 1–8. U poslednjoj vrsti sa oznakom grupe "P" dati su rezultati za grupu Parenagovog diskontinuiteta.

Grupa	$(B - V)$	$n$	$\sigma_U$ [km s <sup>-1</sup> ]	$\sigma_U/\sigma_V$	$\sigma_U/\sigma_W$	$S^2$ [km <sup>2</sup> s <sup>-2</sup> ]	$l_\nu$ [°]
1	$-0,331 \leq (B - V) < 0,140$	435	$16,46^{+0,13}_{-0,12}$	$1,57^{+0,02}_{-0,02}$	$2,44^{+0,04}_{-0,04}$	$425,8^{+5,4}_{-5,3}$	$21,2^{+0,8}_{-0,8}$
2	$0,140 \leq (B - V) < 0,310$	446	$24,41^{+0,14}_{-0,13}$	$1,75^{+0,02}_{-0,02}$	$2,84^{+0,03}_{-0,03}$	$864,6^{+8,2}_{-8,0}$	$37,6^{+0,5}_{-0,5}$
3	$0,310 \leq (B - V) < 0,413$	304	$40,02^{+3,26}_{-3,17}$	$1,22^{+0,10}_{-0,10}$	$2,46^{+0,24}_{-0,23}$	$2937^{+322,8}_{-314,0}$	$-31,8^{+28,6}_{-27,8}$
4	$0,413 \leq (B - V) < 0,481$	331	$51,93^{+1,08}_{-2,02}$	$1,04^{+0,04}_{-0,04}$	$2,27^{+0,14}_{-0,14}$	$5689,0^{+357,2}_{-347,4}$	$17,9^{+25,5}_{-24,8}$
5	$0,481 \leq (B - V) < 0,540$	330	$56,35^{+2,68}_{-2,60}$	$1,15^{+0,07}_{-0,06}$	$2,37^{+0,18}_{-0,18}$	$6133,4^{+417,3}_{-405,9}$	$-10,5^{+15,3}_{-14,9}$
6	$0,540 \leq (B - V) < 0,620$	373	$59,81^{+1,14}_{-1,11}$	$1,20^{+0,05}_{-0,05}$	$1,99^{+0,07}_{-0,07}$	$6970,1^{+310,9}_{-302,4}$	$24,8^{+13,2}_{-12,8}$
7	$0,620 \leq (B - V) < 0,720$	329	$62,57^{+3,52}_{-3,43}$	$1,26^{+0,09}_{-0,09}$	$1,80^{+0,18}_{-0,17}$	$7579,6^{+594,9}_{-578,6}$	$2,63^{+8,9}_{-8,6}$
8	$0,720 \leq (B - V) \leq (B - V)_{\max}$	2048	$43,19^{+0,59}_{-0,58}$	$1,31^{+0,04}_{-0,04}$	$2,02^{+0,03}_{-0,03}$	$3412,8^{+86,2}_{-83,8}$	$4,67^{+3,1}_{-3,1}$
P	$0,610 \leq (B - V) \leq (B - V)_{\max}$	2415	$46,36^{+0,50}_{-0,48}$	$1,27^{+0,03}_{-0,03}$	$1,98^{+0,04}_{-0,04}$	$4027,7^{+84,24}_{-81,94}$	$5,17^{+2,8}_{-2,7}$



**Slika 5.6:** Projekcije elipsoida brzina svih 8 grupa na  $UV$  ravan. Isprekidana linija označava projekciju najveće ose svakog elipsoida brzina, a znakom “+” su označeni centri elipsi. Punom linijom je naznačena Strembergova osa asimetrije.

### 5.2.1 Galaktocentrično kretanje Sunca

U cilju određivanja komponenata kretanja Sunca u odnosu na centar Mlečnog puta, ispitana je teorijski predviđena linearna zavisnost komponente  $V_{\odot}$  od veličine  $S^2 = \sigma_U^2 + \sigma_V^2 + \sigma_W^2$  na isti način kao u odeljku 5.1.1 (str. 71).

Na slici 5.7(a) je dat grafik te dve veličine, a isprekidana prava predstavlja linearnu aproksimaciju njihove zavisnosti metodom najmanjih kvadrata: U zagradama, pored vrednosti koeficijenata, date su granice intervala poverenja od 95%.

Presek ove funkcije sa ordinatom daje vrednost  $V_{\odot}$  u odnosu na lokalni standard mirovanja hipotetične klase zvezda za koju je  $S^2 = 0$ . Vrednost komponente brzine Sunca u pravcu rotacije Mlečnog puta u odnosu na lokalni standard mirovanja dao je koeficijent  $p_2$ , tj. odsečak na ordinati i iznosi:

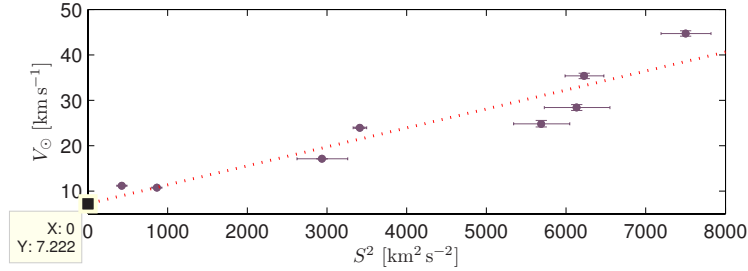
$$V_{\odot} = (7,22 \pm 0,06) \text{ km s}^{-1}. \quad (5.2.1)$$

Radijalna ( $U_{\odot}$ ) i vertikalna ( $W_{\odot}$ ) komponenta kretanja Sunca u odnosu na centar Mlečnog puta, a ujedno i u odnosu na lokalni standard mirovanja, izračunate su usrednjavanjem tih komponenata po grupama (prema Binney & Merrifield 1998, str. 627) i iznose:

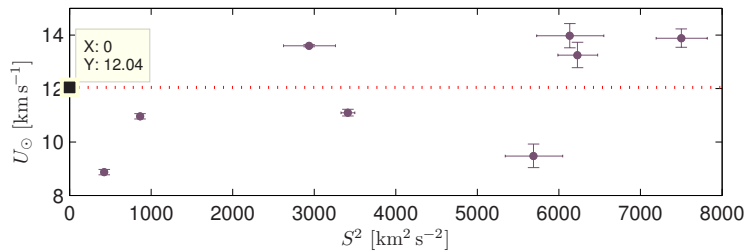
$$\begin{aligned} U_{\odot} &= (12,04 \pm 0,05) \text{ km s}^{-1} \\ W_{\odot} &= (7,74 \pm 0,04) \text{ km s}^{-1}. \end{aligned}$$

Na slikama 5.7(b) i 5.7(c) prikazana je zavisnost ove dve komponente brzine od  $S^2$ , a isprekidanom linijom je označena njihova srednja vrednost.

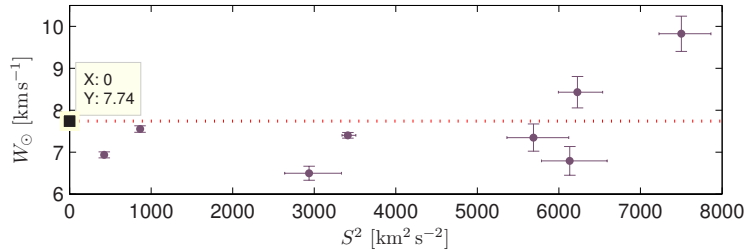
Još jednom, dobijene vrednosti komponenata Sunčeve brzine su u odnosu



(a) Zavisnost komponente brzine u pravcu rotacije Mlečnog puta ( $V_{\odot}$ ) od veličine  $S^2$ .



(b) Zavisnost komponente brzine u pravcu ka centru Mlečnog puta ( $U_{\odot}$ ) od veličine  $S^2$ .



(c) Zavisnost komponente brzine u pravcu ka polovima Mlečnog puta ( $W_{\odot}$ ) od veličine  $S^2$ .

**Slika 5.7:** Zavisnost  $V_{\odot}$  (a),  $U_{\odot}$  (b) i  $W_{\odot}$  (c) od veličine  $S^2$ . Isprekidana linija na grafiku (a) odgovara linearnoj aproksimaciji zavisnosti  $V_{\odot}$  i  $S^2$ , dok isprekidane linije na graficima (b) i (c) odgovaraju srednjim vrednostima komponente brzine  $U_{\odot}$  i  $W_{\odot}$ .

na lokalni standard mirovanja. S obzirom na to da su, prema definiciji lokalnog standarda mirovanja, njegove komponente u pravcu ka središtu Mlečnog puta i u pravcu ka polovima jednake nuli (u odnosu na središte Mlečnog puta), onda su ove vrednosti  $U_{\odot}$  i  $W_{\odot}$  u stvari komponente Sunčeve galaktocentrične brzine. Što se tiče komponente Sunčeve galaktocentrične brzine u smeru rotacije Mlečnog puta, ona se dobija kada se vrednosti te komponente brzine u odnosu na Lokalni standard mirovanja doda vrednost lokalne kružne brzine,  $V_c = 220 \text{ km s}^{-1}$ , koju preporučuje Međunarodna astronomska unija za Sunčevo rastojanje do ose galaktičke rotacije  $R_{\odot} = 8,5 \text{ kpc}$ .

### 5.2.2 Oblast posle Parenagovog diskontinuiteta

Detaljnije je ispitan deo uzorka posle Parenagovog diskontinuiteta gde se za zvezde glavnog niza, na grafiku zavisnosti poluososa elipsoida brzina i komponentata prostorne brzine od indeksa boje, očekuje nagla promena gradijenta od strogo pozitivnog do skoro jednakog nuli, tj. očekuje se prilično ravan plato. Smatra se da Parenagov diskontinuitet nastaje kao posledica činjenice da srednja starost zvezda opada u pravcu ka toplijim zvezdama (tj. ka zvezdama sa manjim indeksom boje), dok u pravcu ka hladnijim (tj. ka zvezdama sa većim indeksom boje) srednja starost zvezda ostaje skoro konstantna, tj. ne zavisi od indeksa boje usled toga što procesi rasejanja uzrokuju vrlo spori rast dispeziije brzina tokom vremena (Jenkins 1992). Dakle, disperzija brzina indirektno govori o starosti zvezda i od Parenagovog diskontinuiteta opada u pravcu ka toplijim zvezdama, a ostaje skoro konstantna u pravcu ka hladnijim. Sam diskontinuitet se pojavljuje na indeksu boje koji odgovara vrednosti na kojoj se izjednačava starost zvezda glavnog niza i starost diska Mlečnog puta. Pošto zvezde menjaju boju tokom svog života na glavnom nizu, detaljnije modelovanje zvezdanih populacija i finijih podsistema Galaksije, omogućiće određivanje starosti zvezdane komponente diska.

Iako uzorak koji se ovde razmatra sadrži pretežno zvezde glavnog niza, ima i belih patuljaka, zvezda sa horizontalne grane, crvenih džinova i drugih (vidi HR dijagram, slika 4.7, str. 52), pa je i to razlog za detaljniju analizu dela uzorka koji je u prethodnom razmatranju svrstan u jednu grupu sa oznakom "P". Ova grupa koja sadrži 2048 zvezda sa indeksom boje u intervalu  $0,720 \leq (B - V) \leq (B - V)_{\max}$ , podeljena je u 6 podgrupa. U svakoj podgrupi ima ne manje od 300 zvezda a intervali indeksa boje nisu manji od 0,05 magnituda. Na podgrupe je primenjena celokupna procedura izračunavanja elemenata lokalnog kretanja Sunca i elemenata elipsoida brzina; rezultati su dati u tabeli 5.7.

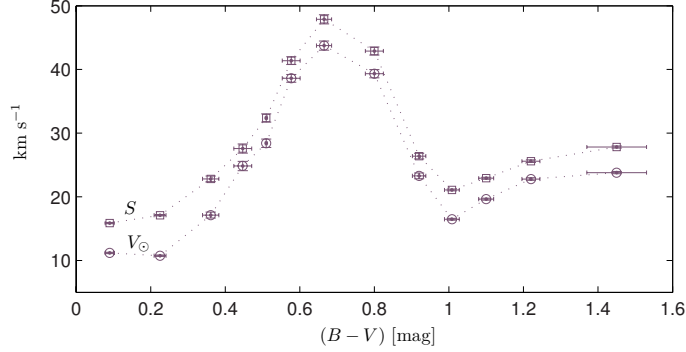
Da bi se dobila kompletna slika o uzorku na slici 5.7 su dati grafici zavisnosti komponentata brzine od indeksa boje za sve grupe i podgrupe na koje je uzorak izdijeljen. Komponente kretanja Sunca u pravcu ka centru Mlečnog puta,  $U_{\odot}$  (slika 5.8(b)), i u pravcu ka polovima,  $W_{\odot}$  (slika 5.8(c)), u zavisnosti od indeksa boje pokazuju relativno male oscilacije i ponašaju se približno konstantno.

