

Glasnik

Udruženja aktuara Kraljevine Jugoslavije

R. Matjašič: Osiguranje u iznemoglosti, starosti i smrti (penziono osiguranje) radnika i službenika	1
Dr. D. Marković: Tablice smrtnosti i računski kamatna stopa kod osiguravajućih preduzeća u Jugoslaviji	5
Dr. Sós Ernő: Buffonov problem	8
Dr. K. Voronjec: Srednje vrednosti u matematici osiguranja	11
Ing. Fedor Jamnický: Nekoje vrlo rijetke ali jako zanimljive štete u elementarnom osiguranju	24
Ivo Lah: Pokojninsko zavarovanje obrtnikov	29
Literatura	49
Autorizacija aktuara	51
Popis članova	52

R. Matjašič:

Osiguranje u iznemoglosti, starosti i smrti (penziono osiguranje) radnika i službenika.

Računske osnove penzionog osiguranja.

Kod ocenjivanja vrednosti prava na udovičku rentu postoji osnovna razlika između izračunavanja te vrednosti za pojedinca i između računanja prosečne vrednosti tog prava za sve osiguranike bez razlike dali su neoženjeni ili oženjeni. U prvom slučaju individualna vrednost prava na udovičku rentu jednaka je za oženjenog vrednosti udaje, smanjenoj za vrednost zajedničke rente dok muž i žena žive, a prema njihovim starostima; za neženje pravo na udovičku rentu dobijemo ako polazimo od verovatnoće stupanja u brak i prosečne starosti žena koje se udaju za muževe određene starosti te ako svakom godištu dodelimo vrednost prava na udovičku rentu za muža dotične starosti oženjenog sa ženom odgovarajuće prosečne starosti pomnoženu sa verovatnoćom stupanja u brak te ako zbir tih produkata, uzev u obzir kamate, podelimo sa brojem neženja iz tablice opadanja muških lica. Umesto udovičke rente za prosečnu starost i verovatnosti stupanja u brak može se uzeti i prosek vrednosti udovičkih renta za onaj verovatni broj žena koje u određenim godinama starosti stupe u brak sa muževima dotične starosti. Ovaj način računanja komplikovan je jer treba voditi računa i o starosti muža i o starosti žene. Još više se komplikuje račun ako se vodi računa i o aktivnim i penzioniranim muževima, ili ako se uzme u obzir i verovatnoća ponovnog braka muža.

Kad se računa prosečna vrednost prava na udovičku rentu, što je za određivanje prinosa u obaveznom osiguranju dovoljno, račun se mnogo uprosti. U tom slučaju može se polaziti od prosečnog broja žena određene starosti udatih za hiljadu muževa pojedinih godina starosti; broj žena pomnoži se sa vrednošću rente žene te starosti, vodeći prema potrebi računa i o verovatnoći preudaje, zbir produkata daje prosečnu vrednost udovičkih renta za 1000 muževa koji u toj godini starosti umru. Račun se još nešto uprosti ako se polazi od verovatnoće muža da je ženjen i od prosečne starosti žena oženjenih sa muževima određenog broja godina i vrednosti rente žena te starosti. Uz primenu nekoliko netačne hipoteze da se odnos broja i starosti žena za iznemogla lica ne menja te da vrede ove prosečne vrednosti i za penzionere, dobija se sabiranjem broja umrlih invalida iz tablice opadanja invalida pomnoženih sa prosečnom vrednošću udovičke rente, uvaživ ukamaćenje, i delenjem sa brojem invalida iste tablice, prosečna vrednost prava na udovičku rentu invalida. Množenjem prosečne vrednosti udovičke rente sa brojem umrlih aktivnih lica i dodavanjem vrednosti prava na udovičku rentu za invalide za onaj broj lica koji u toj godini iznemognu, zbir ukamaćenih ovih iznosa daje prosečnu vrednost prava na udovičku

rentu za sva aktivna lica određene starosti iz tablice opadanja aktivnih lica. Ograničenje prava na udovičku rentu za brakove sklopljene posle 50 godina uzima se u obzir na taj način da se polazi od broja i starosti žena udatih za muževe te godine starosti i da se taj broj žena smanjuje s obzirom na njihovo opadanje zbog umiranja te onda provede račun kao što je prikazano.

Za vrednost prava na dečju rentu važi isto što i za udovičku rentu, samo se računa sa verovatnoćom dobijanja dece odnosno sa verovatnim brojem dece određenih starosti za očeve svake starosti i sa vrednošću renta dece, koja se plaća do predviđene krajne godine prava na dečju rentu. Za rente siročadi može se polaziti od analognih brojeva za siročad ili se vrši samo povećanje vrednosti prema proceni, jednako kao što se i vrednost prava na rentu smanjuje prema proceni zbog ograničenja u visini ukupne rente sve dece ili siročadi.

Vrednost otpravnina za ženu i decu računa se prema broju umrlih i verovatnoći da su oni ženjeni odnosno da imaju decu.

Podaci o prosečnom broju i starosti žena i dece za sve osigurane radnike radničkog osiguranja nisu poznati, ali se mogu dobiti do izvesne mere iz odnosa kod porodičnih renta za slučaj nesreće, koji ne mogu biti bitno različiti. Podela prema porodičnom stanju poznata je iz statistike članova. Za penziono osiguranje službenika i rudara prikupljeni su ti podaci posebnim istraživanjem.

Iz ovih računskih osnovica može se za određeni penzioni normale pronaći čisti prinos za ličnu i porodičnu rentu bez obzira na porodično stanje za osiguranje pojedinih godina starosti kod stupanja u obavezu osiguranja kao i potrebne čiste premijske rezerve za vreme trajanja osiguranja. Ovi prinosi i rezerve mogu se, u koliko je porodično stanje fonda ili grupe jednako ili slično onom koje je uzeto u račun, upotrebiti za računanje penzionih fondova i grupnih penzionih osiguranja privatnih osiguravajućih društava.

Vrednosti prava na rentu i visina prinosa i premijskih rezervi penzionog osiguranja zbog dugog trajanja uplata prinosa i isplate rente zavisiće od upotrebljene računске kamatne stope mnogo jače nego prinosi i rezerve životnog osiguranja. Dok se je vrednost kapitalnog pokrivača renta u nesreći kod prelaza od 4% na 6% ukamaćenje smanjila za približno $\frac{1}{6}$, prinosi i premijske rezerve penzionog osiguranja smanjili su se za više od $\frac{1}{4}$. Pitanje računске kamatne stope u obaveznom osiguranju nije potpuno isto kao u privatnom životnom osiguranju već s razloga što obavezno osiguranje ne mora da računa sa mogućnosti prevremene likvidacije prikupljene imovine i što mu nije potrebna veća marža između računskog i stvarnog ukamaćenja. Dosadnji uspesi Penzionog zavoda za službenike u Ljubljani, koji kod nalaganju svoje imovine nije bio vezan za potrebu da ju upotrebi za ciljeve drugih grana, te zbog toga postizavao dosada i stvarno 6% ukamaćenje, koje Središnji ured nije mogao postići zbog finansiranja bolesničke grane i investicija za njezine ciljeve i zbog veće visine neuteranih prinosa, koji mu se ne plaćaju unapred kao Penzionom zavodu nego naknadno. Prelaz na 6% računsku kamatnu stopu u penzionom osiguranju i u nesrećnoj grani usledio je u vreme kad je stvarna kamatna stopa u našoj zemlji bila dvostruka od današnje a u cilju da omogući veća davanja službeničkom i radničkom osiguranju uz očuvanje pune matematičke fundacije odnosno pune kontrole kretanja deficita. Mere koje su u međuvreme sa uspehom preduzete od državne

uprave da se kamatna stopa u zemlji snizi, prinudiće i naše socijalno osiguranje na smanjenje računске kamatne stope, što će povlačiti u nesreći povećanje prinosne tarife, ako ne uspe boljim zaštitnim merama smanjiti broj nesreća a boljim lečenjem posledice nesreća, u penzionom osiguranju službenika pak smanjenje računskih renta odnosno dodataka na skupoću zakonskim rentama, koje su izračunate još na 4% računskoj kamati.

Obavezno penziono osiguranje ali ne računa sa individualnom premijom niti prema porodičnom stanju a ni prema godinama starosti nego sa prosečnom prinosnom stopom. Za ustanavljanje prosečne prinosne stope potrebno je poznavanje broja osiguranika u pojedinim godinama starosti (starosne podele članova) kod početka penzionog osiguranja. U radničkom osiguranju starosna podela članova poznata je iz statistike članova bolesničkog osiguranja, od koje treba odbiti broj službenika obaveznih na penziono osiguranje prema starosnoj podeli penzionih zavoda.

Prosečni prinos članova kod zavoda penzionog osiguranja mora da je mnogo veći nego kasniji prosečni prinos s razloga što kasnije osiguranju pristupaju u pretežnoj većini mlada lica sa niskim individualnim prinosom. Nije ali potrebno da prva generacija plaća veće prinose nego kasnija, nego se može već za prvu generaciju sniziti prosečni prinos ispod potrebne visine na taj način da se utvrdi računom ili hipotezom koji je prosečni prinos za nove generacije koje će u budućim godinama pristupati i brojčani odnos novih i ove prve generacije. Iz toga se dobije prosečna prinosna stopa sadanje i budućih generacija koja daje, povećana za upravni trošak i sigurnosnu rezervu, prinosnu stopu koju treba propisati kao bruto prinos. Kod određivanja te prinosne stope može se radi njezinog smanjenja voditi računa i o dobiti od storna zbog prestanka osiguranja. Ova dobit nije neznatna ni ako se zavede puno čuvanje prava kod prelaza u zemlji i na strani, premda se proširavanjem uzajamnosti mora da smanjuje. Uvaženje verovatnoće storna opravdano je, ali se mora dovoljno oprezno ceniti. U penzionom osiguranju službenika moglo bi ukidanje prava na vraćanje premija radi povećanja ove dobiti od storna, u velikoj meri olakšati skraćivanje potrebnog članstva i godina života za starosne rente, a uz izvesne daljne uštede možda i u celosti pokriti.

Dosadnji prikaz nije još vodio računa o uticaju promene nadničnih i platnih razreda na visinu rente i na visinu prinosne stope, koji treba kod izračunavanja potrebnog prinosa istotako uvažiti. U tom cilju potrebno je poznavanje podele osiguranih lica po nadničnim i platnim razredima i kretanja obezbeđenih nadnica i plata ili barem prosečne obezbeđene nadnice ili plate prema godinama starosti za svaku vrstu penzionog osiguranja. Značaj podele po platnim razredima u službeničkom osiguranju pojačan je još zbog minima renta i stalnog osnovnog iznosa, koje povećavaju i samu prinosnu stopu nižih razreda a smanjuju ju u višim razredima. Kretanje prosečne nadnice ili plate može da posluži kao daljna računska osnovaci, pored obrazloženi osnovnih verovatnoća, starosne podele i dobiti od storna.

Kod obaveznog penzionog osiguranja sa prosečnom prinosnom stopom računanje premijske rezerve ne može više da se vrši na isti način kao kad se ubiru individualne premije. Premijska rezerva računana retrospektivno ne mora više da se podudara sa prospektivnom

rezervom. U praksi trebaće računati sa opterećenjem stečenim pravima aktivnih i penzionisanih članova uz uvažanje vrednosti budućih storna i sa vrednošću brutopremije po odbitku kvote za upravne troškove. Kao aktiva u bilancu moći će se uneti i vrednost razlike između propisanog prinosa i prinosa budućih generacija. Ovaj način Penzioni zavod za službenike u stvari već sprovodi i ako pod drugim nazivima; jedan deo sadanjeg nepokritog manjka može se svakako pokriti iz budućih ušteda na razlici prinosa i iz budućih storna, drugi iz razlike kamata dok bude veće ukamaćenje trajalo.

Sve te finansijske osnove računaju sa stalnom kupovnom snagom novca koja može i da se menja. Nestalnost vrednosti novca u vreme donošenja zakona dovela je u našem socijalnom osiguranju do propisivanja pokretnih nadničnih i platnih razreda, koji se mogu prema prosečnoj nadnici ili plati menjati ministarskom naredbom bez izmene zakona. Zakon o osiguranju radnika predviđao je pored toga mogućnost snizavanja renta, ako se smanji prosečna nadnica za više od 10% (§ 67 ZOR) dok za slučaj povećanja nema propisa o povišenju renta kao što ih ima § 164 Pravila za slučaj da prosečne zarade rudara budu za 15% veće ili manje od kategorijskih zarada. U radničkom osiguranju u slučaju veće skupoće trebaće svakako pribeći davanju dodataka na skupoću, premda su takvi dodaci u zakonu predviđeni samo za stare rente priznate pre novog zakona.

Značaj penzionog osiguranja na novčanom tržištu. Ulaganje imovine.

Penziono osiguranje prikuplja velike kapitale kroz dugi niz godina, koje ne troši odmah nego ih plodonosno ulaže sa namerom da svoje rente i potpore isplaćuje u pretežnom delu iz donosa prikupljenne imovine a manjim delom iz tekućih prinosa. U prvim godinama biće 80—85% prinosa, koji će dostizavati za sve zavode blizu 300 mil. dinara na raspoloženju za plodonosno ulaganje, a za nekoliko godina penzione ustanove uložice više milijardi za potrebe privrede i države. Ovolika finansijska snaga penzionih ustanova, koja daleko premašuje snagu srednjih novčanih ustanova i banaka, čini ih važnim faktorom na novčanom tržištu a od njihovih upravljača traži sličnu umešnost kao od direktija banaka, i još veću, da bi penzione ustanove izvršile u potpunosti i što celishodnije svoj zadatak.

Ova funkcija penzionih ustanova nalaže državi kao nadzornoj vlasti da tačno nadzire upotrebu upravama tih ustanova poverenog novca i da donese potrebne mere i propise da se ulagajne imovine vrši uz punu sigurnost i barem sa onim donosom koji računске osnovice iziskuju. Likvidnost uloženi kapitala kod obaveznog osiguranja sa neograničenim trajanjem i u pravilu sa povećajućim se brojem osiguranika zbog industrijalizacije i porasta stanovništva, nije od iste važnosti kao u privatnom osiguranju jer se može potreba likvidnih sretstava baš u penzionom osiguranju duže vremena unapred tačno proceniti. Propisi koji važe za ulaganje privatnih osiguravajućih preduzeća mogu da se primene in na penzione ustanove; ali bih smatrao da ove treba da izbegavaju davanje hipotekarnih i meničnih kredita privatnicima, pošto nemaju tu dovoljne garancije pune sigurnosti.

Država ima na penzionim ustanovama još jedan eminentni interes, naime da budu jaka podrška državnom kreditu i stalan kupac državnih

vrednosnih papira odnosno upisivač državnih zajmova radi trajnog ulaganja a ne radi spekulacije. Amandman finansiskom zakonu za 1938/39 predviđa o tome posebnu uredbu; treba ali želeći da se sve razpoložive sume ne rezervišu za državne papire nego da se omogući i ulaganje u nepokretnosti i podupiranje opština i javnih tela za podizanje opštekorisnih ustanova. S druge strane finansisko značenje penzionih ustanova opravdava zahteve pojedinih pokrajina da dobiju presudan uticaj na ulaganje onog novca koji je kod njih prikupljen. Ovo je jedini razlog, koji donekle opravdava zahteve za sopstvenim penzionim ustanovama, ali tom razlogu mogla bi udovoljiti i jedna zajednička ustanova sa odgovarajućim propisima o postupku kod ulaganja imovine i o faktorima koji o tome imaju da odlučuju.

Sprovođenje radničkog i proširenje službeničkog penzionog osiguranja treba pozdraviti i u interesu zdravijih kreditnih odnosa i stvaranja potrebnog kapitala u samoj zemlji.