Zavisnost komponente kretanja Sunca u pravcu rotacije Mlečnog puta ( $V_{\odot}$ ) i veličine  $S$  od indeksa boje može se pratiti na slici 5.8(a). Pre svega, vidi se da ove dve veličine dobro prate jedna drugu. Idući od manjih vrednosti indeksa boje ka većim, uočava se porast kako  $V_{\odot}$  tako i  $S$ , približno do vrednosti Parenagovog diskontinuiteta za koji je  $(B - V) = 0^m, 61$ . Potom je ovaj porast praćen neočekivanim padom, da bi se posle vrednosti indeksa boje od oko  $1^m$ , gde je dostignut lokalni minimum, lagano uspostavio približno ravan plato koji se očekivao odmah nakon Parenagovog diskontinuiteta. Slična je situacija i na grafiku koji pokazuju zavisnost disperzija  $\sigma_U$ ,  $\sigma_V$  i  $\sigma_W$ , od indeksa boje (slika 5.9). Takođe se zapaža izražen maksimum za vrednost indeksa boje oko  $0^m, 7$ , a potom nagli pad, da bi se posle vrednosti indeksa boje od oko  $1^m$  uspostavio približno ravan plato. Da bi se ustanovio uzrok ovakvog ponašanja, ispitana je povezanost prostorne heliocentrične brzine i in-

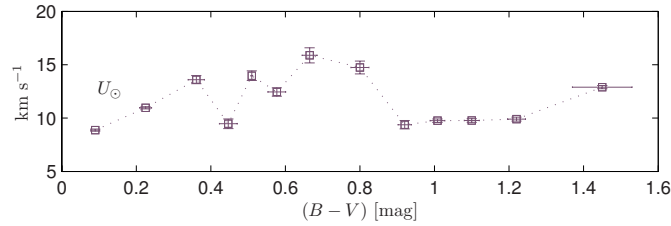


**Tabela 5.7:** Elementi lokalnog kretanja Sunca (prvi deo tabele) i elementi elipsoida brzina (drugi deo) za 6 podgrupa posle Parenagovog diskontinuiteta. Brzine su date u  $[\text{km s}^{-1}]$ .

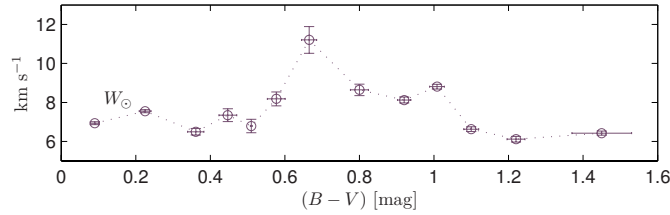
Grupa	$(B-V)$	$n$	$U_{\odot}$	$V_{\odot}$	$W_{\odot}$	$v_{\odot}$	$L_{\odot}$ [°]	$B_{\odot}$ [°]
P1	$0,720 \leq (B-V) < 0,880$	313	$14,75^{+0,61}_{-0,59}$	$39,34^{+0,64}_{-0,63}$	$8,65^{+0,29}_{-0,28}$	$42,89^{+0,62}_{-0,61}$	$69,46^{+0,84}_{-0,82}$	$11,63^{+0,42}_{-0,41}$
P2	$0,880 \leq (B-V) < 0,970$	299	$9,38^{+0,40}_{-0,39}$	$23,29^{+0,45}_{-0,44}$	$8,13^{+0,15}_{-0,15}$	$26,39^{+0,10}_{-0,10}$	$68,07^{+0,38}_{-0,37}$	$17,93^{+0,43}_{-0,42}$
P3	$0,970 \leq (B-V) < 1,050$	346	$9,76^{+0,16}_{-0,16}$	$16,48^{+0,15}_{-0,14}$	$8,81^{+0,12}_{-0,12}$	$21,08^{+0,42}_{-0,41}$	$59,38^{+0,52}_{-0,51}$	$24,70^{+0,35}_{-0,34}$
P4	$1,050 \leq (B-V) < 1,150$	365	$9,78^{+0,17}_{-0,16}$	$19,64^{+0,15}_{-0,14}$	$6,63^{+0,12}_{-0,11}$	$22,92^{+0,68}_{-0,66}$	$63,54^{+1,07}_{-1,04}$	$16,81^{+0,31}_{-0,30}$
P5	$1,150 \leq (B-V) < 1,310$	335	$9,90^{+0,19}_{-0,18}$	$22,80^{+0,20}_{-0,20}$	$6,11^{+0,14}_{-0,14}$	$25,60^{+0,92}_{-0,89}$	$66,52^{+0,92}_{-0,89}$	$13,82^{+0,34}_{-0,33}$
P6	$1,310 \leq (B-V) \leq (B-V)_{\text{max}}$	390	$12,90^{+0,15}_{-0,14}$	$23,80^{+0,17}_{-0,17}$	$6,43^{+0,11}_{-0,11}$	$27,82^{+0,58}_{-0,57}$	$61,54^{+0,59}_{-0,58}$	$13,35^{+0,23}_{-0,22}$
Grupa	$(B-V)$	$n$	$\sigma_U$ [ $\text{km s}^{-1}$ ]	$\sigma_U/\sigma_V$	$\sigma_U/\sigma_W$	$S^2$ [ $\text{km}^2 \text{s}^{-2}$ ]	$l_{\nu}$ [°]	
P1	$0,720 \leq (B-V) < 0,880$	313	$58,90^{+2,95}_{-2,87}$	$1,20^{+0,08}_{-0,08}$	$1,84^{+0,10}_{-0,10}$	$6887,1^{+469,4}_{-456,5}$	$-9,1^{+13,5}_{-13,1}$	
P2	$0,880 \leq (B-V) < 0,970$	299	$47,44^{+2,73}_{-2,66}$	$1,25^{+0,08}_{-0,08}$	$2,29^{+0,13}_{-0,12}$	$4123,0^{+311,2}_{-302,7}$	$-21,2^{+14,5}_{-14,1}$	
P3	$0,970 \leq (B-V) < 1,050$	346	$33,82^{+0,26}_{-0,26}$	$1,36^{+0,01}_{-0,01}$	$2,18^{+0,03}_{-0,03}$	$1981,0^{+23,5}_{-22,8}$	$9,0^{+0,8}_{-0,8}$	
P4	$1,050 \leq (B-V) < 1,150$	365	$39,42^{+0,26}_{-0,25}$	$1,82^{+0,02}_{-0,02}$	$2,19^{+0,02}_{-0,02}$	$2346,3^{+24,1}_{-23,5}$	$7,9^{+0,4}_{-0,4}$	
P5	$1,150 \leq (B-V) < 1,310$	335	$41,79^{+0,48}_{-0,46}$	$1,72^{+0,04}_{-0,04}$	$2,26^{+0,04}_{-0,04}$	$2671,8^{+53,1}_{-51,6}$	$7,3^{+1,3}_{-1,3}$	
P6	$1,310 \leq (B-V) \leq (B-V)_{\text{max}}$	390	$39,52^{+0,45}_{-0,43}$	$1,38^{+0,02}_{-0,02}$	$2,08^{+0,02}_{-0,02}$	$2743,6^{+48,7}_{-47,4}$	$21,4^{+2,0}_{-1,9}$	



(a) Kvadratnim simbolima je označena veličina  $S = \sqrt{S^2}$ , a kružnim komponenta brzine u pravcu rotacije Mlečnog puta,  $V_{\odot}$ .



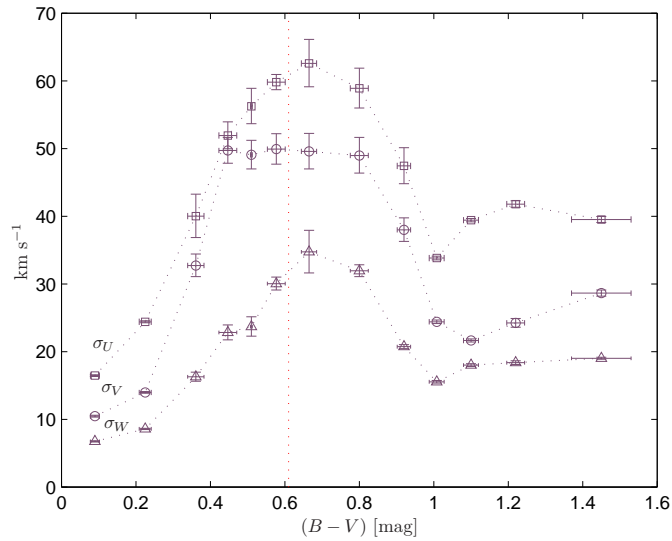
(b) Zavisnost komponente brzine u pravcu ka centru Mlečnog puta ( $U_{\odot}$ ) od indeksa boje,  $(B - V)$ .



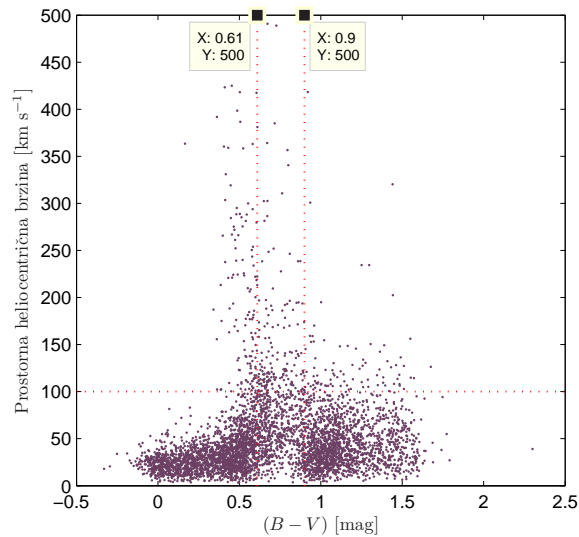
(c) Zavisnost komponente brzine u pravcu ka polovima Mlečnog puta ( $W_{\odot}$ ) od indeksa boje,  $(B - V)$ .

**Slika 5.8:** Zavisnost komponenata brzine  $U_{\odot}$ ,  $V_{\odot}$  i  $W_{\odot}$  i veličine  $S$  od indeksa boje,  $(B - V)$ .

deksa boje za ceo uzorak (slika 5.10). Ispostavilo se da u intervalu indeksa boje gde se u uzorku pojavljuje ispućenje (maksimum na slici 5.8(a)), postoji manjak zvezda malih prostornih brzina, te je kao posledica toga, u ovom intervalu došlo do skoka udela zvezda velikih brzina (preko  $100 \text{ km s}^{-1}$ ) koje, po svojoj prilici, ne pripadaju tankom disku. Kod zvezda sa velikim prostornim brzinama može se očekivati velika vrednost  $V$  komponente i disperzije i samim tim njihovo povećano učešće dovodi do porasta veličine  $V$  i disperzije za taj deo uzorka. Postavljena je *radna hipoteza*: raspodela zvezda po prostornim brzinama u zavisnosti od indeksa boje utiče na pomenuti maksimum time što je pojačan uticaj zvezda sa velikim brzinama u kombinaciji sa uti-



**Slika 5.9:** Zavisnost poluosa elipsoida brzina  $\sigma_U$ ,  $\sigma_V$  i  $\sigma_W$  od indeksa boje  $(B - V)$ . Vertikalnom isprekidanom linijom je naznačena vrednost indeksa boje za Parenogov diskontinuitet.



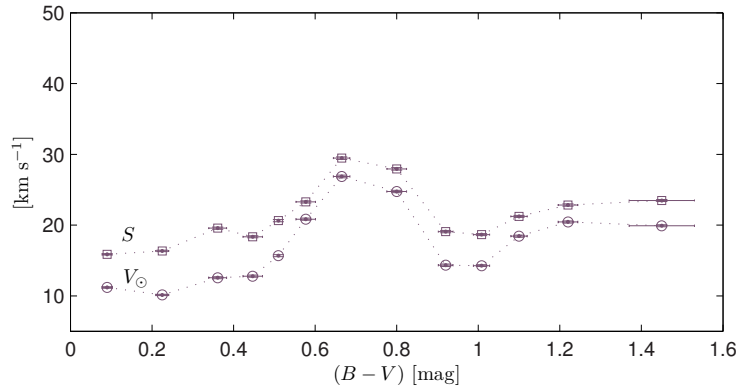
**Slika 5.10:** Zavisnost prostorne heliocentrične brzine od indeksa boje  $(B - V)$ . Vertikalnim isprekidanim linijama je naznačen interval indeksa boje u kome se uočava nedostatak zvezda sa manjim prostornim brzinama. Horizontalnom linijom je označena prostorna brzina od  $100 \text{ km s}^{-1}$ .

cajem nedostatka zvezda sa malim brzinama.

### 5.2.3 Provera hipoteze

Da bi se proverila radna hipoteza, iz uzorka su uklonjene zvezde koje imaju prostorne heliocentrične brzine veće od  $100 \text{ km s}^{-1}$ . U uzorku je bilo 387 takvih zvezda što čini oko 8,4% od ukupnog broja. Novodobijeni uzorak je podeljen u 13 grupa, i to u 7 do Parenagovog diskontinuiteta i 6 posle. Celokupni postupak izračunavanja elemenata Sunčevog kretanja i elemenata elipsoida brzina je ponovljen u potpunosti. Rezultati su dati u tabeli.

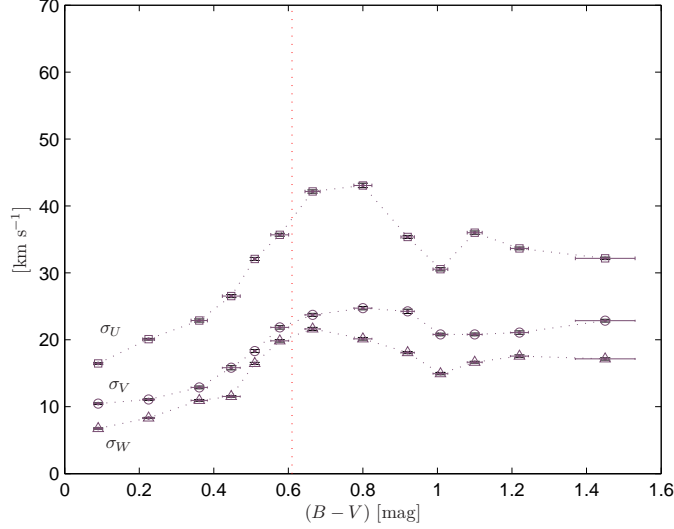
Na slikama 5.11 i 5.12 se može videti da je očekivani efekat, potpuno nestajanje maksimuma, samo delimično dobijen. Komponente Sunčevog kretanja u pravcu rotacije Mlečnog puta  $V_{\odot}$ , i veličina  $S$  su znatno smanjene u oblasti indeksa boje gde se pre uklanjanja brzih zvezda pojavljivao izražen maksimum, tako da je sada taj maksimum skoro iščezao, mada je i dalje primetan. Slična je situacija i kod poluosa elipsoida brzina  $\sigma_U$ ,  $\sigma_V$  i  $\sigma_W$  u zavisnosti od indeksa boje. Sve ovo ukazuje da je u datom intervalu indeksa boje uticaj zvezda koje imaju velike brzine znatan i da njihovo prisustvo daje sliku koja nije u saglasnosti sa kinematikom tankog diska. Novodobijene vrednosti okvirno ne



**Slika 5.11:** Kvadratnim simbolima je označena veličina  $S = \sqrt{S^2}$ , a kružnim komponenta brzine u pravcu rotacije Mlečnog puta,  $V_{\odot}$ . Prikazane su vrednosti za 13 grupa formiranih posle uklanjanja brzih zvezda iz uzorka. Dužine koordinatnih osa su iste kao na slici 5.8(a) radi lakšeg poređenja.

odstupaju mnogo od rezultata u literaturi za tanki disk. Tako,  $V_{\odot}$  i  $S$  zajedno rastu sa porastom indeksa boje do oblasti Parenagovog diskontinuiteta da bi potom bile praktično konstantne da nije uočljivog minimuma na indeksu boje od oko 1 magnituda koji bi mogao da bude posledica nagomilavanja zvezda sa malim prostornim brzinama u toj oblasti (vidi sliku 5.10). Kod  $\sigma_U$  maksimum je ostao iako znatno smanjen, dok u slučaju  $\sigma_V$  i  $\sigma_W$  gotovo da ga nema. Prema tome, u uzorku, čak i posle eliminacije zvezda koje imaju velike brzine, a koje po svoj prilici ne pripadaju tankom disku, u oblasti Parenagovog diskontinuiteta ostaju maksimumi na graficima koji prikazuju zavisnost  $\sigma_U$ ,  $\sigma_V$  i  $\sigma_W$  od indeksa boje od kojih je onaj za  $\sigma_U$  najizraženiji.

Premda je ponašanje  $V$  komponente Sunčevog kretanja i veličine  $S$  kao



**Slika 5.12:** Zavisnost poluososa elipsoida brzina od indeksa boje,  $(B - V)$ . Na apscisu su nanete srednje vrednosti indeksa boje za svih 13 grupa formiranih posle uklanjanja brzih zvezda iz uzorka. Isprekidanom linijom je označen Parenagov diskontinuitet. Dužine koordinatnih osa su iste kao na slici 5.9 radi lakšeg poređenja.

funkcija indeksa boje u oblasti Parenagovog diskontinuiteta pre i posle uklanjanja brzih zvezda kvalitativno isto, pokazuje se da koeficijent srazmernosti izmedju  $\sigma_U^2$  i asimetričnog drifta ( $V_a = V_\odot - V_\odot(S^2 = 0)$ ) nije isti u oba slučaja. Dok je posle uklanjanja blizak vrednosti od  $80 \text{ km s}^{-1}$  koja se teorijski očekuje (Binney & Merrifield 1998), dotle u prvom slučaju ima veću vrednost, nešto preko  $100 \text{ km s}^{-1}$ .

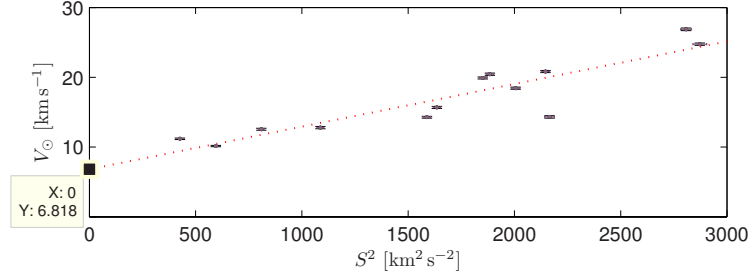
Odnosi disperzija  $\sigma_V/\sigma_U$  i  $\sigma_V/\sigma_W$  u funkciji indeksa boje, premda pokazuju izvesno oscilovanje, može se prihvatiti da su približno konstantni i da ne zavise od indeksa boje. Vrednosti za te odnose dobijene posle uklanjanja se dobro slažu sa onima koje se navode u literaturi (pre svega Dehnen & Binney 1998, zatim Hogg et al. 2005, Alcobé & Cubarsí 2005 i drugi).

Iako nije dobijen potpuno zadovoljavajući efekat uklanjanjem brzih zvezda, izračunati su elementi Sunčevog kretanja u odnosu na lokalni standard mirovanja (na isti način kao pre uklanjanja brzih zvezda) i dobijeni su sledeći rezultati:

$$\begin{aligned} U_\odot &= (9,59 \pm 0,05) \text{ km s}^{-1} \\ V_\odot &= (6,82 \pm 0,05) \text{ km s}^{-1} \\ W_\odot &= (7,40 \pm 0,04) \text{ km s}^{-1}. \end{aligned} \quad (5.2.2)$$

Na slici 5.13 prikazana je linearna aprokcimacija zavisnosti komponente brzine  $V_\odot$  od  $S^2$  metodom najmanjih kvadrata.

Na osnovu dobijenih rezultata, može se zaključiti da je postavljena hipoteza, koja implicitno daje potvrdu da zvezde čija prostorna brzina prelazi  $100 \text{ km s}^{-1}$  ne pripadaju tankom disku, dala dosta dobar rezultat. Ova hipoteza će biti proverena dalje u toku ovog rada na osnovu galaktocentričnih putanja time što



**Slika 5.13:** Zavisnost komponente brzine  $V_{\odot}$  od  $S^2$  svih 13 grupa formiranih posle uklanjanja brzih zvezda iz uzorka. Isprekidana linija predstavlja linearnu aproksimaciju metodom najmanjih kvadrata. Naznačena je tačka preseka sa ordinatom.

će u analizu biti uključeno i kretanje zvezda u odabranom modelu potencijala Mlečnog puta.

### 5.3 Galaktocentrične putanje

Jedan od načina razvrstavanja obližnjih zvezda u podsisteme, tanki disk, debeli disk i halo, može da bude prema obliku i dimenzijama galaktocentričnih putanja zvezda. Za izračunavanje galaktocentričnih putanja za sve zvezde iz uzorka napisan je MATLAB skript `orbite.m` (dodatak D). Putanje će biti prikazane u projekciji na meridijansku ravan - tj.  $Z$  u funkciji od  $R$  u cilindričnom galaktocentričnom koordinatnom sistemu. Svaka tačka na grafiku odgovara paru cilindričnih koordinata  $R$  i  $Z$  za dati trenutak vremena  $t$ . Za svaki takav položaj, treća cilindrična koordinata, ugao  $\theta$ , može imati sve vrednosti od 0 do  $2\pi$ .

Prilikom izračunavanja galaktocentričnih putanja pretpostavlja se da je Mlečni put u stacionarnom stanju i da ima obrtnu simetriju. U ovakvim uslovima važe dva zakona održanja za kretanje jedne zvezde. To su zakon održanja ukupne mehaničke energije i zakon održanja jedne komponente momenta impulsa, i to projekcije tog momenta na osu simetrije. Neka je  $E$  specifična energija<sup>1</sup> neke zvezde:

$$E = \frac{1}{2}v^2 - \Pi,$$

gde je  $v$  intenzitet galaktocentrične brzine zvezde, a  $\Pi$  je potencijal Mlečnog puta. Komponenta specifičnog momenta impulsa duž ose simetrije Mlečnog puta, ili ose galaktičke rotacije ( $Z$ -ose), data je izrazom:

$$J_Z = R^2\dot{\theta},$$

gde je  $R$  udaljenost do  $Z$ -ose, a  $\theta$  je položajni ugao u ravni simetrije Mlečnog puta.

<sup>1</sup>Energija po jedinici mase.

Parcijalne diferencijalne jednačine kretanja za proizvoljnu zvezdu, u datim uslovima, glase:

$$\ddot{R} - \frac{J_Z^2}{R^3} = \frac{\partial \Pi}{\partial R},$$

$$\ddot{Z} = \frac{\partial \Pi}{\partial Z}.$$

U ovim jednačinama je iskorišćen zakon održnja momenta impulsa. Kod obrtne simetrije potencijal ne zavisi od položajnog ugla, tj. ta koordinata je ciklična.

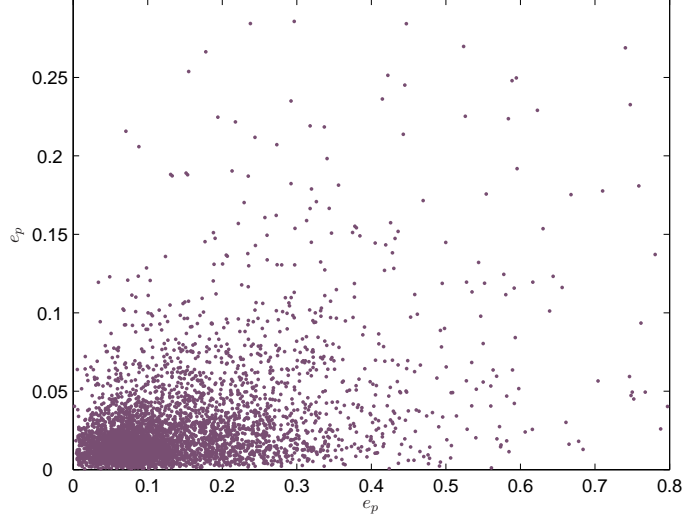
Potencijal Mlečnog puta se formira na osnovu usvojene raspodele mase, što zapravo predstavlja model Mlečnog puta. U ovom radu je korišćen model iz članka. Ninković 1992. Za potencijal u usvojenom modelu je upotrebljena formula autora Miyamoto & Nagai 1975 gde potencijal zavisi od  $R$  i od  $Z$  (obrtne simetrija). Ovaj model podrazumeva da se Mlečni put sastoji iz 3 podsistema: centralnog ovala, diska i korone. Centralni oval je podsystem čiji su objekti koncentrisani u središnjem delu Mlečnog puta. Za geometriju centralnog ovala se usvaja umerena spljoštenost. Za potencijal diska se koristi ista formula, ali sa drugim vrednostima parametara jer je disk veoma spljošten. Korona se sastoji od tamne materije i ima sfernu simetriju, sa ograničenjem da se potencijal korone u modelu može primeniti samo do granične udaljenosti 70 kpc od centra Mlečnog puta. Zbog ovoga ograničenja sve putanje koje se računaju uz pomoć ovog potencijala treba da budu prostorno ograničene do 70 kpc. Ako zvezda izade van ovih granica tj. van sfere poluprecnika  $R = 70$  kpc, onda ona možda izlazi iz potencijalne jame jer je kritična brzina u ovom potencijalu za položaj Sunca  $580 \text{ km s}^{-1}$ . Kod datog modela Mlečnog puta se usvaja da rastojanje Sunca do ose galaktičke rotacije iznosi 8,5 kpc a odgovarajuća kružna brzina iznosi  $220 \text{ km s}^{-1}$  kao što preporučuje Međunarodna astronomska unija.

Jasno je da postoje i drugi modeli Mlečnog puta. Međutim, za izračunavanje galaktocentričnih putanja izbor konkretnog modela Mlečnog puta nije od presudnog značaja. Razlika može da nastupi samo u konkretnim vrednostima parametara, ali i tu ona ne može da bude prevelika s obzirom da se nivo našeg poznavanja Mlečnog puta ispoljava kao jako ograničenje u vrednostima tih parametara.

Jednačine kretanja se za usvojeni potencijal i zadate početne uslove rešavaju numerički Dormand-Princovim algoritmom u čijoj osnovi je metod Runge-Kuta četvrtog reda. Tom prilikom se kao kontrola tačnosti algoritma koristi zakon o održanju energije.

Početni uslovi za rešavanje parcijalnih diferencijalnih jednačina za svaku zvezdu zahtevaju poznavanje nekih veličina koje model ne daje, a to su: rastojanje Sunca do ravni simetrije Mlečnog puta i komponente kretanja Sunca u odnosu na lokalni standard mirovanja. Za rastojanje Sunca od ravni simetrije je prihvaćeno 15 pc u pravcu ka severu.