Pensionsversicherung jugoslavischer Arbeiter und Angestellten. Im Jahre 1937 wurde in Jugoslawien allgemeine Invalidenversicherung der Gewerbe- und Industriearbeiter eingeführt. Im selben Jahre wurde außerdem die Pensionsversicherung der Angestellten, welche bisher nur in Slowenien und Dalmatien existierte, auf das ganze Königreich ausgedehnt. Schließlich wurde im selben Jahre noch die Pensionsversicherung der Berg- und Hüttenarbeiter novelisiert. Der Aufsatz, welcher bereits in der vorletzten Nummer des »Glasnik« begonnen hat, enthält eine erschöpfende Zusammenstellung und Vergleichung der Eigenartigkeiten dieser drei Pensionsversicherungen samt ausführlichen Erklärungen der dabei auftretenden versicherungstechnischen Problemen und versicherungsmathematischen Rechnungen.

Dr. D. Marković:

Tablice smrtnosti i računska kamatna stopa kod osiguravajućih preduzeća u Jugoslaviji.

Samim tim što je u našoj zemlji osiguranje još mlado i u razvoju u poređenju sa drugim stranim zemljama, a naročito ako je reč o domaćem osiguranju, može biti donekle razumljiva činjenica da mi nemamo svojih tablica smrtnosti, kao statističku osnovu za obračunavanje premije i premijske rezerve, već smo primorani da se služimo stranim. Iskustvo i prilike pod kojima su izrađivane te strane tablice, pored svoje raznolikosti, vrlo verovatno ne odgovaraju često puta našim potrebama. Prema tome, ne može ni biti reči o tome da se i našoj zemlji, kao što je to bilo ranije sa razvojem i drugih, nameće zadatak da na osnovu dosadašnjeg materijala, kao i budućeg, može i treba pripremati teren za izradu naših domaćih mortalitetnih tablica. O ovome pitanju je već istaknut značaj i date glavne smernice u članku g. Iva Laha.¹

Ovim člankom ne nameravamo da govorimo o značaju ovoga pitanja, iako smatramo da o njemu treba još mnogo govoriti, pre nego što bismo najpre izneli činjenice onakve kakve su. Zato ćemo ovom prilikom pokušati da statistički prikažemo stanje u glavnom i na taj način stećemo ma i jednu opštu sliku o tome koje se tablice kod nas upotrebljavaju, koje više a koje manje, da li iste za sve vrste tarifa ili više, prema tarifama itd.

¹ Ivo Lah — Zavarovalno-tehnične naloge državne statistike in ljudskih štetij (Glasnik Udruženja aktuara Kraljevine Jugoslavije br. 314, II. god.).

1. Ne uzimajući u obzir tablice za invaliditet, kao i pojedine tarife za dopunsko osiguranje, može se reći da veći deo osiguravajućih preduzeća upotrebljava za sve tarife u glavnom jedne tablice smrtnosti, dok drugi deo upotrebljava dve, tri, pa i više raznih tablica. Tako, precizno uzevši, od ukupno 22 osiguravajuća preduzeća stranih i domaćih, koja obavljaju osiguranje života 10 preduzeća upotrebljavaju jedne tablice, 5 preduzeća upotrebljavaju dve vrste tablica, 4 preduzeća upotrebljavaju tri vrste tablica i najzad 3 preduzeća imaju u upotrebi četiri ili više tablica smrtnosti. Kako pak među preduzećima sa dvema tablicama, tri preduzeća upotrebljavaju jedne tablice za većinu tarifa (izuzev jednu, dve, najviše tri tarife), to se bez neke pogreške može uzeti da dve vrste tablica upotrebljavaju samo 2 preduzeća, dok jednu vrstu upotrebljavaju 13 osiguravajućih preduzeća, što pretstavlja u ovom smislu većinu.

Preduzeća koja upotrebljavaju dve ili više vrsta tablica smrtnosti, kategorišu ih obično po tarifama tako, da pojedine tarife imaju za osnov jedne, a druge tarife druge tablice. Razlozi za ovo su razni, najčešće izgleda što društvo radi proširenja svoga poslovanja preuzima osiguranike tuđih likvidiranih društava i vodi ih bez promene. Dešava se da jedna jedina tarifa ima svoju tablicu smrtnosti, svakako zato što je iz komercijalnih razloga preuzeta od nekog drugog osiguravajućeg preduzeća. Nije retka raspodela tablica smrtnosti prema vrsti osiguranja, jedne za život i rentu a druge za smrt, ili ređe prema polu za muške i ženske osobe, ili jedne tablice za jedan a druge za dva života (opet ređe). Karakteristično je da su za izbor tablica, namerno ili sticajem prilika, uzimane i druge činjenice. Tako se na primer može konstatovati, istina kao retka pojava, da jedne tablice služe za obračun premije a druge za obračun premijske rezerve ili bruto premije, ali postoji slučaj da i za jednu istu tarifu kao osnov služe dve tablice smrtnosti što zavisi od visine osigurane sume.

2. Još je od većeg interesa znati detaljnije i o tome, koje su tablice smrtnosti kod nas najviše u upotrebi, bilo u većini bilo delimice. Toga radi je najbolje izneti tabelarni pregled, uređen po tablicama smrtnosti i u vezi sa računskim kamatnjakom i brojem društava koji se njima služe.

Kao što tabelarni pregled pokazuje (vidi str. 7), najviše su u upotrebi tablice 17 Engleskih društava, a za ovime dolaze M_G^S i H^M .

3. Kako i tablice smrtnosti tako i računska kamatna stopa nije ista i to ne samo da se menja prema tablicama, no i za jedne iste tablice imamo u upotrebi više kamatnjaka. Kao što se vidi iz tabelarnog pregleda, ove se kreću, bez obzira na tablice smrtnosti, između $3\frac{1}{2}\%$ i 5% . Najčešći je slučaj i gotovo čini pravilo da je kamatna stopa 4% , zatim $3\frac{1}{2}\%$, pa onda $4\frac{1}{2}\%$ i $4\frac{1}{4}\%$, a vrlo retko 5% i to samo kod jednog preduzeća, gde su tarife ranije obrađene i tako zatečene Uredbom o nadzoru nad osiguravajućim preduzećima. Specijalno kod tablica 17 Engleskih društava treba naglasiti da je u vrlo retkim slučajevima uzeta kamatna stopa $3\frac{1}{2}\%$ ili $4\frac{1}{2}\%$, već je i kod njih po pravilu kamatnjak 4% . Isti je slučaj i sa ostalim tablicama smrtnosti. Izuzetno se za MWI , $MWIII$, MI i WI konstatuje da su u većini obrađene na osnovu kamatnjaka $3\frac{1}{2}\%$.

Tablice E^{17} su u upotrebi poglavito kod domaćih preduzeća, jer od ukupno 17 domaćih društava njima se služe (potpuno, pretežno ili delimično) 12. Za ovima dolaze MWI i ostale. Kod stranih preduzeća su u glavnom u upotrebi tablice AH_M^G , H^M , M_G^S , AF i RF .

Redni broj	Tablice smrtnosti	Računske kamatne stope	Broj preduzeća koji upotrebljavaju		Ukupno	Primedbe
			potpuno ili pretežno	delimično		
1	E^{17}	$3\frac{1}{2}\%$, 4% i $4\frac{1}{2}\%$	8	4	12	
2	MWI	$3\frac{1}{2}\%$, $4\frac{1}{2}\%$ i 5%	1	2	3	
3	$MWIII$	$3\frac{1}{2}\%$, $4\frac{1}{2}\%$ i 5%	—	2	2	Za osiguranja gde je lekarska selekcija nedovoljna
4	MI	$3\frac{1}{2}\%$	1	1	2	Kod jednog preduzeća za pojedine tarife u vezi sa $M_G^S (4^0/0)$
5	WI	$3\frac{1}{2}\%$	1	—	1	Za pojedine tarife u vezi sa $M_G^S (4^0/0)$
6	M_G^S	4% i $4\frac{1}{2}\%$	3	3	6	Kod jednog preduzeća i za pojedine tarife u vezi sa $MI (3\frac{1}{2}^0/0)$ i $WI (3\frac{1}{2}^0/0)$
7	AH_G^M	$4\frac{1}{2}\%$	1	—	1	
8	H^M	4% i $4\frac{1}{2}\%$	3	2	5	Kod jednog preduzeća služi za obračun premijske rezerve pored obračuna premija za pojedine tarife
9	RF	4% , $4\frac{1}{4}\%$ i $4\frac{1}{2}\%$	—	4	4	Poglavito za doživljenje i rente
10	AF	$4\frac{1}{4}\%$	—	2	2	Poglavito za smrt
11	$AH_{N(5)}^M$	4%	—	1	1	Služi za obračun premijske rezerve za sve tarife, pored obračuna premija za pojedine tarife
12	M_N^S	$3\frac{1}{2}\%$ i 4%	—	2	2	Samo za 2—3 tarife
13	PR	5%	—	1	1	
14	ADS	4%	—	1	1	Samo za 4 tarife
15	AM i SIM	$3\frac{1}{2}\%$	—	1	1	
			18	26	44	

Kako ne raspolažemo podacima koji bi nam mogli pokazati da li i u koliko kod pojedinih tablica računaska smrtnost odstupa od efektivne, bilo u pozitivnom ili negativnom smislu, to nismo u mogućnosti pouzdano tvrditi koje su tablice najpribližnije našim prilikama. Ovo pitanje moći će biti predmet raspravljanja tek posle prikupljenog materijala.

Sterbetafeln und rechnungsmäßige Zinsfüße der Versicherungsanstalten in Jugoslavien. Der Aufsatz gibt eine systematische Übersicht über die Sterbetafeln und rechnungsmäßige Zinsfüße, welche jetzt bei den in Jugoslavien tätigen Versicherungsanstalten verwendet werden.

Buffonov problem.*

Pod Buffonovim problemom razumemo, kakor znano, določitev verjetnosti, da igla, katero vržemo na sistem paralelnih ekvidistantnih premic v ravnini, seka eno samo premico. Dolžina igle znaša » l «, medsebojna oddaljenost vzporednic pa » a «. Problem je važen in zanimiv zaradi tega, ker predstavlja najstarejši in najbrže tudi najenostavnejši vzorec tako zvanih »geometrijskih« verjetnosti, pri katerih tvorijo i »ugodni« i »mogoči« primeri kontinuum. Zato najdemo tudi tukaj znameniti paradoks, katerega je najprej odkril Bertrand pri nekem drugem problemu, to je za eno in isto verjetnost dobimo različne vrednosti, in sicer z ozirom na okolnost, kako določimo v danem področju razporeditev enako mogočih primerov, ali z drugimi besedami povedano, z ozirom na to, kateri variabli pripisujemo konstantno verjetnostno gostoto. Da obstoja predmetni paradoks tudi pri Buffonovem problemu, je dokazal Mises (»Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendungen«, stran 78—83), in sicer tako, da je prvič določil lego igle s pomočjo abscise njene sredine x in kotom ϑ , katerega tvori igla z absciso, drugič pa s pomočjo abscis krajnih točk x_1 in x_2 .

Mises, kakor tudi druge učne knjige o verjetnostnem računu, rešuje samo primer, da je $l \leq a$, in najde pri prvi supoziciji verjetnost

$$w(x, \vartheta) = \frac{2}{\pi} \left(\frac{l}{a} \right) \quad (1)$$

pri drugi supoziciji pa verjetnost

$$w(x_1, x_2) = \frac{1}{2} \left(\frac{l}{a} \right) \quad (2)$$

Obe verjetnosti se med seboj razlikujeta samo v koeficientu, dočim je funkcionalni del $\left(\frac{l}{a} \right)$ pri obeh rezultatih (1) in (2) isti. Mises omenja, da je verjetnost, da igla seka premico, tudi brez vsakega računa evidentno večja, ako je dolžina igle večja in medsebojna oddaljenost vzporednic manjša.

V sledečem hočemo proučiti primer $l > a$. Ker je dolžina igle večja od medsebojne oddaljenosti vzporednic, je mogoče tudi, da igla ne seka samo ene same premice, ampak več premic. V obzir prihajata torej dve vrsti verjetnosti, in sicer verjetnost w_i , da igla seka najmanj » i « premic, in verjetnost w'_i , da igla seka ravno » i « premic. Ta problem, katerega sta po zgoraj omenjeni metodi (x, ϑ) že Czuber (»Geometrische Wahrscheinlichkeiten und Mittelwerte«, stran 92) in Deltheil (»Probabilités Géométriques«, stran 63) obdelala, ima svojo nadaljno zanimivost,

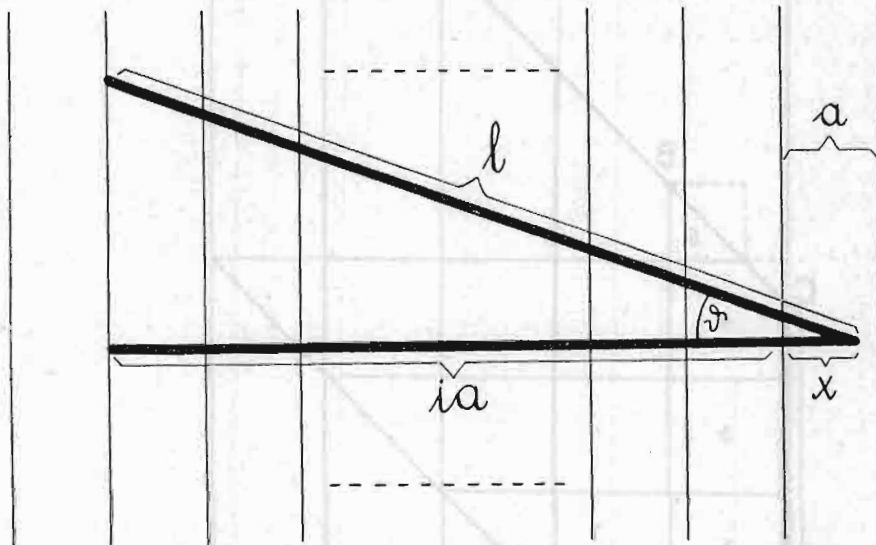
* »Glasnik« je v številki 1—2, 1938, na strani 72—76 prinesel članek »Statistično-verjetnostna kvadratura kroga s pomočjo . . . šahovske deske in šivanke. — Statistično-verjetnostna določitev baze prirodnih logaritmov » e « s pomočjo . . . igralnih kart«, kateri je vzbudil zanimanje g. dr. Sós Ernőja, univ. prof. in generalnega tajnika združenja madžarskih aktuarjev v Budimpešti. Imenovani je prosil za nemški prevod, za katerega se je revanžiral s svojim člankom »Buffonov problem«. — (Op. ured.)

in sicer v tem, da je tudi funkcionalna komponenta verjetnosti različna, ako preidemo od prve metode (x, ϑ) k drugi metodi (x_1, x_2) tako, da ne moremo reči, katera rešitev je bolj posrečena.

Rezultat, katerega sta dobila Czuber in Deltheil, se glasi za verjetnost w_1 , da igla seka najmanj eno premico

$$w_1(x, \vartheta) = \frac{2}{\pi} \arccos \frac{a}{l} + \frac{2}{\pi a} (l - \sqrt{l^2 - a^2}) \quad (3)$$

V sledečem hočemo izračunati verjetnost w_{i+1} , da igla seka najmanj $(i+1)$ premic. Za izhodno točko ne bomo vzeli niti abscise sredine igle in kota, niti abscis obeh krajnih točk igle, ampak absciso ene krajne točke in kot, katerega tvori igla z absciso. Vidi sledečo sliko!