Za kretanja Sunca u odnosu na lokalni standard mirovanja usvajaju se vrednosti date u članku Dehnen & Binney 1998, a koje se u literaturi najčešće prihvataju. Za računanje putanja zvezda potrebno je transformisati komponente brzina zvezda iz heliocentričnog na galaktocentrični koordinatni sis-



**Slika 5.14:** Raspodela ekscentriciteta za deo uzorka  $e_v < 0,3$ , i  $e_p < 0,8$  koji sadrži 4528 zvezda.

tem. Transformacija je obavljena po proceduri opisanoj u odeljku 2.2.1 (str. 17). Za tu svrhu je napisan MATLAB skript `hc2gc.m` (vidi dodatak D). Integracija parcijalnih diferencijalnih jednačina za date početne uslove obuhvata period od  $10^{10}$  godina što je red veličine starosti objekata Mlečnog puta, dok je korak promenljiv, reda veličine  $10^6$  godina. Cilj je bio da vreme integracije bude što duže da bi mogao da se što bliže odredi tip putanje.

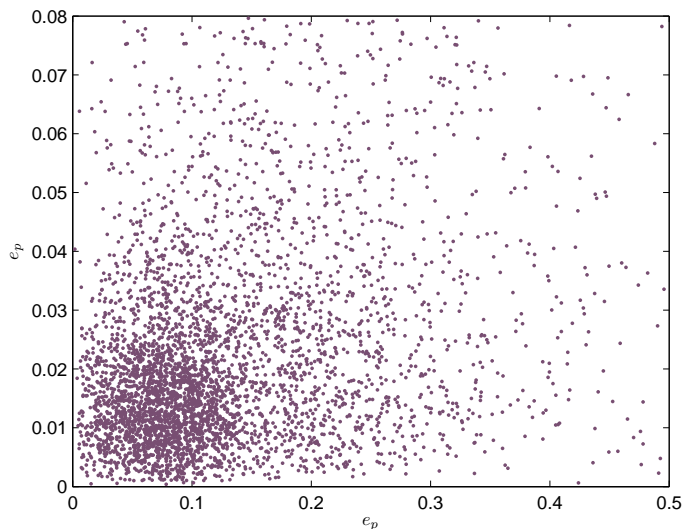
Zbog svih integrâla kretanja i okolnosti da je svaka zvezda u potencijalnoj jami, njena putanja mora biti prostorno ograničena. Ako se sa  $R_p$  i  $R_a$  obeleže najmanje (pericentrično) i najveće (apocentrično) rastojanje zvezde do ose galaktičke rotacije, sa  $|Z_p|$  i  $|Z_a|$  najveća rastojanja do ravni Mlečnog puta koja odgovaraju  $R_p$  i  $R_a$ , tada se mogu definisati sledeće veličine:

$$R_m = \frac{R_a + R_p}{2}, \quad e_p = \frac{R_a - R_p}{R_a + R_p}, \quad e_v = \frac{\frac{1}{2} (|Z_a| - |Z_p|)}{R_m}.$$

Ovim veličinama se kvantitativno može opisati svaka putanja zvezda. Ekscentričnosti  $e_p$  i  $e_v$  su veličine koje nemaju dimenzije i tako su definisane da što su one veće, putanja zvezde sve više odstupa od kružnice u ravni Mlečnog puta. Nasuprot tome, kada  $e_p$  i  $e_v$  teže nuli, svaka putanja se svodi na kružnicu u ravni Mlečnog puta.

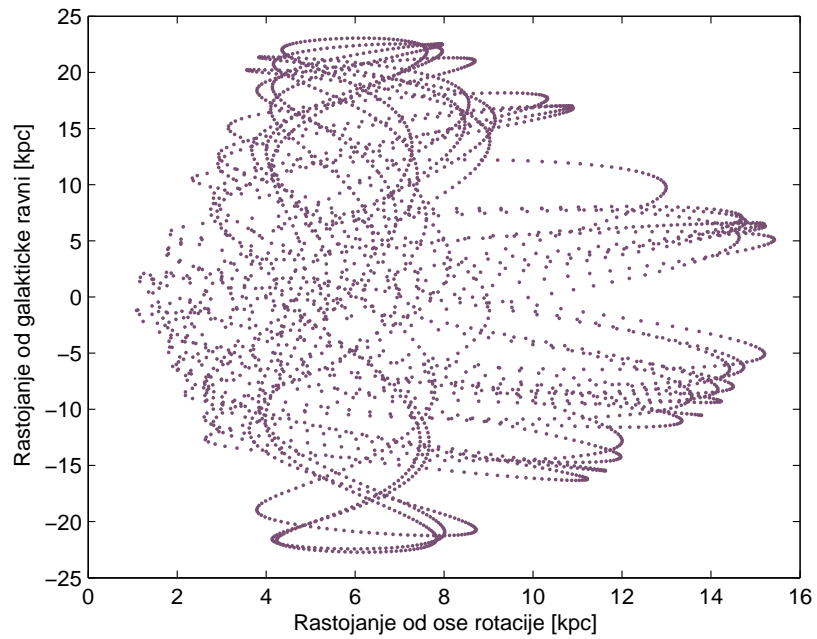
Kao rezultat programa `orbite.m` dobijene su ravanske i vertikalne ekscentričnosti u rasponu  $0 < e_p \leq 0,99$  i  $0 < e_v \leq 29,8$ . Za zvezde koje se mogu udaljiti više od 70 kpc od središta Mlečnog puta, dobijene su velike vrednosti  $e_v$  koje nisu realne, a proizašle su zbog ograničenja koja nalaže usvojeni model Mlečnog puta. Takve zvezde ili pripadaju halou, ili nisu vezane za Mlečni put. U granicama ekscentričnosti  $e_v < 0,3$ , i  $e_p < 0,8$ , nalazi se 4528 zvezda što čini 98,14% uzorka (slika 5.14). Ove zvezde nemaju prostorne putanje tipične za halo (slika 5.16). Stoga je zaključeno da one ne pripadaju



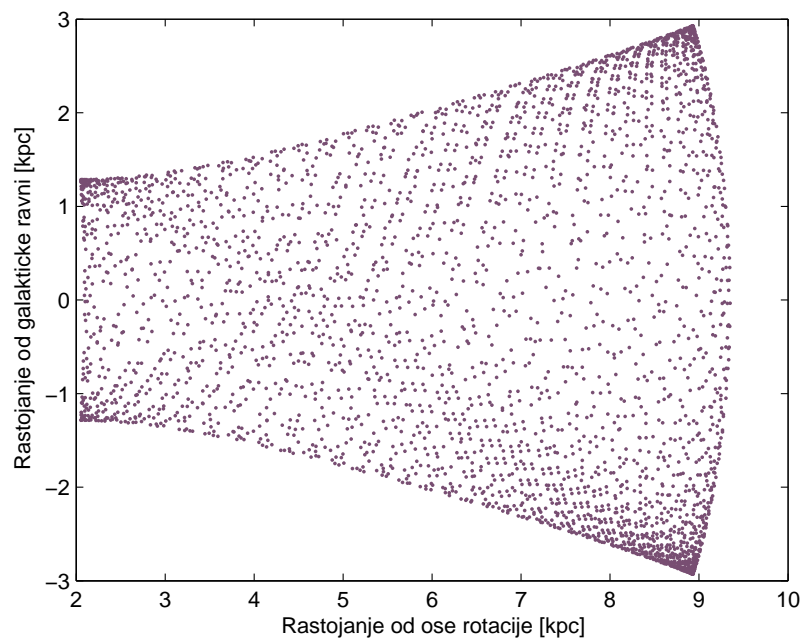


**Slika 5.15:** Raspodela ekscentriciteta za deo uzorka  $e_v < 0,08$ , i  $e_p < 0,5$  koji sadrži 4258 zvezda.

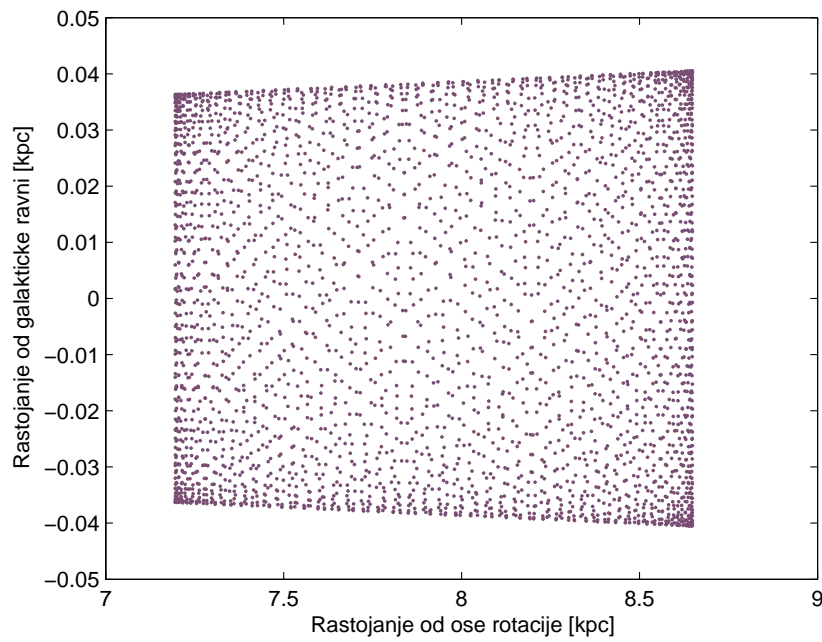
halou, tj. pripadaju disku Mlečnog puta, i tankom i debelom. Daljom analizom oblika i veličine putanja ustanovljeno je da postoje određene granice ekscentriciteta gde se ova dva parametra osetnije menjaju. Te granice su: za ravan-ski (planarni)  $e_p < 0,5$  i za vertikalni ekscentricitet  $e_v < 0,08$ . Raspodela ekscentriciteta unutar ove oblasti prikazana je na slici 5.15. U ovoj oblasti putanje su tipične za tanki disk (slika 5.18). Takva putanja u projekciji na meridijansku ravan ima oblik jednakokrakog trapeza. Ukupan broj zvezda u ovoj oblasti je 4258, ili 92,28%. Ovo se odlično slaže sa procentom zvezda (91,61) koje su svrstane u tanki disk prema svojoj prostornoj brzini (vidi odeljak 5.1, str. 65), a takođe i sa hipotezom o uticaju brzih zvezda na vrednosti  $V_{\odot}$ ,  $S$ ,  $\sigma_U$ ,  $\sigma_U$ ,  $\sigma_U$  u zavisnosti od indeksa boje (vidi odeljak 5.2.3, str. 84). Dakle, izgled putanja je potvrdio početnu pretpostavku da zvezde sa prostornim brzinama do  $100 \text{ km s}^{-1}$  pripadaju tankom disku.



Slika 5.16: Oblik i veličina putanje tipične zvezde koja pripada halou Mlečnog puta.



Slika 5.17: Oblik i veličina putanje tipične zvezde koja pripada debelom disku Mlečnog puta.



Slika 5.18: Oblik i veličina putanje tipične zvezde koja pripada tankom disku Mlečnog puta.



# Zaključak i dalji rad

## 6.1 Zaključak

- (i) Izabrani katalog ARIHIP sadrži podatke zadovoljavajuće, visoke tačnosti za problem koji je razmatran. Na osnovu strogo formiranih kriterijuma obrazovan je uzorak od 4614 zvezda.
- (ii) Izvedene su komponente Sunčevog kretanja u odnosu na dinamički lokalni standard mirovanja. Poređenje rezultata sa rezultatima drugih autora pokazuje veoma dobro slaganje. U tabeli 6.1 su dati dobijeni rezultati zajedno sa rezultatima drugih autora koji su obrađivali HIPPARCOS-ova posmatranja i najviše su citirani.

**Tabela 6.1:** *Uporedni prikaz Sunčevog kretanja.*

Autor	$U_{\odot}$	$V_{\odot}$	$W_{\odot}$
Dehnen & Binney (1998)	$10,00 \pm 0,36$	$5,25 \pm 0,62$	$7,17 \pm 0,38$
Bienaymè (1999)	$9,7 \pm 0,3$	$5,2 \pm 1,0$	$6,7 \pm 0,2$
Hogg et al. (2005)	$10,7 \pm 0,5$	$4,0 \pm 0,8$	$6,7 \pm 0,2$
rezultat 1 (5.1.1, str. 71)	$8,18 \pm 0,05$	$5,69 \pm 0,06$	$6,63 \pm 0,04$
rezultat 2 (5.1.3, str. 72)	$8,17 \pm 0,05$	$5,23 \pm 0,07$	$6,64 \pm 0,05$
rezultat 3 (5.2.1, str. 78)	$12,04 \pm 0,05$	$7,22 \pm 0,06$	$7,74 \pm 0,04$
rezultat 4 (5.2.2, str. 85)	$9,59 \pm 0,05$	$6,82 \pm 0,05$	$7,40 \pm 0,04$

- (iii) Određene su komponente elipsoida brzine i nađeno je da za sve grupe važi:  $\sigma_U > \sigma_V > \sigma_W$ . Odnosi poluosa u proseku iznose:  $\sigma_U/\sigma_V \approx 1,5$  i  $\sigma_U/\sigma_W \approx 2,0$ . Dobijeni rezultati se dobro slažu sa literaturom.
- (iv) Zvezde iz uzorka su razvrstane prema indeksu boje i za svaki interval indeksa boje je određena disperzija brzine i komponente Sunčevog kretanja u odnosu na dati centroid. Pokazuje se da u slučaju  $U$  i  $W$  komponente nema promene sa disperzijom;  $V$  komponenta raste linearno sa disperzijom. Dobijeni rezultati su u saglasnosti sa literaturom.
- (v) Ispitana je raspodela zvezda po prostornim brzinama u zavisnosti od indeksa boje; Oko Parenagovog diskontinuiteta nađen je veći maksimum od

očekivanog, a posle njega osetan pad  $V_{\odot}$  i disperzije brzina; Nakon korekcije uzorka za zvezde sa prostornim brzinama većim od  $100 \text{ km s}^{-1}$  prvi efekat nestaje; Drugi efekat se pripisuje povećanom broju zvezda malih brzina u datom intervalu indeksa boje.

- (vi) Ispitana je raspodela zvezda po prostornim brzinama metodom kumulativnog broja. Ispitivanjem gradijenta kumulativne raspodele, nađeno je da do vrednosti od  $\sim 100 \text{ km s}^{-1}$  kumulativni broj beleži snažan rast da bi zatim taj rast bio znatno sporiji. Ovo se pripisuje okolnosti da zvezde sa prostornim brzinama do  $\sim 100 \text{ km s}^{-1}$  pripadaju tankom disku (91,6%). Na osnovu analize poluprečnika krivine kumulativne raspodele ustanovljeno je da zvezde sa prostornom brzinom preko  $\sim 180 \text{ km s}^{-1}$ , kojoj odgovara minimalni poluprečnik krivine, pripadaju halou (2,2%).
- (vii) Koristeći odabrani model Mlečnog puta izračunate su galaktocentrične putanje za sve zvezde iz uzorka. Na osnovu vertikalnog i horizontalnog ekscentriciteta, i izgleda i veličine putanja, zvezde su razvrstane po podsystemima (tanki disk: 92%, debeli disk: 6% i halo: 2%) čime su potvrđeni prethodni kinematički kriterijumi.

## 6.2 Dalji rad

Za dalji rad se planira uključivanje još jedne fizičke karakteristike – metaličnosti zvezda. Zadatak se sastoji u formiranju uzorka zvezda (sa poznatom metaličnošću) koje imaju prostorne brzine  $\gtrsim 100 \text{ km s}^{-1}$ . Preko kinematičkog kriterijuma izdvojiće se zvezde haloa i ispitaće se njihova povezanost sa metaličnošću.

Na osnovu gradijenta gustine ekscentriciteta ispitaće se eventualno prisustvo populacija u tankom disku imajući u vidu postojanje kinematičkih grupa i tokova.

S obzirom da je statistički test pokazao da komponente prostorne brzine zvezda nemaju normalnu raspodelu koja je preduslov za primenu Švarcšildove funkcije gustine raspodele po brzinama, planira se primena trodimenzionalne Gram-Šarlijeeve raspodele tipa A koja sadrži treće i četvrte momente normalne raspodele.

Prilikom selekcije zvezda iz kataloga ARIHIP, uzorak je osiromašen time što su iz njega isključene dvojne i višestruke zvezde. Od 15 901 zvezde za koje su izmerene radijalne brzine, posle isključivanja dvojnih i višestrukih zvezda, uzorak je prepolovljen na 8 620. U daljem radu se planira da se u uzorak uvrste i ove zvezde za koje su poznati orbitalni elementi<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Zahvaljujem se dr Zoranu Kneževiću, direktoru Astronomske opservatorije u Beogradu, na ovoj sugestiji.

# Dodaci

## A Oznake veličina

Brzina u sistemima Dekartovih koordinata:

$\vec{v} = (\dot{x}, \dot{y}, \dot{z})$  – brzina zvezde u odnosu na Sunce (sistem  $S_{\odot}$ );

$\vec{v}_C = (\dot{x}_C, \dot{y}_C, \dot{z}_C)$  – brzina centroida zvezda u odnosu na Sunce (sistem  $S_{\odot}$ );

$\vec{u} = (\dot{\xi}, \dot{\eta}, \dot{\zeta})$  – brzina zvezde u odnosu na njen centroid, rezidualna brzina zvezde (sistem  $S_C$ );

$\vec{u}_{\odot} = (\dot{\xi}_{\odot}, \dot{\eta}_{\odot}, \dot{\zeta}_{\odot})$  – brzina Sunca u odnosu na centroid (lokalni ili specijalni), rezidualna brzina Sunca (sistem  $S_C$ );

$\vec{V} = (\dot{X}, \dot{Y}, \dot{Z})$  – galaktocentrična brzina zvezde (sistem  $S_G$ );

$\vec{V}_{\odot} = (\dot{X}_{\odot}, \dot{Y}_{\odot}, \dot{Z}_{\odot})$  – galaktocentrična brzina Sunca (sistem  $S_G$ );

$\vec{V}_C = (\dot{X}_C, \dot{Y}_C, \dot{Z}_C)$  – galaktocentrična brzina centroida (sistem  $S_G$ );

Bzina zvezde u sfernim sistemima astronomskih koordinata:

$\vec{v} = (v_{\alpha}, v_{\delta}, v_r)$  – sistem nebeskih ekvatorskih koordinata (sistem  $S_e$ );

$\vec{v} = (v_l, v_b, v_r)$  – sistem galaktičkih (heliocentričnih) koordinata koordinata (sistem  $S_g$ ).

U literaturi je, po tradiciji, uobičajeno da se komponente rezidualne brzine Sunca u odnosu lokalni standard mirovanja označavaju na sledeći način:

$\xi'_{\odot} \equiv U$  – komponenta brzine u pravcu i smeru ka centru Mlečnog puta ( $l = 0^{\circ}, b = 0^{\circ}$ ),

$\eta'_{\odot} \equiv V$  – komponenta brzine u pravcu i smeru rotacije Mlečnog puta ( $l = 90^{\circ}, b = 0^{\circ}$ ),

$\zeta'_{\odot} \equiv W$  – komponenta brzine u pravcu ose rotacije i smeru ka severnom polu Mlečnog puta ( $b = 90^{\circ}$ ).

## B Astrometrijske misije

Astrometrijske misije/eksperimenti su osnovna sredstva zvezdane/galaktičke astronomije: obezbeđuju rastojanja, i to sve veća kako se povećava preciznost instrumenata, i bar dve komponente prostornog kretanja nebeskih objekata. Veliki broj sistematski posmatranih zvezda omogućava selektovanje uzoraka po

proizvoljnim karakteristikama. U svetu je planiran ili ostvaren veliki broj astrometrijskih misija na zemlji i na satelitima. Ovde je data lista samo nekih od njih.

**Tabela 6.2:** *Astrometrijske misije.*

Projekat	Status	aktivnost [godine]	opseg priv. veličina	broj zvezda	opseg $\sigma_\pi$ [mas]
CTIOPI	u toku	1999-	[9 - 19]	300	3
URAT	delimično obezbeđena sredstva	2009-2014	[14 - 21]	$10^9$	[5 - 100]
Pan-STARRS	prototip	2010-2020	[15 - 24]	$10^{10}$	[3 - 25] (?)
LSST	delimično obezbeđena sredstva	2012-2022	[17 - 24]	$10^{10}$	[1 - 10] (?)
Hipparcos	završen	1989-1993	[2 - 12.4]	118000	[0.8 - 4]
Gaia	potpuno obezbeđena sredstva	2011-2017	[6 - 20]	$10^9$	[0.007 - 0.3]
SIM	faza B	2015-2020	[6? - 19]	10000	0.004
JASMINE	u projektu	2015-2020	[6? - 14]	$10^7$	[0.01 - ?]
MAPS	u projektu	2010-2015	[3 - 15]	$10^7$	[0.35 - 5]
OBSS	u projektu	sledeća dekada	[12 - 21]	$10^9$	[0.012 - 0.35]

## C Statističke tehnike

### Koeficijent korelacije

Koeficijent korelacije je mera linearne zavisnosti dve slučajno promenljive veličine. Definiše se kao:

$$R(X, Y) = \frac{cov(X, Y)}{\sqrt{cov(X, X)cov(Y, Y)}},$$

gde je  $cov$  operator kovarijanse, tj.  $cov(X, Y) = E\{[X - E(X)][Y - E(Y)]\}$ .  $E$  je oprator matematičkog očekivanja.

### Studentova $t$ statistika

Raspodela  $t$  je familija krivih koje zavise od jedne promenljive – broja stepeni slobode ( $\nu$ ). Kada  $\nu$  teži u beskonačnost, raspodela konvergira ka normalnoj. Ovu raspodelu je otkrio Goset (W. S. Gossett, 1908) dok je ra-



dio u Ginis (Guinness) pivari koja mu nije dozvolila da svoje otkriće objavi. On ga je ipak objavio, ali pod pseudonimom Student.

Ako su  $x$  i  $s$  srednja vrednost i standardna devijacija uzorka od  $n$  nezavisnih slučajno promenljivih izdvojenog iz skupa sa normalnom raspodelom sa srednjom vrednošću  $\mu$  i  $\sigma^2 = n$ , tada je:

$$t(\nu) = \frac{x - \mu}{s}, \text{ gde je } \nu = n - 1.$$

Studentova funkcija gustine raspodele verovatnoće glasi:

$$y = f(x|\nu) = \frac{\Gamma\left(\frac{\nu+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{\frac{\nu+1}{2}}},$$

gde je  $\Gamma$  gama funkcija.

### Pirsonova $\chi^2$ statistika

Raspodela  $\chi^2$  je familija krivih koje zavise od jedne promenljive - broja stepeni slobode ( $\nu$ ). Kada  $\nu$  teži u beskonačnost, raspodela konvergira ka normalnoj.

Funkcija gustine  $\chi^2$  raspodele verovatnoće glasi:

$$f(x|\nu) = \frac{e^{-\frac{x}{2}} x^{\left(\frac{\nu}{2}-1\right)}}{2^{\frac{\nu}{2}} \Gamma\left(\frac{\nu}{2}\right)},$$

gde je  $\Gamma$  gama funkcija.

### Lilieforsov test

Lilieforsov test proverava nultu hipotezu  $H_0$ : "slučajno promenljiva  $X$  ima normalnu raspodelu" nasuprot konkurentne hipoteze  $H_1$ : "slučajno promenljiva  $X$  nema normalnu raspodelu". Prednost ovog testa u odnosu na Kolmogorov-Smirnovljev je u tome što se parametri normalne raspodele sa kojom se poredi raspodela slučajno promenljive  $X$  računaju iz empirijske raspodele  $X$  što je nedopustivo u Kolmogorov-Smirnovljevom testu gde ti parametri moraju da budu poznati unapred, ili da se izračunaju na neki drugi način (na primer Mote Karlo metodom).

Neka je  $S(x)$  empirijska kumulativna raspodela slučajno promenljive  $X$ ,  $F(x)$  odgovarajuća stvarna, ali nepoznata, raspodela slučajno promenljive  $X$  i  $F_1$  normalna raspodela sa parametrima izračunatim iz empirijske raspodele  $X$ , tada je Lilieforsova statistika:

$$T = \max|S(x) - F_1(x)|.$$

Odluka o neprihvatanju nulte hipoteze,  $H_0$ , se donosi ako vrednost statistike prevazilazi kritičnu vrednost.

## D Programski kôdovi

Programi su izvršavani na laptopu Fujitsu Siemens AMILO Pro pod operativnim sistemom Windows XP, verzija 5.1. Programski kodovi, MATLAB skriptovi, su napisani u programskom okruženju MATLAB, verzija:

```
>> ver matlab
-----
MATLAB Version 7.0.1.24704 (R14) Service Pack 1 MATLAB License
Number: 203927 Operating System: Microsoft Windows XP Version 5.1
(Build 2600: Service Pack 2) Java VM Version: Java 1.4.2$_$04 with
Sun Microsystems Inc. Java HotSpot(TM) Client VM
-----
MATLAB                               Version 7.0.1
(R14SP1)
>>
```

Ovde je dat MATLAB skript, funkcija `MonteCarlo.m` sa jednim skupom parametara s tim sto su korišćeni različiti skupovi u zavisnosti od potrebe.

`MonteCarlo.m`.

```
function izlaz=MonteCarlo(M)
%%%% MONTE CARLO simulacija
% M je n puta 6 matrica:
% M = [udot, vdot, wdot, epsudot,epsvdot,epswdot]
M1=M; uvw=M1(:,1:3); epsuvw=M1(:,4:6); [izlaz]=elipsoid(M1);
n=1000; %broj simulacija
for i=1:n
    rn = random('Normal',0,1,length(M1),3);
    novi = uvw + epsuvw.*rn;
    novisve=[novi,epsuvw];
    [izlazMC(i,:)]=elipsoid(novisve);
end
%Statistika
[imu,is,imuci,isci] = normfit(izlazMC);
izlaz(1,:)=elipsoidf(M1); %parametri iz posmatranja
izlaz(2,:)=isci(2,:); %gornja granica (95%)
izlaz(3,:)=isci(1,:); %donja granica (95%)
izlaz(4,:)=is; %stand. devijacija svih usrednjenih velicina
izlaz(5,:)=imu; %usrednjeni rezultati iz Monte Karlo metode
izlaz(6,:)=imuci(2,:); %gornja granica (95%)
izlaz(7,:)=imuci(1,:); %donja granica (95%)
```

MATLAB skript, funkcija `xyzdot.m` izračunava pravouglo komponente brzine i njihove standardne devijacije. Ulazne veličine su u nebeskom ekvatorskom koordinatnom sistemu, a izlazne u pravouglom, baziranom na nebeskom ekvatorskom koordinatnom sistemu.