Verjetnost, da igla seka najmanj $(i+1)$ vzporednic, je izražena z integralom

$$w_{i+1} = \int_0^a \left(\frac{2\vartheta}{\pi} \right) \left(\frac{dx}{a} \right) = \frac{2}{\pi a} \int_0^a \arccos \frac{x + ia}{l} dx \quad (4)$$

to je

$$w_{i+1} = \frac{2}{\pi a} \left\{ a(i+1) \arccos \frac{a(i+1)}{l} - ai \arccos \frac{ai}{l} + \sqrt{l^2 - a^2 i^2} - \sqrt{l^2 - a^2 (i+1)^2} \right\} \quad (5)$$

Ako je $i=0$, dobimo iz (5) verjetnost w_i , da igla seka eno samo premico, in sicer enačbo (3). Ako je vrhu tega $l=a$, potem dobimo enačbo (1). Metoda abscise ene krajnih točk in kota vodi torej pri omenjenih dveh pogojih do istih rezultatov, kakor metoda abscise sredine in kota. Lahko se je prepričati, da to velja tudi generalno za vse verjetnosti w_i . Ti dve različni metodi ne vodita do paradoksov, kakršnih imamo nešteto pri geometrijskih verjetnostih.

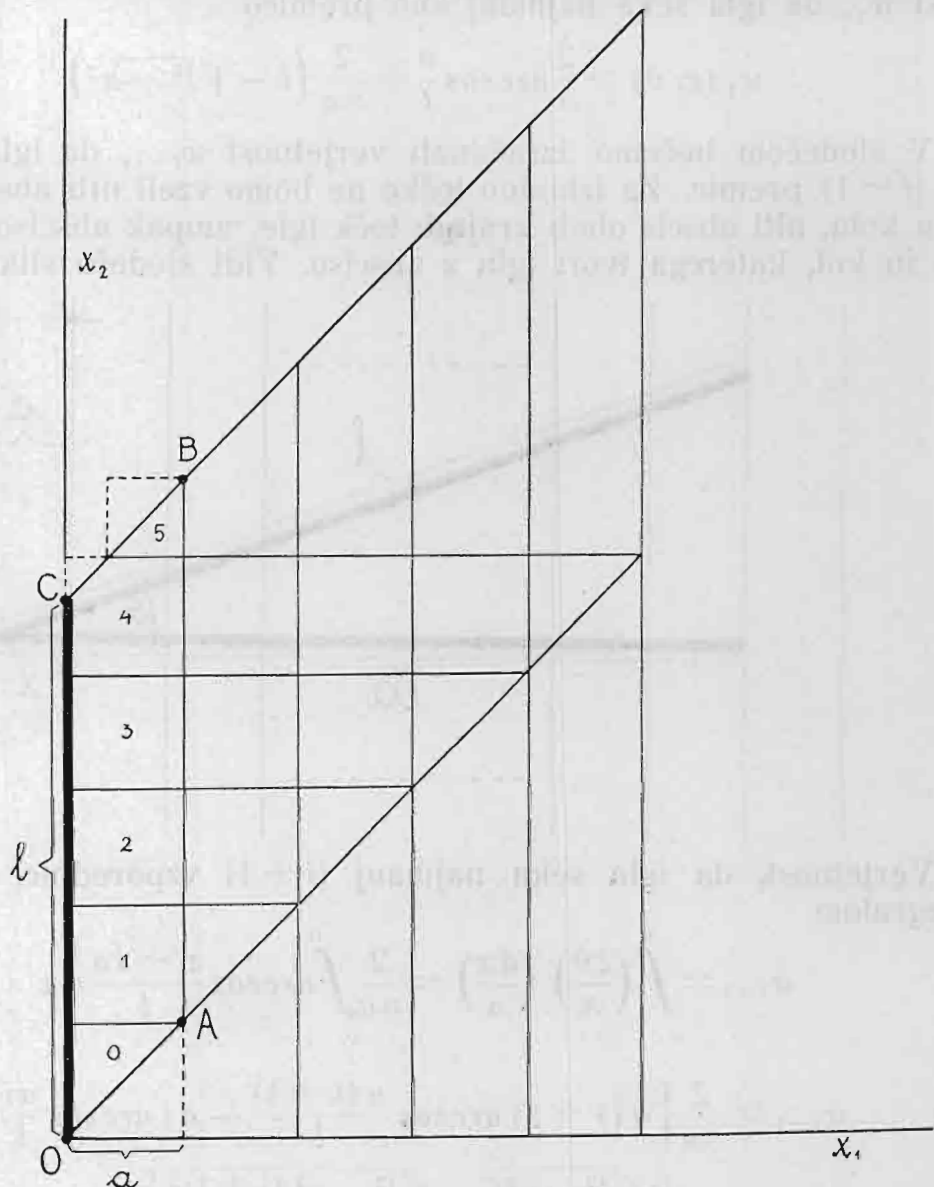
Verjetnost, da igla seka ravno $\gg i \ll$ premic je enaka

$$w'_i = w_i - w_{i+1} \quad (6)$$

Evidentno je, da tudi tukaj, to je pri (6) dobimo dolge transcendentne in algebraine funkcije, ki določajo vrednost verjetnosti.

Obratno pa dobimo znatno enostavnejše racionalne funkcije, ako se poslužimo Misesove metode (x_1, x_2) . V tem primeru odgovarjata vsaki

legi igle dve točki koordinatnega sistema (x_1, x_2) . Ako suponiramo, da je ravnina, ki nosi ekvidistantne paralelne premice, neskončna, potem lahko omejimo naša raziskovanja samo na en del ravnine. V koordinatnem sistemu (x_1, x_2) smemo smatrati (vidi sliko spodaj) četverkotnik $OABC$



za reprezentanta enako mogočih primerov. Ugodni primeri za sekanje igle z $0, 1, 2, 3, \dots, (n+1)$ premicami, pri tem je $na < l \leq (n+1)a$, so pa predloženi v spodnji sliki, ki je prikrojena za $n=4$, s ploščinami likov $0, 1, 2, 3, 4, 5$.

Iz slike lahko vidimo, da je

$$w'_0 = \frac{1}{al} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a}{2l} \quad (7)$$

$$w'_1 = w'_2 = w'_3 \dots w'_{n-1} = \frac{a}{l} \quad (8)$$

$$w'_n = \frac{a}{l} - \frac{[(n+1)a - l]^2}{2al} \quad (9)$$

$$w'_{n+1} = \frac{(l - na)^2}{2al} \quad (10)$$

Iz gornjih relacij lahko dobimo s sukcesivno adicijo

$$w_{n+1} = w'_{n+1} = \frac{(l - na)^2}{2al} \quad (11)$$

$$w_{n-i} = w_{n-i+1} + w'_{n-i} = 1 - \frac{(2n - 2i - 1)a}{2l} \quad (12)$$

$$i = 0, 1, 2, 3 \dots n - 1$$

in končno, kakor mora biti

$$w_0 = w_1 + w'_0 = 1 - \frac{a}{2l} + \frac{a}{2l} = 1 \quad (13)$$

Verjetnosti so torej, ako uporabimo Misesovo metodo (x_1, x_2) , predočene s čisto enostavnimi racionalnimi funkcijami, kakor smo že zgoraj omenili.

Zum Buffon'schen Problem: Es werden die Wahrscheinlichkeiten w_i (resp. w'_i) dessen bestimmt, daß eine Nadel der Länge l wenigstens (resp. pünktlich i) Parallelen treffe, deren gegenseitiger Abstand a ist. Einmal geschieht dies als Funktion der Abscisse x des Endpunktes der Nadel und des Winkels ϑ , welchen die Nadel mit den Senkrechten zu den Parallelen einschließt; das anderemal als Funktion der Abscissen x_1, x_2 der Endpunkte. Während für $l < a$, die zwei Methoden nur zu numerisch verschiedenen Lösungen führen [Formel (1) und (2)], hat man für $l > a$ ganz verschiedene Funktionen. [Formel (5) und (12), (6) und (10)].

Dr. K. Voronjec:

Srednje vrednosti u matematici osiguranja.

1. Značaj srednjih vrednosti i njihove vrste.

Za bolju pretstavu nekih stanja i događaja, te za ocenu i upoređivanje tih stanja i događaja upotrebljavaju se u matematičkoj statistici srednje vrednosti posmatranih veličina. Praktični značaj tih vrednosti je u glavnom taj što one sužavaju granice posmatranih veličina i na taj način daju jedan nov red brojnih vrednosti koji je lakši za analizu i služi bolje za prognozu budućih događaja.

U matematici i tehničari osiguranja nalazimo čestu primenu srednjih vrednosti, naročito prilikom izračunavanja premijske rezerve osiguranja života ili prilikom određivanja prosečne premije za grupna osiguranja.

Poznate su mnoge vrste srednjih vrednosti veličina $x_1, x_2, x_3 \dots x_m$, ali većina njih imaju samo teoriski značaj. Praktično se služimo najčešće ili običnom aritmetičkom sredinom $\frac{\sum x_m}{m}$ ili proširenom aritmetičkom sredinom (gewogene arithmetische Mittel) $\frac{\sum K_m x_m}{\sum K_m}$. U daljem izlaganju služićemo se i potencijalnom sredinom $\sqrt[n]{\frac{\sum x_m^n}{m}}$, odnosno $\sqrt[n]{\frac{\sum K_m x_m^n}{\sum K_m}}$. Srednje vrednosti, kao što su geometriske $\sqrt[m]{\prod x_m}$, harmoniske $\frac{m}{\sum \frac{1}{x_m}}$, antiharmo-

Razlika ova dva izraza

$$a_2(x_{[2]}^2 - x_{[1]}^2) + a_3(x_{[3]}^3 - x_{[1]}^3) + \dots + a_n(x_{[n]}^n - x_{[1]}^n) + \dots \quad (2)$$

pretstavlja grešku koja se neizbežno pojavljuje prilikom računanja pomoću srednjih vrednosti.

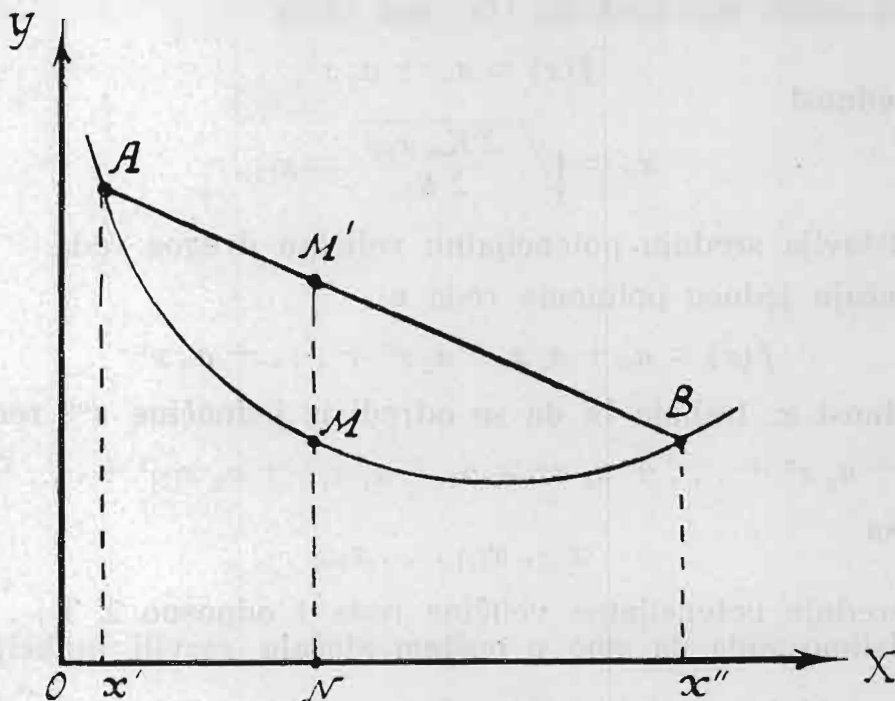
3. Jedna osobina konveksnih funkcija.

Jedna osobina konveksnih funkcija daje mogućnost da se vrednost izraza (2) analizira bar kvalitativno. Ova osobina izražava u obliku nejednakosti vezu između srednje vrednosti argumenata i srednje vrednosti funkcija. Dokazaćemo naime da je za konveksne funkcije uvek

$$f\left(\frac{\sum K_m x_m}{\sum K_m}\right) \leq \frac{\sum K_m f(x_m)}{\sum K_m}.$$

Ovo je jedna vrlo opšta teorema, jer za konkavne funkcije ova nejednakost menja samo znak. Ova teorema važi i za ma kakav konveksan odnosno konkavan interval proizvoljne funkcije, ako su svi argumenti u tome intervalu, dakle obuhvata skoro sve funkcije, koje se primenjuju u tehnici osiguranja.

Izgleda da prvi dokaz te teoreme pripada Hölderu,¹ koga citira i Pringsheim u svome poznatom memuaru.² Detaljno tretira ovo pitanje sa mnogo primena Jensen.³ Mi ćemo ovde generalisati dokaz, koji je primenio profesor M. Petrović⁴ u odnosu na obične aritmetičke sredine.



¹ Hölder. Über einen Mittelwertsatz. Nachr. v. d. k. Gesellsch. d. w. zu Göttingen 1889. S. 38—47.

² Pringsheim. Zur Theorie der ganzen transcendenten Funktionen. Sitzungsber. d. math. phys. Classe d. k. bayer. Akad. d. W. T. 32. S. 163—192.

³ I. L. W. Jensen. Sur les fonctions convexes et les inégalités entre les valeurs moyennes. Acta mathematica 30. 19—XII—105.

⁴ M. Petrović. Računaње sa brojnim razlomcima. Beograd. 1932 god.

Pretpostavimo da su argumenti $x_1, x_2, x_3 \dots x_m$ pozitivni kao i veličine $K_1, K_2, K_3 \dots K_m$. Funkcija $f(x)$ je takođe jedna pozitivna funkcija, koja je u intervalu gornjih vrednosti argumenta uvek konveksna.

Iz slike vidimo da je

$$\overline{MN} \leq \overline{NM'}$$

Sa druge strane poznato je iz analitičke geometrije da je

$$\overline{ON} = \frac{\lambda_1 x' + \lambda_2 x''}{\lambda_1 + \lambda_2},$$

$$\overline{M'N} = \frac{\lambda_1 f(x') + \lambda_2 f(x'')}{\lambda_1 + \lambda_2},$$

gde su λ_1 i λ_2 dva pozitivna broja. Iz slike sleduje

$$f\left(\frac{\lambda_1 x' + \lambda_2 x''}{\lambda_1 + \lambda_2}\right) \leq \frac{\lambda_1 f(x') + \lambda_2 f(x'')}{\lambda_1 + \lambda_2}.$$

Obeležimo sada sa ${}_m x_{[1]}$ izraz

$${}_m x_{[1]} = \frac{\sum K_m x_m}{\sum K_m}$$

i uzmimo za λ_1, λ_2, x' i x'' vrednosti

$$\lambda_1 = K_m, \quad \lambda_2 = K_1 + K_2 + \dots + K_{m-1},$$

$$x' = x_m, \quad x'' = \frac{K_1 x_1 + K_2 x_2 + \dots + K_{m-1} x_{m-1}}{K_1 + K_2 + \dots + K_{m-1}} = {}_{m-1} x_{[1]}.$$

Gornja nejednakost prima oblik

$$f({}_m x_{[1]}) \leq \frac{K_m f(x_m) + f({}_{m-1} x_{[1]}) \sum K_{m-1}}{\sum K_m}.$$

Smenjivanjem m sa $m-1, m-2, m-3, \dots$ dobija se niz nejednakosti

$$f({}_m x_{[1]}) \sum K_m \leq K_m f(x_m) + f({}_{m-1} x_{[1]}) \sum K_{m-1}$$

$$f({}_{m-1} x_{[1]}) \sum K_{m-1} \leq K_{m-1} f(x_{m-1}) + f({}_{m-2} x_{[1]}) \sum K_{m-2}$$

$$f({}_{m-2} x_{[1]}) \sum K_{m-2} \leq K_{m-2} f(x_{m-2}) + f({}_{m-3} x_{[1]}) \sum K_{m-3}$$

čiji zbir daje

$$f({}_m x_{[1]}) \sum K_m \leq \sum K_m f(x_m)$$

dakle

$$f\left(\frac{\sum K_m x_m}{\sum K_m}\right) \leq \frac{\sum K_m f(x_m)}{\sum K_m}. \quad (3)$$

Kao posledicu ove teoreme imamo to da su izrazi u zagradima obrasca (2) uvek pozitivni, t. j. da je u opštem slučaju

$$x_{[n]}^n - x_{[1]}^n \geq 0 \quad (4)$$

za ma kakve pozitivne x_m i cele i pozitivne n .

U stvari, nejednakost (3) ima mesto za sve konveksne funkcije $f(x)$, dakle i za funkciju

$$f(x) = x^n, \quad (5)$$

koja je za $x > 0$ i $n > 1$ uvek konveksna. Ako u tu nejednakost uvedemo funkciju (5), dobijamo

$$\left(\frac{\sum K_m x_m}{\sum K_m} \right)^n \leq \frac{\sum K_m x_m^n}{\sum K_m},$$

dakle traženu nejednakost (4).

Nešto komplikovanijim računom moglo bi se pokazati da je uopšte

$$x_{[1]} < x_{[2]} < x_{[3]} < \dots < x_{[n]}, \quad (6)$$

odakle neposredno sleduje

$$(x_{[n-1]}^{n-1} - x_{[1]}^{n-1}) < (x_{[n]}^n - x_{[1]}^n).$$

Na apsolutno isti način lako je pokazati da za konkavne funkcije gornje nejednakosti menjaju samo znak.

Dobivene nejednakosti primaju mnogo prostiji oblik u slučaju običnih aritmetičkih sredina. Ako u nejednakostima (3), (4) i (6) stavimo

$$K_1 = K_2 = K_3 = \dots = K_m$$

dobićemo:

$$f\left(\frac{\sum x_m}{m}\right) \leq \frac{\sum f(x_m)}{m}, \quad (3')$$

$$\left(\frac{\sum x_m}{m}\right)^n \leq \frac{\sum x_m^n}{m}, \quad (4')$$

$$\frac{\sum x_m}{m} \leq \left(\frac{\sum x_m^2}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \leq \left(\frac{\sum x_m^3}{m}\right)^{\frac{1}{3}} \leq \dots \leq \left(\frac{\sum x_m^n}{m}\right)^{\frac{1}{n}}. \quad (6')$$

4. Primena u nekim specijalnim slučajevima.

Greška koja se obavezno pojavljuje prilikom izračunavanja srednje vrednosti funkcija pomoću srednje vrednosti argumenata data je izrazom (2). Nejednakost (3) određuje znak tog izraza, drugim rečima daje mogućnost kvalitativne analize te greške. Za tu svrhu dovoljno je utvrditi da li je data funkcija konveksna ili konkavna u datom intervalu. Funkcije koje se primenjuju u matematici osiguranja obično nemaju prevojnih tačaka (Inflexionspunkte); time je analiza znatno olakšana i može se primeniti skoro u svima slučajevima.

Ako je funkcija $f(x)$ data u analitičkom obliku, lako je naći njen drugi izvod (derivaciju). Ako je taj izvod pozitivan funkcija je konveksna i nejednakost (3) ima mesto. U slučaju negativnog drugog izvoda funkcija je konkavna i nejednakost (3) ima suprotan znak.

Ako se izračunavanje $\sum K_m f(x_m)$ vrši po gotovim tabelama, dovoljno je funkciju $f(x)$ pretstaviti grafički i iz samog oblika tako dobivene krive utvrditi da li je funkcija $f(x)$ konveksna ili konkavna u datom intervalu ili pak izračunati druge difference $\Delta^2 f(x)$.

Može se sastaviti i približna jednačina te krive jednim od poznatih načina, na pr., kao parabole $m - 1$ reda, koja prolazi kroz m par vrednosti x i $f(x)$. Broj m ne mora biti jednak broju svih različitih vrednosti x u tabelama, nego u zavisnosti od željene tačnosti može biti reduciran i na manji broj.

Što se tiče veze između same srednje vrednosti $x_{[1]}$ i vrednosti x_0 , koja zadovoljava jednačinu

$$\Sigma K_m f(x_m) = f(x_0) \Sigma K_m,$$

ta se veza određuje pomoću prvog izvoda funkcije $f(x)$, jer zavisi od toga da li funkcija $f(x)$ raste ili opada u datum intervalu. Slučaj maksimuma ili minimuma zahteva detaljnije analize.

Na osnovu gore izloženog možemo sastaviti sledeću tabelu:

Funkcija $f(x)$	Stalno raste $f'(x) > 0$.	Stalno opada $f'(x) < 0$
Konveksna $f''(x) > 0$,	$x_{[1]} < x_0, f(x_{[1]}) < f(x_0)$,	$x_{[1]} > x_0, f(x_{[1]}) < f(x_0)$
Konkavna $f''(x) < 0$,	$x_{[1]} > x_0, f(x_{[1]}) > f(x_0)$,	$x_{[1]} < x_0, f(x_{[1]}) > f(x_0)$

(7)

koja pretstavlja kvalitativnu analizu postavljenog problema u zavisnosti od oblika funkcije $f(x)$.

Primeri.

a) Zamislamo da imamo m osoba starosti x_1, x_2, \dots, x_m , kojima odgovaraju osigurane sume K_1, K_2, \dots, K_m . Prihvativši Makehamovu izmenu Compertzova zakona imamo za intenzitet smrtnosti formulu

$$\mu_x = A + B c^x,$$

gde su

$$A = -\text{Log } s > 0, B = -\text{Log } c \cdot \text{Log } g > 0, c > 1.$$

Drugi izvod μ_x po x je pozitivan za sve vrednosti x koje dolaze u obzir

$$\frac{d^2 \mu_x}{dx^2} = B c^x (\log c)^2,$$

dakle je funkcija

$$f(x) = \mu_x$$

konveksna u celom intervalu koji nas interesuje. Na osnovu gore izloženog možemo sa sigurnošću tvrditi da je

$$\mu_{x_{[1]}} < \mu_{x_0}$$

a prema tome i srednja vrednost $x_{[1]}$ manja od one x_0 koja bi zadovoljila jednačinu

$$\mu_{x_0} \Sigma K_m = \Sigma K_m \mu_{x_m},$$

jer funkcija μ_x u intervalu pozitivnih x stalno raste.

b) Verovatnoća doživljenja jedne osobe starosti x data je formulom

$$p_x = s g^{c^x (c-1)}.$$

Prvi i drugi izvod ove funkcije po x imaju oblik:

$$\frac{d p_x}{d x} = p_x c^x (c-1) \operatorname{Log} g \cdot \operatorname{Log} c < 0,$$

$$\frac{d^2 p_x}{d x^2} = p_x c^x (c-1) \operatorname{Log} g (\operatorname{Log} c)^2 [1 + c^x (c-1) \operatorname{Log} g].$$

Pošto su brojne vrednosti veličina c i g vrlo blizu 1, pri čemu je $c > 1$, $g < 1$, to će i drugi izvod biti negativan za sve vrednosti x koje praktično dolaze u obzir. Dakle funkcija p_x je konkavna a prema tome je vrednost $p_{x_{[1]}} \sum K_m$ veća od $\sum K_m p_{x_m}$. Pošto je p_x padajuća funkcija koja nema ni maksimuma ni minimuma, to ćemo dobiti u ovom slučaju $x_{[1]} < x_o$.

c) Isti se rezultat dobija i za broj živih

$$l_x = k s^x g^{c^x}.$$

d) Verovatnoća smrti

$$q_x = 1 - p_x$$

je očigledno jedna konveksna funkcija, koja stalno raste. Za nju ćemo dobiti

$$q_{x_{[1]}} < q_{x_o}, \quad x_{[1]} < x_o.$$

e) Premijska rezerva mešovitog osiguranja života

$$R = 1 - \frac{a_{x+t, \overline{n-t}|}}{a_{x \overline{n}|}}$$

zavisi od tri veličine: pristupne starosti x , trajanja n i proteklog vremena t . Za različite kombinacije veličina n i t , rezerva, kao funkcija od x , može da ima maksimum ili minimum, a može i da stalno raste ili da stalno opada. Takva se funkcija da teško analizirati, ali sa druge strane smatramo da to nije toliko ni potrebno, jer je poznato da rezerva zavisi sasvim neznatno od pristupne starosti x . Slobodno se može uzeti kakva bilo srednja vrednost za x :

$$x = \frac{\sum x_m}{m} \quad \text{ili} \quad x_{[1]} = \frac{\sum K_m x_m}{\sum K_m},$$

a da rezultat bude dovoljno tačan. Drukčije stoji stvar sa stopom rezerve kao funkcijom od trajanja n ili uplaćenog vremena t .

Prva od ovih funkcija opada od vrednosti 100% za $n = t$ do svoje najniže vrednosti koja odgovara trajanju $n = w - x$, gde je w najveća starost u tabelama kojima se služimo. Ako grafički pretstavimo funkciju

$$R = \varphi(n),$$

opazićemo odmah da je dobivena kriva konveksna i stalno opada. Na osnovu tabele (7) možemo tvrditi da ćemo pomoću srednje vrednosti $n_{[1]}$ dobiti za rezervu manju vrednost nego što je stvarna vrednost, izračunata direktno, za svako osiguranje zasebno. U isto vreme imaćemo:

$$n_{[1]} > n_0.$$

Pretstavivši grafički premijsku rezervu kao funkciju samo uplaćenog vremena

$$R = \psi(t),$$

lako je videti da je tako dobivena kriva konveksna i stalno raste. Dakle će i u ovom slučaju stvarna vrednost rezerve, izračunate neposredno, biti veća od one koja se dobija približnim računanjem pomoću srednje vrednosti $t_{[1]}$. U isto vreme imamo $t_{[1]} < t_0$.

Na taj način dolazimo do vrlo važnog zaključka.

Premijska rezerva mešovitog osiguranja života, računata pomoću srednjih vrednosti: pristupne starosti $x_{[1]}$, trajanja $n_{[1]}$ i uplaćenog vremena $t_{[1]}$, uvek je manja nego ona, koja se dobija direktno sabiranjem premijskih rezervi pojedinih osiguranja.

Gornja analiza važi za slučaj kada su sva osiguranja prethodno podeljena na grupe sa jednakim trajanjem n ili jednakim brojem uplaćenih godina t , tako da se u svakoj grupi menja samo jedna veličina, za koju izračunavamo srednju vrednost. (Pristupnu starost x ne uzimamo u obzir jer premijska rezerva zavisi vrlo malo od te veličine.) Ako ne vršimo takvu podelu na grupe, a izračunavamo premijsku rezervu celokupne mase osiguranja pomoću srednjih veličina $x_{[1]}$, $n_{[1]}$, $t_{[1]}$ dobijamo, razume se, mnogo veću grešku. U ostalom, teorija izložena u prethodnim paragrafima mogla bi se proširiti sa nekim dopunama i na funkcije od dve ili više nepoznate veličine.

f) Osiguranje posmrtnine je jedna od najviše proširenih vrsta grupnih osiguranja. Premija jednog takvog osiguranja,

$$P_x = \frac{A_x}{a_x},$$

pretstavlja jednu konveksnu funkciju koja stalno raste. Prema tome je prosečna premija računata pomoću srednje vrednosti $x_{[1]}$ manja nego što bi stvarno trebala da bude, a isto tako i srednja starost osiguranika. Za rezervu po ovim osiguranjima, usled analogije sa rezervom mešovitih osiguranja, važe zaključci prethodnog odeljka. Iz ovoga sleduje da je potrebno vrlo oprezno primenjivati srednje vrednosti kod ove vrste osiguranja, jer se i rezerva pokazuje kao suviše mala i premije koje osiguravajuća ustanova ubira nisu dovoljne i na taj način se manjak rezerve povećava iz godine u godinu.

5. Obična aritmetička sredina.

U praksi se često upotrebljava obična aritmetička sredina

$$x = \frac{\sum x_m}{m},$$

koja ima to prvenstvo da se da mnogo lakše izračunati. Ona pretstavlja jedan partikularni slučaj proširene aritmetičke sredine

$$x_{[1]} = \frac{\sum K_m x_m}{\sum K_m},$$

kada su sve veličine K_m među sobom jednake:

$$K_1 = K_2 = K_3 = \dots = K_m.$$

Videli smo da upotreba proširene srednje vrednosti $x_{[1]}$ ima jakog matematičkog oslonca u tome što odgovara jednoj aproksimaciji kada se data funkcija $f(x)$ zamenjuje jednom linearnom funkcijom. Ovo ne možemo reći za običnu aritmetičku sredinu $\frac{\sum x_m}{m}$, koja bi bila tačna samo u slučaju, kada je funkcija $f(x)$ konstantna. Zamena srednjih vrednosti $x_{[1]}$ sa x ima donekle opravdanja u tome što se osigurane sume K_1, K_2, \dots, K_m mogu smatrati kao približno jednake zbog reosiguranja ekscedentnih osiguranja koje se obično praktikuje. Ipak bi bilo preporučivo prilikom primenjivanja srednje vrednosti $\frac{\sum x_m}{m}$ deliti sva osiguranja na grupe prema osiguranim sumama. Na primer od 5000 do 10.000, od 10.000 do 15.000 itd.

Ako se veličine K_1, K_2, \dots, K_m mogu smatrati kao među sobom jednake, prilikom upotrebe srednjih vrednosti $\frac{\sum x_m}{m}$ mogu se staviti iste primedbe kao i gore za vrednosti $x_{[1]}$. Obrazci (3'), (4'), (6') i šema (7) služe za kvalitativnu analizu postavljenog problema.

U slučaju velikih razlika među veličinama K_1, K_2, \dots, K_m , nemoguće je napisati nejednakosti analoge nejednakostima (3'), (4'), (6'). Veza između brojne vrednosti $f\left(\frac{\sum x_m}{m}\right)$ i tražene vrednosti $\frac{\sum K_m f(x_m)}{\sum K_m}$ je potpuno neodređena jer prvi izraz ne zavisi od veličina K_1, K_2, \dots, K_m dok je drugi funkcija tih veličina.

Što se tiče odnosa samih vrednosti $x_{[1]}$ i x to i on razume se zavisi od veličina K_m . Lako je videti da se razlika $x_{[1]} - x$ može pretstaviti kao zbir članova oblika

$$\frac{(K_i - K_j)(x_i - x_j)}{m \sum K_m} \quad (8)$$

gde i prima sve vrednosti od 2 do m , a j od 1 do $m - 1$ i i je uvek veće od j . Neki zaključci o vrednosti takvog izraza mogli bi se dati samo u slučaju ako je poznata neka funkcionalna veza između veličina K_m i x_m . Pri velikom broju osiguranja dovoljno bi bilo znati izvesne tendencije varijacija ovih veličina. (Na primer, da se stariji osiguranici prosečno osiguravaju na veće sume.) Iz obrasca (8) možemo samo da zaključimo da se srednje vrednosti $x_{[1]}$ i x u toliko manje razlikuju u koliko su manje razlike osiguranih suma i u koliko je opšti zbir osiguranih suma veći.