`xyzdot.m`

```
function [xyzdotE] = xyzdot(M)
% [xyzdoEt]=xyzdot(M)
% M je matrica n puta 10, n je broj redova/vrsta
% M sadrzi 10 kolona (tim redom):
% M=[alfa,delta,mialfa,epsomialfa,midelta,epsmidelta, ...
%   paralksa,eps,vradijalno,epsvr]
% alfa i delta u stepenima i delovima stepena
% mia i mid u mas/yr
% epsomialfa,epsmidelta u mas/yr
```

```

% paralaksa u mas
% epsp u mas
% v radijalno u km/s
% epsvr u km/s
% [xyzdot] izlazna matrica n puta 8 (xdot,yxot,zdot, epsxdot, ...
% epsydot, epszdot, prostorna brzina, greska prostorne brzine), km/s
Ma = M(:,1);
Ma=deg2rad(Ma); %stepeni u radijane
Md = M(:,2);
Md=deg2rad(Md);%stepeni u radijane
% nije potrebno prebacivati mas u lucne sekunde jer svuda je kolicnik
% pa se skracuje
Mmialfa = M(:,3); %
Mepsmia = M(:,4); %
Mmidelta = M(:,5); %
Mepsmid = M(:,6); %
Mp = M(:,7); %
Mepsp = M(:,8); %
Mvr = M(:,9); %
Mepsvr = M(:,10);

k = 4.74047; %konstanta za pretvaranje arcsec/yr u km/s

for i = 1 : length(Ma)
A = [ cos(Ma(i)).*cos(Md(i))   -sin(Ma(i))   -cos(Ma(i)).*sin(Md(i))
      sin(Ma(i)).*cos(Md(i))   cos(Ma(i))   -sin(Ma(i)).*sin(Md(i))
      sin(Md(i))               0             cos(Md(i))       ];
POM = [ Mvr(i)                %pomocna matrica
        (k .* Mmialfa(i) ./ Mp(i))
        (k .* Mmidelta(i) ./ Mp(i)) ];

%   KOMPONENTE BRZINE (pravougli u odnosu na nebeski ekvatorski)
xyzdot22 = A * POM;
xyzdotE(i,1:3)=xyzdot22';

% GRESKE po komponentama brzine
C = A.*A; %samo se kvadriraju elementi matrice B
D = [ Mepsvr(i).^2 %
      (k./Mp(i)).^2 .* (Mepsmia(i).^2 +(Mmialfa(i).*Mepsp(i)./Mp(i)).^2) %
      (k./Mp(i)).^2 .* (Mepsmid(i).^2 +(Mmidelta(i).*Mepsp(i)./Mp(i)).^2)];
E = [ A(1,2) .* A(1,3)
      A(2,2) .* A(2,3)
      A(3,2) .* A(3,3) ];
F = 2.*Mmialfa(i).*Mmidelta(i).*k.^2.*Mepsp(i).^2./Mp(i).^4 ;

% konacna formula za racunanje kvadrata gresaka
% u galaktickim komponentama brzine
eps2xyz = C * D + F * E; %
epsxyz=sqrt(eps2xyz);%
xyzdotE(i,4:6)=epsxyz';%

% PROSTORNA BRZINA
v=norm(xyzdot22);
xyzdotE(i,7)=v;

```

```

% GRESKA PROSTORNE BRZINE
epsv=sqrt( (xyzdot22(1)/norm(xyzdot22) .* epsxyz(1)) .^2 + ...
           (xyzdot22(2)/norm(xyzdot22) .* epsxyz(2)) .^2 + ...
           (xyzdot22(3)/norm(xyzdot22) .* epsxyz(3)) .^2 );
xyzdotE(i,8)=epsv;
end

```

MATLAB skript, funkcija `uvwdot.m` izračunava pravougule komponente brzine i njihove standardne devijacije. Ulazne veličine su u nebeskom ekvatorskom koordinatnom sistemu, a izlazne u pravougloj, baziranoj na galaktičkom koordinatnom sistemu.

`uvwdot.m`

```

function [ uvwdotE ] = uvwdot(M)
% [ uvwdotE ] = uvwMY(M)
% [ uvwdotE ] je matrica n puta 8
% njene prve 3 kolone su:
% [udot, vdot, wdot] komponente brzine u galaktičkom pravoug. koo. sis.
% (centar koo. sis. je u baricentru Sunčevog sistema)
% 4, 5 i 6 kolona su:
% [epsudot, epsvdot, epswdot] grese po komponentama brzine, tj.
% [sigma_u, sigma_v, sigma_w]
% 7. i 8. kolona su prostorna brzina i greska prostorne brzine
%
% M je matrica n puta 10
% [a, d, mialfa, epsmia, midelta, epsmid, p, epsp, vr, epsvr]
% a i d su alfa i delta, moraju biti u radijanima
% mialfa (korigovano za cos(delta)) i midelta u mas/yr
% vr je radijalna brzina u km/s
% p je paralaksa u mas
% svi epsovi (greske, tj. srednje kvadratna odstupanja)
% moraju biti u istim jedinicama kao i pripadajuće veličine

Ma = M(:,1);
Ma=deg2rad(Ma); %stepeni u radijane
Md = M(:,2);
Md=deg2rad(Md);%stepeni u radijane
%nije potrebno prebacivati mas u lucne sekunde jer svuda je kolicnik
% pa bi se ionako skratilo
Mmialfa = M(:,3);
Mepsmia = M(:,4);
Mmidelta = M(:,5);
Mepsmid = M(:,6);
Mp = M(:,7);
Mepsp = M(:,8);
Mvr = M(:,9);
Mepsvr = M(:,10);

k = 4.74047; %konstanta za pretvaranje arcsec/yr u km/s za epohu J2000.0

%k = 4.74057; % za epohu B1950.0
%KONSTANTE SU ZA HIP EPOHU (J1991.25 priblizno jednako J2000.0)

```

```

tetadeg=122.93192; %u stepenima, tereba ga prebaciti u rad
alfagdeg=192.85948; % u stepenima, treba ga prebaciti u rad
deltag=27.12825; %ovo je vec u stepenima i delovima stepena
%prethodna 3 podatka u rad
tetarad=deg2rad(tetadeg);
aG=deg2rad(alfagdeg); %alfa galakticko u rad
dG=deg2rad(deltag); %delta galakticko u rad
%Ovi podaci su potrebni za racunanje matrice T,
%ali je ovde ne racunam (izracunata je jednom za svagda)
%podaci tetadeg, alfadeg, deltadeg su dati da bi se precizirao
%galakticki koordinatni sistem
%*****

%%%%%%%%%% matrica rotacije za epohu J2000.0
T = [ -0.0548755604 -0.8734370902 -0.4838350155
      0.4941094279 -0.4448296300 0.7469822445
      -0.8676661490 -0.1980763734 0.4559837762 ];

%%%%%%%%%% matrica rotacije za epohu B1950.0
% T = [ -0.06699 -0.87276 -0.48354
%       0.49273 -0.45035 0.74458
%       -0.86760 -0.18837 0.46020 ];
%

for i = 1 : length(Ma) %i = 1 : length(a)

A = [ cos(Ma(i)).*cos(Md(i))  -sin(Ma(i))  -cos(Ma(i)).*sin(Md(i))
      sin(Ma(i)).*cos(Md(i))   cos(Ma(i))  -sin(Ma(i)).*sin(Md(i))
      sin(Md(i))              0           cos(Md(i))      ];

B = T*A;
POM = [ Mvr(i) %pomocna matrica
        (k .* Mmialfa(i) ./ Mp(i))
        (k .* Mmidelta(i) ./ Mp(i)) ];

% GALAKTICKE KOMPONEMTE BRZINE
uvwdot22 = B * POM;
uvwdotE(i,1:3)=uvwdot22';

% GRESKE
C = B.*B; %samo se kvadriraju elementi matrice B
D = [ Mepsvr(i).^2
      (k./Mp(i)).^2 .* (Mepsmia(i).^2 +(Mmialfa(i).*Mepsp(i)./Mp(i)).^2)
      (k./Mp(i)).^2 .* (Mepsmid(i).^2 +(Mmidelta(i).*Mepsp(i)./Mp(i)).^2)];
E = [ B(1,2) .* B(1,3)
      B(2,2) .* B(2,3)
      B(3,2) .* B(3,3) ];
F = 2.*Mmialfa(i).*Mmidelta(i).*k.^2.*Mepsp(i).^2./Mp(i).^4 ;

%%% konacna formula za racunanje kvadrata gresaka
%%% u galaktickim komponentama brzine
eps2uvw = C * D + F * E;
epsuvw=sqrt(eps2uvw);
uvwdotE(i,4:6)=epsuvw' ;

```

```

% PROSTORNA BRZINA
v=norm(uvwdot22);
uvwdotE(i,7)=v;

% GRESKA PROSTORNE BRZINE
epsv=sqrt( (uvwdot22(1)/norm(uvwdot22) .* epsuvw(1)) .^2 + ...
           (uvwdot22(2)/norm(uvwdot22) .* epsuvw(2)) .^2 + ...
           (uvwdot22(3)/norm(uvwdot22) .* epsuvw(3)) .^2 );
uvwdotE(i,8)=epsv;
end

```

MATLAB skript, funkcija miad2milb.m transformiše sopstveno kretanje iz nebeskog ekvatorskog ( $\mu_\alpha, \mu_\delta$ ) u galaktički koordinatni sistem ( $\mu_l, \mu_b$ ).

miad2milb.m

```

%function [mil,mib] = miad2milb(l,b,mia,mid)
% sopstvena kretanja iz mialfa,midelta u mil,mib
% l,b moraju biti u radijanima

c=deg2rad(62.6); %nagib gal. ekvatora u odnosu na neb. ekvator
teta=deg2rad(122.93192); %polozajni ugao severnog nebeskog pola

%racuna se mil (=izlaz(:,1)) i mib (=izlaz(:,2))
q=sin(b).*cos(c)+cos(b).*cos(1-teta).*sin(c);
q1=-(sin(c).*sin(1-teta))./cos(asin(q));
q2=(cos(c)-sin(b).*sin(asin(q)))./(cos(b).*cos(asin(q)));
mil=(mia.*q2+mid.*q1);
mib=(-mia.*q1+mid.*q2);
%završeno prebacivanje iz mialfa,midelta u mil,mib
%ulaz=ulaz(:,3).^2+ulaz(:,4).^2;
%provera=mil.^2+mib.^2;
%ulaz=provera,
%ovo mora biti zadovoljeno do na epsilon(zbog greske racuna)

```

MATLAB skript, funkcija elipsoid.m izračunava elemente elipsoida brzina.

elipsoid.m

```

function [izlaz]=elipsoid(M)
% M je n puta 6 matrica
% M = [udot, vdot, wdot, epsudot, epsvdot, epswdot]
uvw=M(:,1:3);
epsuvw=M(:,4:6);

%KRETANJE SUNCA u galaktičkim koordinatama
C=mean(uvw); % koordinate centra elipsoida (centroida)
mg=-C; %Kretanje Sunca u odnosu na centroid
epsmg=sqrt(mean(epsuvw.^2)./length(epsuvw));
%standardne devijacije komponenta brzine Sunca
ssg=norm(mg);
% standatdna devijacija ssg (prostorna brzina Sunca)
mgpow=mg.^2; epsssg=sqrt( (mgpow(1)/norm(mgpow) .* epsmg(1)) .^2 +...