6. Brojna vrednost moguće greške.

Prirodno je, da bi bilo od velike koristi naći način za brojno određivanje greške, koja se pojavljuje prilikom primene srednjih vrednosti. Pravila teorije verovatnoće su suviše komplikovana i praktično ne mogu biti primenjena za određivanje granica greške i verovatnoće tih granica. Radi kvantitativne analize greške (2) potrebno bi bilo odrediti i gornju granicu izraza $\frac{\sum K_m f(x_m)}{\sum K_m}$, a zatim pronaći način za postepeno sužavanje tih granica. Međutim svi pokušaji u tome pravcu nisu doveli do željenog rezultata i dali su brojnu vrednost gornje granice vrlo blisko najvećoj vrednosti funkcije $f(x)$ u datom intervalu. Sužavanje tih granica zahteva vrlo komplikovane računске radnje i zato se ne može primeniti u praksi. Teorijski je moguće izračunati brojnu vrednost izraza (2) sa proizvoljnom tačnošću, ali je zato potrebno računati potencijalne sredine višeg reda $x_{[2]}$, $x_{[3]}$, $x_{[4]}$, itd. Praktično, u slučaju velikog broja različitih x_m opterećenih veličinama K_m nismo u stanju izvršiti ovo računanje.

Moguće je, da bi zamencm funkcije $f(x)$ nekom aproksimativnom krivom sa prostijom jednačinom dobili zadovoljavajući rezultat bez naročitih računskih teškoća. Mogli bi u tu svrhu upotrebiti, na primer, parabole drugog ili trećeg reda. Usled obimnosti materijala potrebnog za analizu takvog problema mi ga nećemo detaljnije tretirati u ovom članku.

7. Nekoliko statističkih rezultata.

Dole su navedeni statistički podaci za nekoliko grupa osiguranja Jugoslovenskog Feniksa, pri čemu su sva računanja izvršena na bazi tabela M_G^S 4%.

a) Jedna grupa mešovutih osiguranja sa godišnjim premijama.

Uzevši iste oznake kao i u prethodnom izlaganju imamo:

$$m = 1230, \quad \sum K_m = 38.977.792, \quad \sum R_m = 13.906.096, \quad \sum x_m = 49.803,$$

$$\sum n_m = 22.647, \quad \sum t_m = 10.502, \quad \sum K_m x_m = 1.593.372.090,$$

$$\sum K_m n_m = 724.672.353, \quad \sum K_m t_m = 310.247.103.$$

Odavde sleduje:

$$x = \frac{\sum x_m}{m} = 40.49, \quad n = \frac{\sum n_m}{m} = 18.41, \quad t = \frac{\sum t_m}{m} = 8.54, \quad x_{[1]} = 40.88,$$

$$n_{[1]} = 18.59, \quad t_{[1]} = 7.96, \quad R^o = \frac{\sum R_m}{\sum K_m} = 356.77.$$

Međutim stopa rezerve izračunata pomoću x , n , t iznosila bi $R = 365.84$, a stopa rezerve izračunata pomoću $x_{[1]}$, $n_{[1]}$, $t_{[1]}$: $R_{[1]} = 332.13$. Vidimo da je kod ove grupe osiguranja stopa rezerve izračunata na osnovu običnih

aritmetičkih sredina bliža stvarnoj stopi, nego stopa izračunata na osnovu proširenih aritmetičkih sredina. Takav slučaj može se i često puta desiti ali ni u kome slučaju ne može biti uzet kao pravilo. Razlika stopa oba slučaja u procentima stvarne stope

$$\frac{R^o - R}{R^o} = -2.54\%, \quad \frac{R^o - R_{[1]}}{R^o} = 6.91\%$$

pokazuje jasno da je neobhodno potrebno voditi računa o neizbežnoj grešci.

b) Jedna grupa mešovitog osiguranja života sa jednokratnom premijom.

U ovoj grupi uzeta su osiguranja sa jednakom sadašnjom starošću osiguranika $x + t = 48$.

$$m = 253, \quad \sum K_m = 1.200.694, \quad \sum R_m = 877.554, \quad \sum x_m = 9.994, \quad \sum n_m = 4.586, \\ \sum t_m = 2.150, \quad \sum K_m x_m = 47.155.271, \quad \sum K_m n_m = 21.412.371, \\ \sum K_m t_m = 10.478.041.$$

Odavde sleduje:

$$x = 39.50, \quad n = 18.13, \quad t = 8.50, \quad x_{[1]} = 39.27, \quad n_{[1]} = 17.83, \quad t_{[1]} = 8.73, \\ n - t = 9.63, \quad n_{[1]} - t_{[1]} = 9.10, \quad x + t = x_{[1]} + t_{[1]} = 48, \quad R^o = 730.87, \\ R = 703.43, \quad R_{[1]} = 715.77,$$

$$\frac{R^o - R}{R^o} = 3.75\%, \quad \frac{R^o - R_{[1]}}{R^o} = 2.07\%.$$

c) Jedna grupa mešovitog osiguranja života sa godišnjim premijama.

U ovoj grupi uzeta su osiguranja sa istim trajanjem $n = 15$. Za pristupnu starost uzeta je obična aritmetična sredina $x = \frac{\sum x_m}{m} = 42.75$.

$$m = 267, \quad \sum K_m = 7.544.304, \quad \sum R_m = 3.632.191, \quad \sum t_m = 2.351, \\ \sum K_m t_m = 62.815.215, \quad \sum K_m t_m^2 = 599.601.651.$$

Odavde sleduje:

$$t = 8.81, \quad t_{[1]} = 8.33, \quad t_{[2]} = 8.92, \quad R^o = 481.45, \quad R_{[1]} = 468.67, \quad R_{[2]} = 508.40, \\ R = 501.00, \quad \frac{R^o - R}{R^o} = -4.06\%, \quad \frac{R^o - R_{[1]}}{R^o} = 2.65\%, \quad \frac{R^o - R_{[2]}}{R^o} = -5.60\%.$$

Mittelwerte in der Versicherungsmathematik. Zum Zwecke der Darstellung und Vergleichung der Zustände und Änderungen der Maßenerscheinungen werden in der mathematischen Statistik die Mittelwerte der beobachteten Größen verwendet. In der Versicherungstechnik treffen wir häufig und hauptsächlich die Anwendung dieser Werte bei Schätzung der Reserven für Lebensversicherungen oder bei Bestimmung der Durchschnittsprämien der Gruppenversicherungen.

Von verschiedenen Arten der Mittelwerte haben nur das einfache arithmetische Mittel $\frac{\sum x_m}{m}$, das gewogene arithmetische Mittel $\frac{\sum K_m x_m}{\sum K_m}$ und teilweise die Potenzmittel $\sqrt[n]{\frac{\sum x_m^n}{m}}$ bzw. $\sqrt[n]{\frac{\sum K_m x_m^n}{\sum K_m}}$ praktischen Wert. Andere Arten von Mittelwerten (harmonische, antiharmonische, geometrische, zentrale u. s. w.) haben fast keine Verwendung in der Versicherungstechnik.

Auf die bereits gelösten Probleme, wie z. B. Feststellung der typischen Mittel, Wahrscheinlichkeit der Grenzen der Mittelwerte und deren Präzision, gehen wir hier nicht ein, sondern wir begrenzen uns auf das Studium der Resultate, zu welchen die praktische Anwendung der Mittelwerte in den Lebensversicherungs-Problemen führt.

Der Mittelwert x_0 dient hier also nicht dem Ziele ein gewisses Bild der beobachteten Größen $x_1, x_2 \dots x_m$ samt deren Gewichte $K_1, K_2 \dots K_m$ zu geben, sondern zur unmittelbaren Berechnung einer bestimmten Funktion $\sum K_m f(x_m)$ dieser Größen. Dieser Wert wird aus der Gleichung (1) oder (1') bestimmt. Das einfache arithmetische Mittel kann die Gleichung befriedigen, falls die Funktion $f(x)$ konstant, und das gewogene arithmetische Mittel $x_{[1]}$, falls diese Funktion linear ist. Im allgemeinen führt die Anwendung der arithmetischen Mittel zu Fehlern, welche mit dem Ausdrucke (2) festgestellt sind. Die qualitative Analyse dieser Fehler führen wir auf Grund eines Theorems über konvexe Funktionen aus, welches folgende Verbindung zwischen dem Mittelwert der Argumente und dieser Funktion ergibt:

$$f\left(\frac{\sum K_m x_m}{\sum K_m}\right) \leq \frac{\sum K_m f(x_m)}{\sum K_m}$$

Das Zeichen der Ungleichung ist umgekehrt im Falle der konkaven Funktionen. Den Beweis dieses Theorems, welcher scheinbar von Hölder stammt, führen wir in § 3 geändert und erweitert aus. Die Tabelle 7 des folgenden Paragraphs ergibt die Lösung des gestellten Problems und zwar in Abhängigkeit von der Form der Funktion $f(x)$. Die Anwendung dieser Theorie auf das Gompertz-Makehamsche Gesetz ergibt folgende Resultate:

Für $\mu_x = A + B C^x$ (Sterblichkeits-Intensität)	$\mu_{x[1]} < \mu_{x_0}$	$x_{[1]} < x_0$
„ $l_x = s g^x (c-1)$ (Erlebenswahrscheinlichkeit)	$p_{x[1]} > p_{x_0}$	$x_{[1]} < x_0$
„ $q_x = 1 - p_x$ (Sterbenswahrscheinlichkeit)	$q_{x[1]} < q_{x_0}$	$x_{[1]} < x_0$
„ $l_x = k s x g^x$ (Zahl der Lebenden)	$l_{x[1]} > l_{x_0}$	$x_{[1]} < x_0$

Im folgenden halten wir uns speziell bei der Analyse der Prämienreserven für gemischte Versicherungen auf und beweisen, daß die Reserve, berechnet auf Grund der Mittelwerte: des Eintrittsalters, Versicherungsdauer und Zahl der zurückgelegten Versicherungsjahre, immer kleiner als die genaue, auf Grund der einzelnen Versicherungen berechnete Reserve ist. Bei der Durchschnittsprämie für Ablebensversicherungen kommen wir zum selben Resultate, d. i. daß diese Prämie immer zu klein ist. Dies gilt auch für die Durchschnitts-Reserve dieser Versicherungen.

Die quantitative Analyse dieser Probleme stößt auf große Schwierigkeiten, weil die Bestimmung der obigen Grenzen von I. nicht die nötige Genauigkeit ergibt. Eine Art zur stufenweisen Verengung dieser Grenze zu finden ist nicht möglich. Wir legen einige statistischen Daten über einzelne Versicherungs-Gruppen des »Jugoslovenski Feniks« (Grundlage $M_G^S, 4\%$) bei, welche die Theorie bestätigen. Der Fehler macht bis zu 7% aus und darf somit nicht vernachlässigt werden.

Nekoje vrlo rijetke ali jako zanimljive štete u elementarnom osiguranju.

Već za vremena sredovječnih cehova dovela je u prvom redu zajednička opasnost marljive i pred nikakovom opasnošću ne kloneće rudare u tijesnu drugarsku vezu (t. zv. bratovštine), kojima je bila zadaća, da pomognu svojim drugovima koji se nalaze u bijedi i da u slučaju gubitka glave obitelji potpomognu preživjele članove te obitelji. To su bili prvi znaci početka današnjeg sistema osiguranja. Uvođenjem pušcanog praha u rudarstvo, naglo se je razvila produkcija ruda, a veleindustrija razvila se do današnjeg modernog stepena. Ovaj vanredni razvitak industrializacije bio je ali popraćen i svojim manama time, što su u istom razmjeru porasli i momenti opasnosti. Upravo ova potonja okolnost dovela je do visokog razvitka sistema osiguranja koje danas imademo i bez kojeg ne bi mogli ni zamisliti opstanak privrednog života.

Niže navedeni kratki opis imade svrhu istaknuti nekoliko interesantnih slučajeva sa stanovišta osiguranja.

Općenito je poznato, da je upotreba eksploziva u rudarstvu imala vanredno veliko značenje, jer su se rude i kovine uz pomoć eksploziva mogle kopati na brži i jeftiniji način. Razvoj talionica širio se je uslijed toga u velikoj mjeri, nu drvenog ugljena, koji je kod talionica kao gorivo jedini dolazio u obzir, nije se dovoljno nalazilo, a osim toga talionice su bile vezane uz mjesta gdje se je ovo skupo gorivo nalazilo. Napredna tehnika išla je za time, da nađe zamjenu za ovo skupo gorivo. Ova zamjena imala je biti ne samo jeftinija već i pristupačnija od drvenog ugljena. Sasvim je naravno da se je u prvom redu kao zamjena uzeo kameni ugljen, odnosno koks kamenog ugljena, nu upravo dobre vrsti kamenog ugljena nalaze se većim dijelom u znatnoj dubini ispod zemlje. Ali osim toga ukazala su se u mnogim rudnicima kod kopanja kamenog ugljena neuklonive poteškoće, koje su nastale uslijed tako zvanih buktavih plinova, tako da se je kopanje na mnogim mjestima moralo obustaviti. Buktavim plinovima naziva se mješavina methana sa atmosferskim zrakom. Ova mješavina najjače eksplodira onda kada sadrži 5—14 % methana. Osjetljivost ove mješavine plina i zraka prilično je velika, jer je dovoljna jedna mala iskra da prouzroči eksploziju.

Opasnost i laku upaljivost smjese methana i zraka dokazuju i slijedeći slučajevi: Godine 1936 desila se je u Pennsylvanyji velika nesreća, gdje je pučka škola bila grijana zemnim plinom, te uslijed pogrješke na cijevi, pomiješao se je methan sa zrakom i u podrumu se upalio. Ova eksplozija bila je tako žestoka, da je ova velika zgrada, u kojoj je bilo nekoliko stotina djece, otišla u zrak i pokopala na stotine nedužne djece.

Sličan slučaj dogodio se je u Varšavi, gdje je bila razorena jedna četverokatnica iz istih razloga.

I kod nas u Zagrebu desila se je slična nesreća, kojoj je pala žrtvom jedna osoba. U nekoj zagrebačkoj kući otrovala se je plinom neka nesretna osoba. Samoubojica bio je već odavna mrtav, nu plin iz pipca dalje je izlazio i napunio stan smjesom plina sa zrakom. Na to je slučajno na vratima zazvonio poštar. Dovoljna je bila mala iskrica kućnog zvonca, da se ova smjesa upali i da eksplozija smrtno rani poštaru.

Potreba vadenja ugljena u takovoj opasnoj zoni postavila je stručnjaka eksploziva pred neobično važno pitanje; dapače o rješenju ovoga pitanja zavisila je egzistencija i razvitak nekih država. Većina kulturnih država, gdje se je za to ukazala potreba, podignule su t. zv. pokusne rovove. U ovim pokusnim rovovima, koji su bili uređeni točno kao i pravi rovovi, iskušavali su se svi pojedini komadi orudja, eksploziva, svetiljaka, alata itd. u pogledu opasnosti upaljenja buktavih plinova.

Na temelju stečenih iskustava, prije vsega pristupilo se je konstruiranju t. zv. sigurnosnih eksploziva, da bi se pomoću istih — do stanovite granice — moglo minirati i u opasnim zonama. Da se karakterišu ovi eksplozivi valja navesti, da mješavina methana-zraka, unatoč toga što posjeduje temperaturu upaljivosti od ca. 750° Celsiusa, ipak jedan sigurnosni eksploziv koji imade prigodom eksplozije temperaturu od 1600° Celsiusa, ne smije ovu upaliti. Znanstveni radovi, koji su progutali mnogo ljudskih i materijalnih žrtava, omogućuju danas, da se je broj katastrofa ove vrsti u ugljenicima smanjio na minimalni broj.

Prigodom ovih znanstvenih pokusa ustanovljeno je, da uzroci velikih katastrofa u ugljenicima leže ne samo u svojstvu lake upaljivosti buktavih plinova, već da ugljeni prah, koji je vječni pratioc rada kod vadenja ugljena, imade mnogo katastrofalniji upliv nego se je to u početku mislilo. Ustanovljeno je, da 300—400 grama finog ugljenog praha, koji se podiže u jednom kubnom metru zraka, prigodom upaljenja žestoko eksplodira. Ovi rezultati dali su povod ispitivanju i ostalih vrsta praha u pogledu cvoga svojstva, a naročito onih vrsta koje nastaju prigodom proizvodnje u velikim tvornicama.

Tako je ustanovljeno, da ne samo ugljeni prah, nego i žitno brašno, škrob, šećer, prah od mirodija, sumpor, prah od celuloida, kovinska bronca, aluminijska bronca i t. d. vanredno žestoko eksplodira, čim se nalazi u zraku rasprašena na sitne čestice. Dovoljna je mala iskra ili mali plamen da se zapali ova mješavina praha sa zrakom, a tako pripremljeno sagorjevanje prelazi uslijed visoke temperature i tlaka u eksploziju koja u pogledu djelovanja nimalo ne zaostaje za eksplozijom nastalom kod pravog eksploziva. Ove eksplozije djeluju katastrofalno, mogu sve opustošiti, komadi zidova i dijelovi željeza mogu biti bačeni nekoliko kilometara daleko. Ova činjenica koja izgleda gotovo nemoguća može se razjasniti slijedećim računom: Vreća najfinijeg žitnog brašna, koja se nalazi u prostoru od 120 m³ (normalno velika radionica), jednolično rasprašena i privedena plamenom eksploziji razvija energiju kojom bi se mogla težina od 2500 tona baciti u visinu od 30 metara.

Ovakovom eksplozijom žitnoga brašna bili su uništeni mnogobrojni mlinovi. Nu još mnogo opasniji je šećerni prah, pošto je lakše upaljiv. Posve je neobičan slijedeći slučaj: Neka tvornica sapuna, koja je proizvodila prašak sastojeći iz fino samljevene sode i sapunskog praška potpuno je uništena eksplozijom. Naknadnim istraživanjem došlo se je do interesantnog zaključka — na što se nije ni pomišljalo — da i ovakav sapunski prašak može pod stanovitim okolnostima biti eksplozivan u mješavini sa zrakom te se je tako došlo do toga, da je i ova nedužna tvornica sapuna odletila u zrak.

Sasvim posebnu grupu čine mješavine bronce i zraka, a naročito aluminijska bronca. Ove bronce su vanredno eksplozivne. Dostatna je količina od samih 17 grama u kubičnom metru zraka, da žestoko eksplodira. Neobično jako eksplozivno svojstvo aluminijske bronce ima se pripisati

Nekoliko specijalnih slučajeva koji su niže navedeni dokazuju tu okolnost. Na pr. svakome seljaku je poznato, da mora svoje sijeno prije nego ga spravi u sušu dobro osušiti i samo u suhom stanju spremiti, jer kad ga ne bi potpunoma osušio moglo bi postati žrtvom požara. Seljaku doduše nije poznat znanstveni razlog opasnosti koja bi mu prijetila u slučaju da se toga ne drži, on se samo protiv toga brani kako znade i sa uspjehom služeći se strogo iskustvima svojih pređa.

Kao što postoji kod sijena mogućnost samoupaljenja prijeti ista opasnost n. pr. pamuku. Pamuk dolazi k nama iz tropskih krajeva prešan u balama. Tako je u nekom pogonu za proizvodnju nitroceluloze bilo više puta zapaženo, da bale pamuka u svojoj sredini imaju mnogo višu temperaturu nego bliže površini; pače se je dešavalo, da su unutrašnji dijelovi bala kod otvaranja bili u velikoj mjeri karbonizirani. Budući da se za proizvodnju nitroceluloze upotrebljava samo čisti pamuk sa najviše 0.2% masne sadržine, nitko nije mogao dokučiti razlog nastalom karboniziranju. Uslijed ovako stečenih iskustava uvela se je radi opasnosti koja je prijetila, stroga kontrola, tako da se je moglo uspješno predusresti katastrofama od požara.

Jedan naročito tipičan slučaj. U nekoj velikoj željezničkoj radionici gdje su se popravljale lokomotive nastao je neobjašnjeni požar vanredno velikih razmjera. Ustanoviti moglo se je sa sigurnošću jedino to, da je sjedište požara bila prostorija u kojoj se radnici oblače. Znanstveno se je konačno riješila ova zagonetka. Kako je poznato, radnici u industrijskim poduzećima običavaju — unatoč zabrane — nakon dovršenog posla svoje ruke oprati mašinskim uljem i nakon toga obrisati sa pamukom za čišćenje. Ovakav uljem natopljeni komadić pamuka redovito stavljaju u džep kaputa koji su svukli, a kaput stave u ormarić. Dokazano je, da masti, ulja, firnisi, terpentini, petrolej i slično kada su nanešeni na velikim plohama — što se je u ovom slučaju postiglo upijanjem pamuka za čišćenje — imaju svojstvo da vrlo pohlepno privlače kisik iz atmosferskog zraka, te na taj način nastane oksidacija koja je stalno skopčana sa stvaranjem topline. Kada je dakle materijal koji upija tekućinu, kao što je pamuk, drvena vuna (Holzwolle), slama i t. d. navlažena organskom mašću ili eteričnim uljem, a naročito onda kada se ove upijajuće materije nalaze u zgusnutom stanju, može se nakupiti toplina koja odgovara temperaturi upaljenja dotičnih materija.

Isto takova svojstva posjeduju i neke vrsti kamenog ugljena. Ovakav kameni ugljen ako je naslagan u velikim hrpama, sukcesivnim absorbiranjem kisika iz atmosferskog zraka može se ugrijati u tolikoj mjeri, da se stvarno zapali. Isto to vrijedi i za drveni ugljen, koji ima u još većoj mjeri tu osebinu, da kisik jako zgusne, a kraj stanovitih okolnosti može dovesti i do samoupaljenja.

Ove same od sebe nastale požare karakteriše naročito neobično naglo razvijanje vatre, budući da se razvija iz unutrašnjosti naslaganog materijala, tako da kada se požar uoči, onda je već prekasno, te ne pomažu niti najbolji uređaji za upozoravanje ili obranu. Ipak je suzbijanje ovakvih požara vrlo jednostavno, a postizava se tako, da se u prvom redu vodi najveća briga o čistoći, masne otpatke prašine i masne krpe treba smjesta ukloniti, materije treba uredno zračiti, da se spriječi prekomjerno nagomilanje topline. Osim toga valja izbjegavati nagomilavanje materija sa ovakvim svojstvima. Tko se drži svih ovih pravila

najbolje će predusresti katastrofe od požara, pošto je lakše predusresti požaru nego već nastali požar ukloniti.

U doba kada se nije znalo za uzroke ovim katastrofama, čovjek u svom primitivizmu i neznanju smirio se je sa svojom sudbinom, pa je tako nastala ona poslovice: »Kada Bog hoće i batina puca.« Nu napretkom i razvitkom industrije, osobito početkom XIX. vijeka, nastupile su nezgode i katastrofe ove vrsti kao češća pojava i postale žalosnim pratiocem industrije, tako da se je na svaki način moralo tražiti za to uzroke i razjašnjenja. Znanstveni radovi u tom smjeru bili su uvijek usko vezani sa istražnim radovima stručnjaka eksploziva, koji gledaju na stvar sa stanovišta vječne opasnosti, donošene vršenju njihovog zvanja, a vođene devizom: Opreznost je mudrost života.

Seltene aber interessante Schäden in der Sachversicherung. Im Aufsätze werden die Ursachen einiger international bekannten Schäden größeren Umfanges vor allem Explosions- und Brandschäden der letzten Jahre durch chemische Vorgänge erklärt.

Ivo Lah:

Pokojninsko zavarovanje obrtnikov.

Spomladi leta 1931 so obrtniki začeli prav resno in odločno akcijo za uvedbo splošnega socialnega zavarovanja svojega staleža. Tozadevne konference in ankete so se vodile približno 3 leta, to je do konca 1933. Končni rezultat je bil ta, da so se vse obrtne zbornice oziroma obrtni odseki skupnih zbornic sporazumeli v tem, da se uvede

1. pokojninsko zavarovanje in
2. zavarovanje zoper bolezni.

Pokojninsko zavarovanje obrtnikov bi dajalo invalidne, starostne, nezgodne, vdovske in otroške rente. Zavarovanje zoper bolezni bi pa nudilo samo zdravila, zdravilne pripomočke, brezplačne zdravniške in babiške intervencije, oskrbo v bolnišnicah in sanatorijih brez vsakih hranarin ali drugih dajatev v gotovini (Krankheitskostenversicherung). Sporazum je bil dosežen v vseh vprašanjih z izjemo ene same točke. Beograjska zbornica je predlagala svobodno izbiro razredov, dočim je zagrebska zbornica zahtevala uvrščevanje obrtnikov v posamezne razrede po višini davkov vsakega posameznega obrtnika, vendar tako, da bi bolje situirani obrtniki nosili poleg svojih bremen še del bremena za ekonomsko slabejše obrtnike. V aktih sta označena ta dva različna stališča kot »princip slobodnog izbora grupa« in »princip socialne baze«. Med obema principoma ni bilo mogoče najti kompromisa, zato se je naprosilo ministrstvo trgovine in industrije, da v svoji uredbi predvidi možnost obeh principov.

Željam obrtnikov ni moglo ministrstvo trgovine in industrije takoj ustreči, ker tako važen problem, kot je socialno zavarovanje obrtnikov, zahteva temeljitega in dolgotrajnega študija. Kot sankcija, da se bodo želje obrtnikov ob prvi priliki v resnici upoštevale, se je vnesel v obrtni zakon poseben paragraf, in sicer § 384, s katerim je dobil minister trgovine in industrije pooblastilo, da sporazumno z ministrom socialne politike in narodnega zdravja in po zaslišanju zbornic predpiše v roku dveh let uredbo o organizaciji, načinu in pogojih zavarovanja zoper bolezni, onemoglost, starost, smrt in nesreče. Ko pa uredba v predpisanem

roku ni izšla in se je razen tega začelo 1. IX. 1937 izvajati splošno invalidno zavarovanje delavcev, so postale zahteve obrtnih zbornic po socialnem zavarovanju obrtnikov zopet glasnejše. V juniju 1938 sem dobil vse predloge obrtnih zbornic z naročilom, da izračunam premije, katere so dovoljne in potrebne za pokojnine, predvidene v predstavkah obrtnih zbornic ministrstvu trgovine in industrije. Tozadevno poročilo sem predložil ministrstvu trgovine in industrije dne 5. XI. 1938. Številke v tem poročilu so tvorile podlago znanemu »Nacrtu Uredbe o Osiguranju Zanatlija (dostavljen od strane Ministarstva trgovine i industrije pod II. Br. 46927 od 9 decembra 1938 godine«).

Ko je bil načrt uredbe objavljen, je sledilo to, kar je bilo pričakovati in kar se vedno dogaja, kadar suhoparne številke objektivno pokažejo dejanski stan. Začela se je kritika, da so premije previsoke, pokojnine prenizke, zavarovanje predrago itd., saj je ljudska psihoza pri nas že dolga leta inficirana s tako zvanim »cenenim zavarovanjem«, ki za par dinarjev prispevkov »daje« podpore po več tisoč celo po deset tisočev dinarjev; samo škoda, da taka »cenena« zavarovanja vsepovsod prehitro likvidirajo, navadno s kazenskimi procesi. Padla je celo trditev, da »vsaka zasebna zavarovalnica lahko ceneje in ugodneje zavaruje obrtnike, kakor bi bili zavarovani po predloženem osnutku za obvezno zavarovanje«, dasiravno je splošno znano, da velike solidne zasebne zavarovalnice sploh ne izvajajo absolutno nobenega pokojninskega zavarovanja, razen tako zvanega dodatnega invalidnega zavarovanja (Invaliditätzusatzversicherung), ki pa preneha navadno že s 60. letom, kvečjemu s 65. letom starosti. Drugi zopet kritizirajo, da »glavna stran vsega problema: višina premije« v načrtu uredbe ni rešena in da je zato »ta skok v temo za obrtnike najbolj neprijeten in odbijajoč«, dasiravno je splošno znano, da tudi delavsko zavarovanje, ki s ponosom gleda na svoj polstoletni obstoj, še danes nima rešenega tega »glavnega vprašanja«. Prispevek za bolniško zavarovanje je po § 23 zakona o zavarovanju delavcev od 14. V. 1922 omejen navzdol s 4% in navzgor s 7% od zavarovane mezde. Tarifa za nezgodno zavarovanje je pred leti znašala 5%, danes pa znaša 8%. Paragraf 27 istega zakona določa, da se mora prispevek za invalidno zavarovanje delavstva po 12 letih na podstavi pridobljenih izkušenj iznova z zakonom določiti itd. itd. Že iz teh par pripomb je razvidno, da kritika projektiranega pokojninskega zavarovanja obrtnikov ni vedno utemeljena in objektivna. Da omogočim stvarno in utemeljeno kritiko, smatram za potrebno, da svoj račun prispevkov objavim tako, da ima vsak priliko prepričati se, da je pravilen, oziroma pokazati, kje so napake. Ministrstvo trgovine in industrije mi je v ta namen dovolilo, da doslovno objavim nekaj tozadevnih poglavij iz svojega poročila od 5. XI. 1938, in sicer pod številko II. Br. 10331/u od 16. III. 1939.

* * *

Penzione normale.

Pod penzionom normalom razumemo vrstu i količinu renta i davanja uopšte iz naslova penzionog osiguranja.

U referatu Zagrebačke komore projektovane su tri penzione normale, u referatu Beogradske komore samo jedna jedina normala. Međusobno razlikuju se sve ove normale jedino u visini ličnih renta, ali ipak postoji i tu dosta velika sličnost. Invalidska renta počinje svuda nakon

navršenih 5 godina osiguranja. Invalidska renta svugde je konstantna do 10. godine osiguranja a tu počinje jednoliko godišnje povisivanje skladno sa povisivanjem starosne rente. Porodične rente kod svih gornjih normala jednako su definisane u relaciji sa ličnim rentama. Udovička renta iznosi 50%, dečije rente 10%, sirotinjske rente (deca bez oca i majke) 15%, porodične odnosno lične rente. Zbir udovičkih i dečijih renta ne sme premašiti 90% porodične odnosno lične rente.

Radi ove sličnosti penzionih normala sasvim je dovoljno, ako samo jednu jedinu normalu u svim detaljima proučimo. Mnoga pitanja iz područja ostalih penzionih normala možemo naime analogijom dovoljno tačno rešiti. Za detaljno proučavanje izabrao sam »najsocijalniju« normalu Zagrebačke komore, opisanu, kako sledi.

I. zagrebačka normala.

»Lična renta počinje za sve osiguranike bez razlike s osnovom od 150 din i dodatkom, koji iznosi za svaku godinu uredno plaćenih premija:

u I. razredu	8 din
u II. razredu	10 din
u III. razredu	15 din

Prema tome bi mesečna renta osiguranika iznosila:

Nakon uplata od	I. razred	II. razred	III. razred
10 god.	230 din	250 din	300 din
20 „	310 „	350 „	450 „
30 „	390 „	450 „	600 „
40 „	470 „	550 „	750 „

Ovaj je način najsocijalniji, jer se vodi mnogo računa o ekonomski slabijima«.