```

```

(mgpow(2)/norm(mgpow) .* epsmg(2)) .^2 + ...
(mgpow(3)/norm(mgpow) .* epsmg(3)) .^2 );

us=mg(1);
vs=mg(2);
ws=mg(3);
%*****
% Longituda apeksa (l) i latituda apeksa (b)
Ls=atan(vs/us);
Ls=znakatan(Ls, vs, us);
Bs=atan(ws/sqrt(us^2+vs^2));
%momenti drugog reda SAMO ZA GALAKTICKI KOOR SIS
%(varijanse i kovarijanse)
mcov=cov(uvw);
%izracunati sopstvene vrednosti (eigen value) matrice m2
%(MOMENTI DRUGOG REDA)
[VV,DD]=eig(mcov);
poluose=[sqrt(DD(3,3)), sqrt(DD(2,2)), sqrt(DD(1,1))];
odnos=[sqrt(DD(3,3)), ...
       sqrt(DD(3,3))/sqrt(DD(2,2)), ...
       sqrt(DD(3,3))/sqrt(DD(1,1))];
S2=trace(DD); % Trag matrice DD: S2=sigmau^2+sigmav^2+sigmaw^2

%po x-osi
Lx=atan(VV(2,1)/VV(1,1));
Lx=znakatan(Lx,VV(2,1),VV(1,1));
Bx=asin(VV(3,1));

% po y-osi
Ly=atan(VV(2,2)/VV(1,2));
Ly=znakatan(Ly,VV(2,2),VV(1,2));
By=asin(VV(3,2));

% po z-osi
Lz=atan(VV(2,3)/VV(1,3));
Lz=znakatan(Lz,VV(2,3),VV(1,3));
Bz=asin(VV(3,3));

pravci=[ rad2deg(Lz), rad2deg(Bz),... %po x osi
        rad2deg(Ly), rad2deg(By), ..%ostaje isto
        rad2deg(Lx), rad2deg(Bx)]; %po z osi

% verteksna devijacija fi
fi=0.5 * atan(2*mcov(1,2)/(mcov(1,1)-mcov(2,2)));
fi=rad2deg(fi);

% Uglovi sa ostale 2 ose
fiuw=0.5 * atan(2*mcov(1,3)/(mcov(1,1)-mcov(3,3)));
fiuw=rad2deg(fiuw);
fivw=0.5 * atan(2*mcov(2,3)/(mcov(2,2)-mcov(3,3)));
fivw=rad2deg(fivw);

izlaz=[mg, epsmg, ssg, epsssg, rad2deg(Ls), rad2deg(Bs),...
       C, pravci, poluose, odnos, S2, fi, fiuw, fivw,...
       mcov(1,:), mcov(2,:), mcov(3,:)];

```

MATLAB skript, funkcija `ad21b.m` vrši transformaciju koordinata iz nebeskog ekvatorskog u galaktički koordinatni sistem (konstante su za epohu J2000.0).

`ad21b.m`

```
%function [l, b] = ad21b(a,d)
%a i d moraju biti 2 vektor kolone u radijanima
%KONSTANTE SU ZA HIP EPOHU J2000.0
tetadeg=122.93192;
alfagdeg=192.85948;
deltag=27.12825;
tetarad=deg2rad(tetadeg);
aG=deg2rad(alfagdeg);
dG=deg2rad(deltag);
%*****
b=asin( sin(d).*sin(dG)+cos(d).*cos(dG).*cos(a-aG) );
sinteta_l=(cos(d).*sin(a-aG)./cos(b) );
costeta_l=((cos(dG).*sin(d)-sin(dG).*cos(d).*cos(a-aG))./cos(b) );
n=length(sinteta_l);
x = acos(costeta_l);
for i=1:n
    if sinteta_l(i) < 0
        x(i) = 2*pi-x(i);
    end
end
l=tetarad-x;
n=length(l);
for i=1:n
    if (l(i) < 0)
        l(i)=l(i)+2*pi;
    end
end
end
```

MATLAB skript `hc2gc.m` transformiše heliocentrične koordinate u galaktocentrične.

`hc2gc.m`

```
%prelazak iz heliocentricnih u galaktocentricne koordinate
uvw=uvw;
%z koordinata se spusta u gal. ravan za rastojanje Sunca (15 pc)
uvwgc(:,3)=uvw(:,3)+15.0;

%prelazak u galaktocentricne koordinate (sve zvezde se transliraju
%po x-osi za rastojanje Sunca (8500pc) od centra Galaksije)
% pc u kpc
uvwgc(:,1)=(uvw(:,1)-8500.0)./1000.0; uvwgc(:,2)=uvw(:,2)./1000.0;
uvwgc(:,3)=uvwgc(:,3)./1000.0;

%prelazak u lokalne brzine - konstante su komponente brzine Sunca ka
%'apeksu kruzne brzine' (Dehnen & Binney, 1989)
uvwdotgc(:,1)=uvwdotE(:,1)+10.0; uvwdotgc(:,2)=uvwdotE(:,2)+5.2;
uvwdotgc(:,3)=uvwdotE(:,3)+7.2;

%prelazak u galaktocentricne brzine
```



```

%(v-komponenta se popravljja za kruznu brzinu Vc u smeru gal. rot.)
%u i w ostaju iste
uvwdotgc(:,2)=uvwdotE(:,2)+220.0;

```

MATLAB skript orbite.m računa orbite zvezda. Izlazni podaci su vertikalni ( $e_v$ ) i planarni ( $e_p$ ) ekscentriciteti orbita (vidi odeljak 5.3, str. 86).

orbite.m

```

% program orbite.m
% racuna orbite za sve zvezde

load podaci
% 'podaci' su 2 matrice:
% matrica uvwgc = [ugc,vgc,wgc], galaktoentricne koordinate položaja
% matrica uvwdotgc = [udotgc,vdotgc,wdotgc], ...
% galaktocentricne koordinate brzine

global g mb ab bb md ad bd pi a rc rl zj;

pi=4.0*atan(1.0);
% konstante za odabrani model Mlecnog puta
g=45.02; velun=0.1023; ab=0.04; ad=4.26;
bb=0.2; bd=0.47; mb=7.0; md=95.0; a=0.01;
rc=11.0; rl=70.0; eps=0.000001;

n=size(uvwgc);
for i=1:n
    r = -uvwgc(i,1);
    z = uvwgc(i,3);
    u = - uvwdotgc(i,1)*velun;
    v = uvwdotgc(i,2)*velun;
    w = uvwdotgc(i,3)*velun;
    zj=v*r;
    rdot=u;
    zdot=w;

    xr0 = [ r, z, rdot, zdot ];
    t = [0:0.03:100];

    options = odeset('RelTol',eps,'AbsTol',[eps eps eps eps]);
    [t,xr] = ode45(@modelMP, t, xr0, options);
    %srednje vrednosti, ekscentricitet, ...
    ra=max(xr(:,1));
    rp=min(xr(:,1));
    erm(i)=(ra+rp)/2.0;
    xr(:,3)=xr(:,2)-xr(:,1);
    xr(:,4)=xr(:,2)+xr(:,1);
    max3=max(xr(:,3));
    min3=min(xr(:,3));
    [indexmax3]=find(xr(:,3)==max3);
    [indexmin3]=find(xr(:,3)==min3);
    z11=max3+xr([indexmax3],1);
    z22=min3+xr([indexmin3],1);

```

```

max4=max(xr(:,4));
min4=min(xr(:,4));
[indexmax4]=find(xr(:,4)==max4);
[indexmin4]=find(xr(:,4)==min4);
z12=max4-xr([indexmax4],1);
z21=min4-xr([indexmin4],1);
ezm(i)=(z11+z12)/2;
eexc(i)=(ra-rp)/(ra+rp);
eexcv(i)=ezm(i)/erm(i);
end
scatter(eexc,eexcv,'.b');
title('ekscentricnosti orbita zvezda');
xlabel('exc (po R)');
ylabel('exc v (po Z)');

```

modelMP.m

MATLAB skript, funkcija modelMP.m sadrži parcijalne diferencijalne jednačine (jednačine kretanja zvezda).

modelMP.m

```

%function fr = modelMP(t,xr)

global g mb ab bb md ad bd pi a rc rl zj;

fr = [0 0 0 0]';
fr(1) = xr(3);
fr(2) = xr(4);
fr(3) =
g*(-mb*xr(1)/(xr(1)*xr(1)+(ab+sqrt(xr(2)*xr(2)+bb*bb)).^2).^1.5) ...
-md*xr(1)/(xr(1)*xr(1)+(ad+sqrt(xr(2)*xr(2)+bd*bd)).^2).^1.5) ...
+4.0*pi*(a*rc*rc*(-xr(1)/(xr(1)*xr(1)+rc*rc)) ...
-1.0/xr(1)/(1.0+xr(1)*xr(1)/rc/rc) ...
+atan(xr(1)/rc)*rc/xr(1)/xr(1) ...
+1.0/3.0*a*xr(1)/(1.0+rl*rl/rc/rc)) ...
+zj*zj/xr(1).^3;
fr(4) = g*(-mb*(ab+sqrt(xr(2)*xr(2)+bb*bb))*xr(2)/ ...
(xr(1)*xr(1)+(ab+sqrt(xr(2)*xr(2)+bb*bb)).^2).^1.5)/ ...
sqrt(xr(2)*xr(2)+bb*bb) ...
-md*(ad+sqrt(xr(2)*xr(2)+bd*bd))*xr(2)/ ...
(xr(1)*xr(1)+(ad+sqrt(xr(2)*xr(2)+bd*bd)).^2).^1.5)/ ...
sqrt(xr(2)*xr(2)+bd*bd));

return

```

## E Sadržaj CD-a

Materijal dat na CD-u je dostupan i na internet adresi:

<http://matf.bg.ac.yu/~sonja/>

1. Magistarska teza “Analiza prostornih brzina zvezda iz kataloga ARIHIP” (pdf format);

- 
2. Presentacija sa odbrane magistarske teze (pdf format);
  3. Uzorak na kome je vršena obrada posmatranja (txt format);
  4. MATLAB skriptovi (m format, MATLAB format);
  5. Katalog ARIHIP (txt format)  
    opis polja (txt format);
  6. Katalog HIPPARCOS (txt format),  
    opis polja (txt format);
  7. Katalog HIPPARCOS Input (txt format),  
    opis polja (txt format);
  8. Odabrana literatura (pdf format).



# Bibliografija

- Abadi, M., Navarro, J., Steinmetz, M., Eke, V., 2003, *Simulations of Galaxy Formation in a  $\Lambda$  Cold Dark Matter Universe. II. The Fine Structure of Simulated Galactic Disks*. *Astrrophysical Journal*, **597**, 21
- Alcobé S., Cubarsí R., 2005, *Disk populations from HIPPARCOS kinematic data. Discontinuities in the local velocity distribution*. *Astronomy & Astrophysics*, **442**, 929
- Allende-Prieto, C., Barklem, P.S., Lambert, D., Cunha, K. 2004, *S<sup>4</sup>N: A spectroscopic survey of stars in the solar neighborhood. The Nearest 15 pc*. *Astronomy & Astrophysics*, **420**, 183
- Barbier-Brossat, M., Figon, P., 2000, R., 1997, *Catalogue général de vitesses radiales moyennes pour les étoiles galactiques*. *Astronomy & Astrophysics Suppl. Ser.* **142**, 217
- Bienaymè, O., 1999, *The local stellar velocity distribution of the Galaxy: Galactic structure and potential*. *Astronomy & Astrophysics*, **341**, 86
- Bunney, J., Merrifield, M., *Galactic Astronomy*, 1998, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
- Bunney, J., Tremaine, S., *Galactic Dynamics*, 3<sup>rd</sup> ed., 1994, Princeton University Press, Princeton, New Jersey
- Blaauw, A., Gum, C.S., Pawsey, J.L., Westerhout, G., 1960, *The New I.A.U. System of Galactic coordinates*. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, **121**, 123
- Boss, B., Albrecht, S., Jenkins, H., Raymond, H., Roy, A. J., Varnum, W. B., Wilson, R. E., 1937, *General Catalogue of 33 342 Stars for the Epoch 1950*. Carnegie Institution of Washington, Publ. No. 486 *Astronomy & Astrophysics Suppl. Ser.* **142**, 217
- Brown, T.M. et al. 2006, *Deep Photometry of Andromeda Reveals Striking Similarities in the Tidal Stream and Spheroid Populations*. *Astrrophysical Journal*, **636**, L89
- Carney, B., Latham, D., Laird, J. 1989, *A survey of proper-motion stars. VIII - On the Galaxy's third population*. *Astronomical Journal*, **97**, 423
- Carney, B., Latham, D., Laird, J. 1990, *A survey of proper-motion stars. X - The early evolution of the Galaxy's halo*. *Astronomical Journal*, **99**, 572

- Chiu, L.-T. G. 1980, *Classification of stellar populations and luminosity classes from accurate proper motions*. Astrophysical Journal Supplement, **44**, 31
- Dehnen W., Binney J. J., 1998, *Local stellar kinematics from Hipparcos data*, MNRAS, **298**, 387
- Drosg, M., 2007, *Dealing with Uncertainties*, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg
- ESA, 1997, *The Hipparcos and Tycho Catalogues*, ESA SP-1200, Noordwijk
- Fenkart, R. 1988, *Further evidence for a thick disk component in the Galaxy from RGU-three colour photometric density gradients in the pole directions*. Astronomy & Astrophysics, **76**, 469
- Fulbright, J. 2002, *Abundances and Kinematics of Field Stars. II. Kinematics and Abundance Relationships*. Astronomical Journal, **123**, 404
- Fricke, W., Schwan, H., Lederle, T., Bastian, U., Bien, R., Burkhardt, G., du Mont, B., Hering, R., Jährling, R., Jahreiß, H., Röser, S., Schwerdtfeger, H. M., Walter, H. G., 1988, *Fifth Fundamental catalogue (FK5). Part I. The Basic Fundamental Stars*. Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg No. 32
- Fricke, W., Schwan, H., Corbin, T., Bastian, U., Bien, R., Cole, C., Jackson, E., Jährling, R., Jahreiß, H., Lederle, T., Röser, S., 1991, *Fifth Fundamental catalogue (FK5). Part II. The FK5 Extension – New Fundamental Stars*. Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg No. 33
- Flynn, C., Holmberg, J., Portinari, L., Fuchs, B., Jahreiß, H. 2006, *On the mass-to-light ratio of the local Galactic disc and the optical luminosity of the Galaxy*. Monthly Notice of Royal Astronomical Society, **372**, 1149
- Freeman, K., Bland-Hawthorn, J. 2002, *The New Galaxy: Signatures of Its Formation*. Annual Review of Astronomy and Astrophysics **40**, 487
- Genzel, R., L. J. Tacconi, F. Eisenhauer, N. M. Frster Schreiber, A. Cimatti, E. Daddi, N. Bouch, R. Davies, M. D. Lehnert, D. Lutz, N. Nesvadba, A. Verma, R. Abuter, K. Shapiro, A. Sternberg, A. Renzini, X. Kong, N. Arimoto, M. Mignoli 2006, *The rapid formation of a large rotating disk galaxy three billion years after the Big Bang*. Nature, **442**, 786
- Gilmore, G., 1981, *The significance of deep star counts for models of the Galaxy and the surface density of faint quasars*. Monthly Notices of Royal Astronomical Society, **195**, 183
- Gilmore, G., Reid, I.N. 1983, *New light on faint stars. III - Galactic structure towards the South Pole and the Galactic thick disc*. Monthly Notices of Royal Astronomical Society, **202**, 1025
- Grin, Robin M.: *Astronomija – Klasika u novom ruhu*, 1998, Vesta Company, Beograd.