Visine ličnih i porodičnih renta u tekstu projekta Zagrebačke komore su više manje komplikovano definisane, pa držim da je radi toga najcelishodnije, ako visine svih vrsta renta tabelarno prikažem. U tu svrhu sastavio sam sledeće tabele.

Nakon godina	Visina lične (invalidske odnosno starosne) rente iznosi u razredu:		
	I.	II.	III.
1	0 din	0 din	0 din
2	0 „	0 „	0 „
3	0 „	0 „	0 „
4	0 „	0 „	0 „
5	190 „	200 „	225 „
6	190 „	200 „	225 „
7	190 „	200 „	225 „
8	190 „	200 „	225 „
9	190 „	200 „	225 „
10	230 „	250 „	300 „
11	238 „	260 „	315 „
12	246 „	270 „	330 „

Nakon godina	Visina lične (invalidske odnosno starosne) rente iznosi u razredu:		
	I.	II.	III.
13	254 din	280 din	345 din
14	262 „	290 „	360 „
15	270 „	300 „	375 „
20	310 „	350 „	450 „
25	350 „	400 „	525 „
30	390 „	450 „	600 „
35	430 „	500 „	675 „
40	470 „	550 „	750 „
45	510 „	600 „	825 „
50	550 „	650 „	900 „

Nakon godina	Visine udovičke rente iznosi u razredu:		
	I.	II.	III.
1	0.— din	0.— din	0.— din
2	0.— „	0.— „	0.— „
3	0.— „	0.— „	0.— „
4	0.— „	0.— „	0.— „
5	57.50 „	62.50 „	75.— „
6	69.— „	75.— „	90.— „
7	80.50 „	87.50 „	105.— „
8	92.— „	100.— „	120.— „
9	103.50 „	112.50 „	135.— „
10	115.— „	125.— „	150.— „
11	119.— „	130.— „	157.50 „
12	123.— „	135.— „	165.— „
13	127.— „	140.— „	172.50 „
14	131.— „	145.— „	180.— „
15	135.— „	150.— „	187.50 „
20	155.— „	175.— „	225.— „
25	175.— „	200.— „	262.50 „
30	195.— „	225.— „	300.— „
35	215.— „	250.— „	337.50 „
40	235.— „	275.— „	375.— „
45	255.— „	300.— „	412.50 „
50	275.— „	325.— „	450.— „

Nakon godina	Visina dečije rente iznosi u razredu:		
	I.	II.	III.
1	0.— din	0.— din	0.— din
2	0.— „	0.— „	0.— „
3	0.— „	0.— „	0.— „
4	0.— „	0.— „	0.— „
5	11.50 „	12.50 „	15.— „

Nakon godina	Visina dečije rente iznosi u razredu:					
	I.		II.		III.	
6	13.80	din	15.—	din	18.—	din
7	16.10	„	17.50	„	21.—	„
8	18.40	„	20.—	„	24.—	„
9	20.70	„	22.50	„	27.—	„
10	23.—	„	25.—	„	30.—	„
11	23.80	„	26.—	„	31.50	„
12	24.60	„	27.—	„	33.—	„
13	25.40	„	28.—	„	34.50	„
14	26.20	„	29.—	„	36.—	„
15	27.—	„	30.—	„	37.50	„
20	31.—	„	35.—	„	45.—	„
25	35.—	„	40.—	„	52.50	„
30	39.—	„	45.—	„	60.—	„
35	43.—	„	50.—	„	67.50	„
40	47.—	„	55.—	„	75.—	„
45	51.—	„	60.—	„	82.50	„
50	55.—	„	65.—	„	90.—	„

Nakon godina	Visina rente siročadi (bez oca i majke) iznosi u razredu:					
	I.		II.		III.	
1	0.—	din	0.—	din	0.—	din
2	0.—	„	0.—	„	0.—	„
3	0.—	„	0.—	„	0.—	„
4	0.—	„	0.—	„	0.—	„
5	17.25	„	18.75	„	22.50	„
6	20.70	„	22.50	„	27.—	„
7	24.15	„	26.25	„	31.50	„
8	27.60	„	30.—	„	36.—	„
9	31.05	„	33.75	„	40.50	„
10	34.50	„	37.50	„	45.—	„
11	35.70	„	39.—	„	47.25	„
12	36.90	„	40.50	„	49.50	„
13	38.10	„	42.—	„	51.75	„
14	39.—	„	43.50	„	54.—	„
15	40.50	„	45.—	„	56.25	„
20	46.50	„	52.50	„	67.50	„
25	52.50	„	60.—	„	78.75	„
30	58.50	„	67.50	„	90.—	„
35	64.50	„	75.—	„	101.25	„
40	70.50	„	82.50	„	112.50	„
45	76.50	„	90.—	„	123.75	„
50	82.50	„	97.50	„	135.—	„

Nakon godina	Maksimalni iznos porodičnih renta u razredu:		
	I.	II.	III.
1	0.— din	0.— din	0.— din
2	0.— „	0.— „	0.— „
3	0.— „	0.— „	0.— „
4	0.— „	0.— „	0.— „
5	103.50 „	112.50 „	135.— „
6	124.20 „	135.— „	162.— „
7	144.90 „	157.50 „	189.— „
8	165.60 „	180.— „	216.— „
9	186.30 „	202.50 „	243.— „
10	207.— „	225.— „	270.— „
11	214.20 „	234.— „	283.50 „
12	221.40 „	243.— „	297.— „
13	228.60 „	252.— „	310.50 „
14	235.80 „	261.— „	324.— „
15	243.— „	270.— „	337.50 „
20	279.— „	315.— „	405.— „
25	315.— „	360.— „	472.50 „
30	351.— „	405.— „	540.— „
35	387.— „	450.— „	607.50 „
40	423.— „	495.— „	675.— „
45	459.— „	540.— „	742.50 „
50	495.— „	585.— „	810.— „

Gornje lične i porodične rente važe naravno jedino za slučaj, da je osigurano lice bilo osigurano čitavo vreme u jednom te istom razredu. Ako to nije slučaj, nego se je ekonomsko stanje odnosno visina poreza za zanatsku radnju tako promenila, da je bio osiguranik u različitim razredima, onda treba odrediti neku prosečnu rentu. Najbolji je princip, koji je usvojen za međunarodne konvencije o socijalnom osiguranju i koga sam protumačio na strani 12 ovog izveštaja. Na pr. neko lice bilo je osigurano 5 godina u I. razredu, 10. godina u II. razredu i 15 godina u III. razredu. Da je bilo lice 30 godina osigurano u I. razredu iznosila bi njegova lična mesečna renta 390 din, u II. razredu iznosila bi ta renta 450 din, a u III. razredu 600 din. Od svake od ovih triju renta uzme se proporcijonalan deo, koji odgovara pro rata temporis. Njegova renta iznosi dakle

$$\frac{(390 \times 5 \text{ din}) + (450 \times 10 \text{ din}) + (600 \times 15 \text{ din})}{30} = 515 \text{ din}$$

Time bi bila I. zagrebačka normala u glavnom opisana. Sledeće dve zagrebačke normale skiciraćemo samo ukratko sa citatima iz referata.

II. zagrebačka normala.

Lična renta po ovoj normali iznosi:

nakon uplata od	I. razred	II. razred	III. razred
10 god.	100 din	175 din	300 din
20 „	175 „	300 „	550 „
30 „	250 „	425 „	800 „
40 „	325 „	550 „	1050 „

Kod ovoga sistema nema uopšte socijalne nivelacije, već se koristi osiguranja ravnaju prema izvršenim obavezama po načelu specijalne otštete.

III. zagrebačka normala.

»Nešto socijalniji je sistem osiguranja minimalne socijalne osnove uz dodatak od 2% izvršenih uplata premije za svaku godinu. Sama renta izgleda u ovome slučaju ovako:

Nakon uplata od	I. razred	II. razred	III. razred
10 god.	Din 160.—	Din 200.—	Din 300.—
20 „	» 220.—	» 300.—	» 500.—
30 „	» 280.—	» 400.—	» 700.—
40 „	» 340.—	» 500.—	» 900.—

Obe poslednje šeme su nepovoljne po ekonomski slabijeg, pa bi naročito udovičke rente i dječiji uzgojni prinosi bili upravo minimalni.

Beogradska normala.

Predlog Beogradske komore glasi:

Penziono osiguranje deli se u 4 grupe:

I	razred za rentu od 1.500 din
II	» » » » 1.000 »
III	» » » » 600 »
IV	» » » » 300 »

Lična penzija počinje sa 50% određene penzije i za svaku godinu plaćanja preko 15 godina povećava se za 2%, tako da se sa 40 godina plaćanja dobije puna penzija. Za one koji su prilikom stupanja u osiguranje imali 45 godina i za koje važi karenca od 10 izvršenih godišnjih uplata, lična penzija počinje sa 40% i raste godišnje sa po 2%...

Porodična penzija počinje sa 30% i povećava se za svaku godinu plaćanja preko 5 godina za 2%, tako da se posle 15 godina plaćanja izjednačuje sa ličnom penzijom.

Penzija udove iznosi 50% od porodične penzije predviđene u gornjem stavu.

Penzija dece umrlog zanatlije iznosi $\frac{1}{10}$ porodične penzije za svako dete... Penzija dece i udove ni u kom slučaju ne bude veća od 90% celokupne porodične penzije.«

Ove normale bilo je ovde potrebno opisati ne samo pregleda radi nego i zbog toga, da je time omogućeno protumačiti i izvršiti račun premija. No pre nego počnemo sa samim računom, hoćemo da ukratko objasnimo osnove, po kojima se ti računi vrše.

Računske osnove za određivanje premija, tarifa i rezervi.

Kod računa visine prinosa (tarifa) rezervi, kapitalnog pokrića itd. treba uvažiti sledeće računске osnove (Rechnungsgrundlagen).

I. Kamatna stopa.

Sve račune izvršio sam za računске kamatne stope 4%, 5% i 6% godišnje dekurzivno. F aktična kamatna stopa ili rentabilitet premiskih rezervi mora biti prosečno nešto viša od računске kamatne stope, obično 0.5% ili više. To znači, da se moraju premiske rezerve ukamaćivati godišnje prosečno sa 6.5% ili više, ako želimo upotrebiti u računu premija 6% kamatnu stopu. Ako se rentabilitet 6.5% godišnje dekurzivno ne može kod upravljanja premiskih rezervi postići, onda treba odabrati računsku kamatnu stopu nižu od 6%.

U referatu Beogradske komore od 26 IV 1931 napominje se među drugim i ta korist od socijalnog osiguranja zanatlija, da bi se rezerve »stavile zanatlijama na raspoloženje u vidu jeftinog i dugoročnog kredita za nabavku novih modernih alata i mašina«. Tome treba napomenuti, da davanje jeftinih kredita traži eo ipso visoke premije.

II. Verovatnoće.

Kod računa premija i t. d. dolaze u obzir sledeće jednogodišnje verovatnoće:

i_x = verovatnoća da aktivan član postane invalid;

q_x^{uu} = verovatnoća smrti aktivnog člana;

q_x^i = verovatnoća smrti pasivnog člana;

q_{11} = verovatnoća smrti supruge (udovice);

q_z = verovatnoća smrti dece.

III. Porođično stanje.

Visina premija i rezervi zavisna je od broja i starosti porođičnih članova t. j. suprug a i dece.

IV. Starosna struktura zanatlija.

U penzionom osiguranju upotrebljavaju se gotovo uvek i svuda prosečne premije ili tarife bez obzira na pojedine starosti osiguranika. Račun tarifa traži dakle poznavanje starosne strukture osiguranika. Pošto ova meni nije poznata, izračunao sam premije I. zagrebačke normale za sve kvinkenalne starosti od 20, 25 30 — do 60, 65 godina. Za sve ostale penzione normale izračunao sam samo premiju, koja odgovara toj skupnoj starosti od 40 godina. Držim naime, da je prosečna starost zanatlija sada oko 40 godina. U koliko to ne bi odgovaralo, može se odrediti korektura, koja više manje tačno odgovara drugoj prosečnoj starosti zanatlija.

V. Upravni troškovi.

Upravne troškove računao sam sa 15% od netto-premija. Kod relativno niskih mesečnih premija ne možemo očekivati niži postotak upravnih troškova. Upravni troškovi kod Državnog zavoda za službenike, koji ima kud i kamo veće prinose, iznose 10%.

VI. Ušteda na prinosima budućih zanatlija (Beitrittsgewinn).

Sigurno je, da će u buduće pristupati u osiguranje mlade zanatlje. Ušteda na prinosima tih budućih zanatskih generacija može se već sada

uračunati, ali pod uslovom, da nam je poznato u kojoj će prosečnoj starosti otvoriti zanatlija svoju radnju. Tim načinom mogu se priznati sadašnjim zanatlijama više rente nego što to odgovara njihovoj starosti i prinosima.

VII. Dobit na stornu (Stornogewinn).

Biće slučajeva, da jedan ili drugi zanatlija napusti zanatsku radnju i time prestaje njegovo osiguranje. To važi osobito onda, kad jedan zanatlija postaje industrijalac, veliki trgovac, seljak itd. Uplaćene premije ne mogu se vraćati, što ću kasnije protumačiti. Ako ovakav član kasnije nakon izvesnog roka ne produži osiguranje, onda idu sve njegove uplaćene premije u korist Penzionog zavoda za zanatlije. To je tako zvana dobit od storna, kojim se mogu koristiti ostali osiguranici. Dobit od storna ne može se unapred odrediti, jer nemamo nikakvih statističkih podataka ili bilo kakvih indikacija, ali se ipak može voditi računa o njoj.

Visina premija za pojedinačne normale.

Osim uštede na prinosima budućih generacija (Beitrittsgewinn) i dobit od storna (Stornogewinn) upotrebio sam sve gore pomenute računске osnovice za određivanje premija na način i formule, koje ću kasnije izneti u ovom izveštaju. Razume se, da ovi računi samo približno odgovaraju zanatskim prilikama, jer nisam imao na raspolaganju statistike o našim zanatlijama, nego sam upotrebio stranu statistiku. Ovde ću izneti pojedinačne rezultate svojih računa.

I. zagrebačka normala.

Ovu normalu sam proučio u svim detaljima, kako se to vidi iz sledećih objašnjenja. Netto-premije su računane za svaki razred posebice, za svaku računsku kamatnu stopu 4%, 5%, 6%, za svaku kvinkvenalnu pristupnu starost od 20. do 65. godine i to odvojeno za pojedine vrste renta t. j. za lične rente, udovičke rente, dečije rente i konačno ukupnu netto-premiju i brutto-premiju. Niže navedne brojke zaokružene su na obični matematični način na cele dinare, ma da je sam račun izvršen na tri decimale precizno.

I. razred.

Starost godina	Mesečne netto-premije za lične rente		
	4%	5%	6%
20	Din 30	Din 20	Din 13
25	» 36	» 25	» 17
30	» 44	» 31	» 22
35	» 53	» 38	» 28
40	» 65	» 48	» 36
45	» 80	» 62	» 49
50	» 100	» 82	» 68
55	» 131	» 117	» 104
60	» 100	» 92	» 85
65	» 71	» 68	» 65

Razume se, da su ove kao i sve sledeće premije računate za lice prosečnog zdravlja i prosečnog porodičnog stanja. Za fakultativno osiguranje ove premije ne važe zbog autoselekcije.