- Gullberg, D., Lindegren, L. 2002, *Determination of accurate stellar radial-velocity measures*. *Astronomy & Astrophysics*, **390**, 383
- Hartwick, F.D.A. 1976, *The Chemical Evolution of the Galactic Halo*. *Astrophysical Journal*, **209**, 418
- Hogg D. W., Blanton M. R., Roweis S. T., Johnston K. V., 2005, *Modeling Complete Distributions with Incomplete Observations: The Velocity Ellipsoid from HIPPARCOS Data*. *Astrophysical Journal*, **629**, 268
- Hernandez, X., Valls-Gabaud, D., Gilmore, G., 2000, *The recent star formation history of the Hipparcos solar neighbourhood*. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, **316**, 605
- IAU, 1999, *Proceedings of the Twenty-Third General Assembly, Kyoto 1997, Resolution B2: On the International Reference System (ICRS)*. *Transactions of the IAU*, Vol. XXIII-B, p. 39
- IAU, 2002, *Proceedings of the Twenty-Fourth General Assembly, Manchester 2000, Resolution B1.2: Hipparcos Celestial Reference Frame*. *Transactions of the IAU*, Vol. XXIV-B, p. 33-57
- IAU, 1992, *Proceedings of the Twenty-First General Assembly, Buenos Aires 1991, Resolution B1.2: Hipparcos Celestial Reference Frame*. *Transactions of the IAU*, Vol. XXIV-B, p. 41-63
- Jenkins, A., 1992, *Heating of galactic discs with realistic vertical potentials*. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, **257**, 620
- Johnson, D. R. H., Soderblom, D. R., 1987, *Calculating Galactic Space Velocities and their Uncertainties, with an Application to the Ursa Major Group*. *Astronomical Journal*, **93**, 4
- Johnson, H. L.; Morgan, W. W., 1953, *Fundamental stellar photometry for standards of spectral type on the revised system of the Yerkes spectral atlas*. *Astrophysical Journal*, **117**, 313
- Kapteyn, J. C., van Rhijn, P., J., , 1920, *Kapteyn's model of the Galaxy*. *Astrophysical Journal*, **52**, 23
- Kapteyn, J. C., , 1922, *Kapteyn's model of the Galaxy*. *Astrophysical Journal*, **55**, 302
- Kerr, F. J., Lynden-Bell D., 1986, *Review of galactic constants*. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, **221**, 1023
- Kinman, T.D., Suntzeff, N.B., Kraft, R.P., 1994, *The structure of the galactic halo outside the solar circle as traced by the blue horizontal branch stars*. *Astronomical Journal*, **108**, 1722
- Kotoneva, E., Flynn, C., Chiappini, C., Matteucci, F., 2002, *K dwarfs and the chemical evolution of the solar cylinder*. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, **336**, 879

- Kuijken, K., Gilmore, G. 1989, *The Mass Distribution in the Galactic Disc - II - Determination of the Surface Mass Density of the Galactic Disc Near the Sun*. Monthly Notices of Royal Astronomical Society, **239**, 605
- Lamla, E., 1982, U: *Landolt-Börstein: Numerical Data and Functional Relationship in Science and Technology*. Vol. 2, ed. Schaifers, K., Voigt, H. H., Springer, Berlin
- Larsen, J., Humphreys, R.M. 2003, *Fitting a Galactic Model to an All-Sky Survey*. Astronomical Journal **125**, 1958
- Leggett, S., K., 1992, *Infrared Colors of Low-mass Stars*. Astronomical Journal Supplement Series, **82**, 351
- van Leeuwen, F., Evans, D.W., Grenon, M., Großmann, V., Mignard, F., Perryman, M.A.C., 1997, *The Hipparcos mission: photometric data*. Astronomy & Astrophysics, **323**, L61-L64
- Lindgren, L., Dravins, D., 2003, *The fundamental definition of "radial velocity"*. Astronomy & Astrophysics, **401**, 1185
- Majewski, S.R., 1992, *A complete, multicolor survey of absolute proper motions to B of about 22.5 - Galactic structure and kinematics at the north Galactic pole*. Astrophysics Journal Supplement, **78**, 87
- Miyamoto, M., Nagai, R., 1975, Publication of Astronomical Society of Japan, **27**, 533
- Morrison, H., Flynn, C., Freeman, K.C. 1990, *Where does the disk stop and the halo begin? Kinematics in a rotation field*. Astronomical Journal, **100**, 1191
- Mould, J. 2005,, *Red Thick Disks of Nearby Galaxies*. Astronomical Journal, **129**, 698
- Murray, C. A., 1989, *The transformation of coordinates between the systems of B1950.0 and J2000.0, and the principal galactic axes to J2000.0*. Astronomy & Astrophysics, **218**, 325
- Ninković S., 1992, *On the total kinetic energy of our Galaxy*. Astronomische Nachrichten, **313**, 83
- Nordström, B. et al. 2004, *The Geneva-Copenhagen survey of the Solar neighbourhood. Ages, metallicities, and kinematic properties of 14 000 F and G dwarfs*. Astronomy & Astrophysics, **418**, 989
- Parenago, P. P., 1950, *Astronomicheskii Zhurnal*, **27**, 150
- Perryman, M. A. C., Lindgren, L., Kovalevsky, J., Hoeg, E., Bastian, U., Bernacca, P. L., Crézé, M., Donati, F., Grenon, M., van Leeuwen, F., van der Marel, H., Mignard, F., Murray, C. A., Le Poole, R. S., Schrijver, H., Turon, C., Arenou, F., Froeschlé, M., Petersen, C. S., 1997, *The HIP-PARCOs Catalogue*. Astronomy & Astrophysics, **323**, L49-L52
- Rickman, H. 2002, IAU Inf. Bull., **91**, 50



- Reid, N., Majewski, S.R. 1993, *Star counts redivivus. I - A new look at the galaxy at faint magnitudes*. *Astrophysical Journal*, **409**, 635
- Rocha-Pinto, H.J., Scalo, J., Maciel, W.J., Flynn, C., 2000, *Chemical enrichment and star formation in the Milky Way disk. II. Star formation history*. *Astronomy & Astrophysics*, **358**, 869
- Schwan, H., Bastian, U., Bien, R., Jährling, R., Jahreiß, H., Röser, S., 1993, *Improved Mean Positions and Proper Motions for the 995 FK4 Sup Stars not included in the FK5 Extension*. *Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg No. 34*
- Sandage, A. 1970, *Main-sequence photometry, color-magnitude diagrams, and ages for the globular clusters M3, M13, M15, and M92*. *Astrophysical Journal*, **162**, 841
- Sandage, A., Fouts, G. 1987b, *U, V, W velocity components for the old disk using radial velocities of 1295 stars in the three cardinal Galactic directions*. *Astronomical Journal*, **93**, 592
- Sekiguchi, M., Fukugita, M., 2000 *A Study of the B - V Color-Temperature*. *Astronomical Journal*, **120**, 1072
- Trumpler, J. R., Weaver, F. H., 1953 *Statistical astronomy*. Dover publications, INC., New York.
- Unavane, M., Wyse, R.F.G., Gilmore, G. 1996, *The merging history of the Milky Way*. *Monthly Notices of Royal Astronomical Society*, **278**, 727
- <http://www.ari.uni-heidelberg.de/datenbanken/>
- van den Bergh, S. 1980 U: Scientific Research with the Space Telescope, IAU Colloquium 54, eds M.S. Longair & J.W. Warner (NASA, CP-2111), p. 151
- Venn, K., Irwin, M., Shetrone, M., Tout, C., Hill, V., Tolstoy, E. 2004, *Stellar Chemical Signatures and Hierarchical Galaxy Formation*. *Astronomical Journal*, **128**, 1177
- Vivas, A.K., Zinn, R. 2006, *The QUEST RR Lyrae Survey. II. The Halo Overdensities in the First Catalog*. *Astronomical Journal*, **132**, 714
- Wielen, R., 1997, *Principles of Statistical Astrometry*. *Astronomy & Astrophysics*, **325**, 367
- Wielen, R., Schwan, H., Dettbarn, C., Jahreiß, H., Lenhardt, H., 1997, *Statistical Astrometry based on a Comparison of Individual Proper Motion and Positions of stars in the FK5 and Hipparcos*. U: Hipparcos Venice '97, Presentation of the Hipparcos and Tycho Catalogues and first astrophysical results of the Hipparcos space astrometry mission, eds. Battric, B., Perryman, M. A. C., Bernacca, P. L., ESA SP-402, p. 727
- Wielen, Jahreiß, H., Lenhardt, H., Schwan, H., 1999a, *Indications on the Binary Nature of Individual Stars derived from a Comparison of their HIPPARCOS Proper Motions with Ground-Based Data. I. Basic Principles*. *Astronomy & Astrophysics*, **346**, 675

- Wielen, R., Schwan, H. Dettbarn, C., Lenhardt, H., Jahreiß, H., Jährling, R., 1999d, *Sixth Catalogue of Fundamental stars (FK6), Part I. Basic Fundamental Stars with Direct Solutions*. Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg No. 35
- Wielen, R., Schwan, H. Dettbarn, C., Lenhardt, H., Jahreiß, H., Jährling, R., Khalisi, E., 2000a, *Sixth Catalogue of Fundamental stars (FK6), Part III. Additional Fundamental Stars with Direct Solutions*. Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg No. 37
- Wielen, R., Jahreiß, H., Dettbarn, C., Lenhardt, H., Schwan, H., 2000b, *Polaris: Astrometric Orbit, Position and Proper Motion*. Astronomy & Astrophysics, **360**, 399
- Wielen, R., Lenhardt, H., Schwan, H., Dettbarn, C., 2001a, *The Combination of Ground-Based Astrometric Compilation Catalogues with the HIPPARCOS Catalogue. II. Long-Term Predictions and Short-Term Predictions*. Astronomy & Astrophysics, **368**, 298
- Wielen, R., Schwan, H. Dettbarn, C., Lenhardt, H., Jahreiß, H., Jährling, R., Khalisi, E., 2001b, *Astrometric Catalogue GC+HIP Derived from a Combination of Boss' General Catalogue with HIPPARCOS Catalogue*. Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg No. 38
- Wielen, R., Schwan, H. Dettbarn, C., Lenhardt, H., Jahreiß, H., Jährling, R., Khalisi, E., 2001c, *Astrometric Catalogue TYC2+HIP Derived from a Combination of the HIPPARCOS Catalogue with Proper Motions Given in the TYCHO2 Catalogue*. Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg No. 39
- Wielen, R., Schwan, H. Dettbarn, C., Lenhardt, H., Jahreiß, H., Jährling, R., Khalisi, E., 2001d, *Astrometric Catalogue ARIHIP Containing Stellar Data Selected from the Combination Catalogues FK6, GC+HIP, TYC2+HIP and from the HIPPARCOS Catalogue*. Veröffentlichungen Astronomisches Rechen-Institut Heidelberg No. 40
- Wyse, R.F.G., Gilmore, G. 1986, *Kinematics of the galaxy from a magnitude-limited proper-motion sample*. Astronomical Journal **91**, 855
- Wyse, R.F.G., Gilmore, G. 1988, *The Galactic spheroid - What is Population II?* Astronomical Journal **95**, 1404
- Wyse, R.F.G., Gilmore, G. 1989, *Is the Galaxy Round*. Comments on Astrophysics **13**, 135
- Wyse, R.F.G., Gilmore, G. 1992, *Formation and evolution of the Galactic bulge and spheroid - Where did the spheroid gas go?* Astronomical Journal, **104**, 144

Katalogizacija u publikaciji Ljiljana Čudić, knjižničar

524.62/.63(043.2)

VIDOJEVIĆ, Sonja

Analiza prostornih brzina zvezda iz kataloga ARIHIP : magistarska teza /  
Sonja Vidojević. – Beograd : [S. Vidojević], 2008. – viii, 114 str. : graf. prikazi,  
tabele ; 30 cm

Na nasl. str.: Univerzitet u Beogradu, Matematički fakultet. – Bibliografija:  
str. 108-114.

- a) Mlečni put – Sunčeva okolina
- b) Zvezde – Kinematika
- c) Sunčevo kretanje
- d) Mlečni put – Podsistemi