Premije za pristupne starosti 60 i 65 godina računate su kao za pristupnu starost 55 godina, to jest pod pretpostavkom, da će osiguranje trajati 10 godina, a nakon toga termina počinje u svakom slučaju starosna renta. Pre svega je vrlo zanimljivo, da su premije za starost 60 i 65 godina manje nego za pristupnu starost 55 godina. Zanatlije stare preko 55 godina mogu se dakle uključiti u osiguranje naravno uz uslov, da im starosna renta pripada nakon 10 godina osiguranja a ne sa 65. godinom starosti. — Netto-premije su računate po gornjim uslovima i izgledaju ovako:

Starost godina	Mesečne netto-premije za udovičke rente		
	4%	5%	6%
20	Din 20	Din 16	Din 13
25	» 23	» 19	» 15
30	» 25	» 21	» 17
35	» 27	» 22	» 18
40	» 28	» 24	» 20
45	» 29	» 25	» 21
50	» 30	» 25	» 22
55	» 29	» 25	» 22
60	» 22	» 20	» 18
65	» 15	» 14	» 12

Možda će neko reći, da su premije za udovičke rente previsoko kalkulisane zbog klauzule, da ima udova pravo na penziju samo onda, »ako se ne bavi kakvom samostalnom radnjom« te ako nije navršio 65 godina starosti. Ova ušteda na udovičkim penzijama ne može se unapred računski ustanoviti, ali na osnovu iskustava u socijalnom osiguranju ne možemo očekivati velike uštede.

Starost godina	Mesečne netto-premije za dečije rente		
	4%	5%	6%
20	Din 2	Din 2	Din 2
25	» 3	» 2	» 2
30	» 3	» 2	» 2
35	» 3	» 2	» 2
40	» 2	» 2	» 2
45	» 2	» 2	» 2
50	» 1	» 1	» 1
55	» 1	» 1	» 1
60	» 1	» 1	» 1
65	» 0	» 0	» 0

Time su pojedinačne komponente netto-premije gotove. Ukupnu netto-premiju za lične i porodične rente dobijemo, ako odgovarajuće brojke gornjih tabela saberemo. Kod toga možemo naći neku diferenciju zbog korektura t. j. zbog izostavljenih decimala, što nema nikakve praktične vrednosti.

Starost godina	Ukupne mesečne netto-premije za sve rente		
	4%	5%	6%
20	Din 53	Din 38	Din 27
25	» 62	» 45	» 34
30	» 71	» 54	» 40
35	» 82	» 63	» 48
40	» 95	» 74	» 58
45	» 111	» 89	» 72
50	» 131	» 109	» 91
55	» 161	» 143	» 127
60	» 123	» 113	» 104
65	» 86	» 82	» 78

Mesečne netto-premije povećane za 15% daju bruto-premije.

Starost godina	Mesečne bruto-premije		
	4%	5%	6%
20	Din 61	Din 44	Din 31
25	» 71	» 52	» 39
30	» 82	» 62	» 46
35	» 95	» 72	» 55
40	» 110	» 85	» 67
45	» 128	» 103	» 83
50	» 151	» 126	» 105
55	» 185	» 165	» 146
60	» 142	» 130	» 119
65	» 99	» 94	» 89

II. razred.

Starost godina	Mesečne netto-premije za lične rente		
	4%	5%	6%
20	Din 35	Din 23	Din 15
25	» 42	» 28	» 19
30	» 50	» 35	» 25
35	» 60	» 44	» 32
40	» 73	» 55	» 41
45	» 89	» 70	» 55
50	» 110	» 91	» 75
55	» 141	» 126	» 113
60	» 107	» 99	» 91
65	» 75	» 72	» 69

Starost godina	Mesečne netto-premije za udovičke rente		
	4%	5%	6%
20	Din 23	Din 19	Din 15
25	» 26	» 21	» 17
30	» 28	» 23	» 19
35	» 30	» 25	» 21

Starost godina	Ukupne mesečne netto-premije za sve rente		
	4%	5%	6%
50	Din 175	Din 147	Din 124
55	» 205	» 184	» 164
60	» 155	» 143	» 132
65	» 107	» 101	» 96

Starost godina	Mesečne brutto-premije		
	4%	5%	6%
20	Din 94	Din 67	Din 48
25	» 107	» 79	» 58
30	» 122	» 92	» 69
35	» 138	» 105	» 81
40	» 156	» 122	» 96
45	» 177	» 143	» 116
50	» 202	» 169	» 142
55	» 236	» 211	» 189
60	» 178	» 164	» 151
65	» 123	» 117	» 111

Iz gornjih računa se vidi, da su premije izračunane od strane zanatskih komora niske, tako da one ne pružaju jamstva za ispunjenje svih obaveza iz penzionog osiguranja.

II. zagrebačka normala.

Ovde nisam izvršio detaljan račun za pojedinačne (kvinkvenalne) starosti ni za pojedinačne vrste renta, nego jedino za prosečnu pristupnu starost od 40 godina i sve lične i porodične rente zajedno. Ako se smatra da prosečna pristupna starost nije 40 godina nego nešto viša odnosno nešto niža, onda treba premije, koje odgovaraju pristupnoj starosti 40 godina, sniziti odnosno povisiti za izvestan postotak prema sledećoj tabeli:

Starost godina	Postotak sniženje (—) odnosno povišenje (+) premija (za bazu uzeta je premija od 40 god.)		
	4%	5%	6%
25	— 33%	— 37%	— 41%
30	— 24%	— 27%	— 29%
35	— 12%	— 15%	— 17%
40	0%	0%	0%
45	+ 15%	+ 18%	+ 22%
50	+ 34%	+ 45%	+ 58%

Ovi su postotci izračunani iz brutto-premija I. zagrebačke normale. Radi analogije normala važe barem približno i za druge normale.

Razred	Mesečne brutto-premije za starost 40 god.		
	4%	5%	6%
I.	Din 60	Din 47	Din 37
II.	» 104	» 81	» 64
III.	» 187	» 150	» 121

III. zagrebačka normala.

Razred	Mesečne brutto-premije za starost 40 god.		
	4%	5%	6%
I.	Din 78	Din 61	Din 47
II.	» 105	» 82	» 64
III.	» 173	» 136	» 103

Beogradska normala.

Razred	Mesečne brutto-premije za starost 40 god.		
	4%	5%	6%
I.	Din 320	Din 250	Din 196
II.	» 213	» 167	» 130
III.	» 128	» 100	» 78
IV.	» 64	» 50	» 39

Upotrebijene matematične formule.

U dosadašnjem tekstu sam svuda zabeležio samo konačne rezultate, dok statistike i matematske formule nisam nigde naveo, jer bi čitaocu to sigurno smetalo. Držim za potrebno, da na svršetku ipak pokažem puteve i metode pomoću kojih sam došao do gornjih rezultata i da tako omogućim stručnu kontrolu i kritiku rezultata.

Kako sam već gore napomenuo, nisam imao na raspoloženju apsolutno nikakvih statističnih podataka o stanju naših zanatlija, pa sam se morao zbog toga poslužiti stranom statistikom.

Za račun 4% vrednosti poslužio sam se Reidelovom publikacijom »Die neuen vierprozentigen Rechnungsgrundlagen der Allgemeinen Pensionsanstalt für Angestellte« (Zweite Auflage, Trieste, 1927).

Za račun 5% vrednosti poslužio sam se Riedelovom publikacijom »Rechnungsgrundlagen für Bürobeamtenpensionsfonds auf Grund eines Rechnungszinsfusses von fünf Prozent« (Trieste, 1927).

Sve vrednosti za 6%-nu kamatnu stopu dobio sam geometriskom ekstrapolacijom iz odgovarajućih 4%-nih i 5%-nih vrednosti po formuli

$$P_{6\%} = \frac{(P_{5\%})^2}{P_{4\%}} \quad (1)$$

U Riedelovim publikacijama upotrebijene su sledeće verovatnoće:

Verovatnoće q_x^{aa} kod 4% računa odnose se na Zimmermannovu statistiku združenja nemačkih železničkih uprava (Statistik des Vereines Deutscher Eisenbahnverwaltungen) i to na takozvane »Nichtzugsbeamte« u godinama 1868—1884, dok se iste verovatnoće kod 5% računa odnose na takozvane »Bürobeamte« istog združenja ali u godinama 1882—1889.

U pogledu verovatnoća i_x važi posve isto, što sam napomenuo kod verovatnoća q_x^{aa} .

Verovatnoće q_x^i odnose se na vse penzionisane železniške činovnike gore pomenutog udruženja u godinama 1868—1884.

Verovatnoće q_y odnose se na mortalitet pruskih žena u godinama 1891—1900.

Verovatnoće q_z odnose se na mortalitet pruske dece (aritmetična sredina između muške i ženske dece) u godinama 1891—1900.

Za porodično stanje uzeta je austrijska statistika privatnih službenika iz godine 1896, poznata pod imenom »Die Ergebnisse der über die Standesverhältnisse der Privatbeamten im Jahre 1896 eingeleiteten amtlichen Erhebungen« (Wien, 1898).

Time je objašnjeno, koju sam statistiku upotrebio u svojim računima. Preostaje još, da citiram upotrebljene matematične formule. Ove ću formule izneti istim redom, kojega sam odabrao u glavi 9) »Visina premija za pojedinačne normale«, to je na strani 29—32 ovog izveštaja.

I. zagrebačka normala.

I. razred.

Mesečne netto-premije za lične (invalidske i starosne) rente računao sam po sledećoj formuli:

$$\frac{190 N_{x+5}^{ai} + 40 N_{x+10}^{ai} + 8 S_{x+11}^{ai} - 8 S_{66}^{ai} + a N_{65}^{aa(12)}}{N_x^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}} \quad (2)$$

x = pristupna starost,

a = iznos starosne rente.

$x = 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55,$

$a = 510, 470, 430, 390, 350, 310, 270, 230.$

Za pristupne starosti preko 55 godina upotrebio sam sledeću formulu:

$$\frac{190 N_{x+5}^{ai} + 40 N_{x+10}^{ai} + 230 N_{x+10}^{aa(12)}}{N_x^{aa(12)} - N_{x+10}^{aa(12)}} \quad (3)$$

Mesečne netto-premije za udovičke rente računao sam po sledećoj formuli:

$$\frac{57.50 N_{x+5(y)}^a + 11.50 S_{x+6(y)}^a - 7.50 S_{x+11(y)}^a - 4 S_{66(y)}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}} \quad (4)$$

odnosno za pristupne starosti preko 55 godina:

$$\frac{57.50 N_{x+5(y)}^a + 11.50 S_{x+6(y)}^a - 11.50 S_{x+11(y)}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{x+10}^{aa(12)}} \quad (5)$$

Mesečne netto-premije za dečije rente računao sam po sledećoj formuli:

$$\frac{11.50 {}^{18}N_{x+5(z)}^a + 2.30 {}^{18}S_{x+6(z)}^a - 1.50 {}^{13}S_{x+11(z)}^a - 0.80 {}^{18}S_{66(z)}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}} \quad (6)$$

odnosno za pristupne starosti preko 55 godina:

$$\frac{11.50 {}^{18}N_{x+5(z)}^a + 2.30 {}^{18}S_{x+6(z)}^a - 2.30 {}^{18}S_{x+11(z)}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{x+10}^{aa(12)}} \quad (7)$$

Ukupne mesečne netto-premije za sve rente dobivaju se zbirom premija ličnih, udovičkih i dečijih renta, a brutto-premije dobivaju se multiplikacijom ukupnih mesečnih netto-premija za faktorom 1.15.

II. razred.

Mesečne netto-premije za lične rente računao sam po sledećoj formuli:

$$\frac{200 N_{x+5}^{ai} + 50 N_{x+10}^{ai} + 10 S_{x+11}^{ai} - 10 S_{66}^{ai} + a N_{65}^{aa(12)}}{N_x^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}} \quad (8)$$

$$x = 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55,$$

$$a = 600, 550, 500, 450, 400, 350, 300, 250.$$

odnosno za pristupne starosti preko 55 godina:

$$\frac{200 N_{x+5}^{ai} + 50 N_{x+10}^{ai} + 250 N_{x+10}^{aa(12)}}{N_x^{aa(12)} - N_{x+10}^{aa(12)}} \quad (9)$$

Mesečne netto-premije za udovičke rente računao sam po sledećoj formuli:

$$\frac{62 \cdot 50 N_{x+5(y)}^a + 12 \cdot 50 S_{x+6(y)}^a - 7 \cdot 50 S_{x+11(y)}^a - 5 S_{66(y)}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}} \quad (10)$$

odnosno za pristupne starosti preko 55 godina:

$$\frac{62 \cdot 50 N_{x+5(y)}^a + 12 \cdot 50 S_{x+6(y)}^a - 12 \cdot 50 S_{x+11(y)}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{x+10}^{aa(12)}} \quad (11)$$

Mesečne netto-premije za dečije rente računao sam po sledećoj formuli:

$$\frac{12 \cdot 50 {}^{18}N_{x+5(z)}^a + 2 \cdot 50 {}^{18}S_{x+6(z)}^a - 1 \cdot 50 {}^{18}S_{x+11(z)}^a - {}^{18}S_{66(z)}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}} \quad (12)$$

odnosno za pristupne starosti preko 55 godina:

$$\frac{12 \cdot 50 {}^{18}N_{x+5(z)}^a + 2 \cdot 50 {}^{18}S_{x+6(z)}^a - 2 \cdot 50 {}^{18}S_{x+11(z)}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{x+10}^{aa(12)}} \quad (13)$$

Ukupne netto-premije i brutto-premije računane su isto kao u I. razredu.

III. razred.

Mesečne netto-premije za lične rente računao sam po sledećoj formuli:

$$\frac{225 N_{x+5}^{ai} + 75 N_{x+10}^{ai} + 15 S_{x+11}^{ai} - 15 S_{66}^{ai} + a N_{65}^{aa(12)}}{N_x^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}} \quad (14)$$

$$x = 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55,$$

$$a = 825, 750, 675, 600, 525, 450, 375, 300.$$

odnosno za pristupne starosti preko 55 godina:

$$\frac{225 N_{x+5}^{ai} + 75 N_{x+10}^{ai} + 300 N_{x+10}^{aa(12)}}{N_x^{aa(12)} - N_{x+10}^{aa(12)}} \quad (15)$$

Mesečne netto-premije za udovičke rente računao sam po sledećoj formuli:

$$\frac{75 N_{x+5}^a(y) + 15 S_{x+6}^a(y) - 7.50 S_{x+11}^a(y) - 7.50 S_{66}^a(y)}{N_x^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}} \quad (16)$$

odnosno za pristupne starosti preko 55 godina:

$$\frac{75 N_{x+5}^a + 15 S_{x+6}^a - 15 S_{x+11}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{x+10}^{aa(12)}} \quad (17)$$

Mesečne netto-premije za dečije rente računao sam po sledećoj formuli:

$$\frac{15 {}^{18}N_{x+5}^a(z) + 3 {}^{18}S_{x+6}^a - 1.50 {}^{18}S_{x+11}^a - 1.50 {}^{18}S_{66}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}} \quad (18)$$

odnosno za pristupne starosti preko 55 godina:

$$\frac{15 {}^{18}N_{x+5}^a + 3 {}^{18}S_{x+6}^a - 3 {}^{18}S_{x+11}^a}{N_x^{aa(12)} - N_{x+10}^{aa(12)}} \quad (19)$$

Ukupne netto-premije i brutto-premije računate su isto kao u I. razredu.

II. zagrebačka normala.

Ukupne mesečne netto-premije računao sam po sledećim formulama:

I. razred.

$$\begin{aligned} & 100 N_{45}^{ai} + 7.50 S_{51}^{ai} - 7.50 S_{66}^{ai} + 212.50 N_{65}^{aa(12)} + \\ & + 25 N_{45}^a(y) + 5.00 S_{46}^a(y) - 1.25 S_{51}^a(y) - 3.75 S_{66}^a(y) + \\ & + 5 {}^{18}N_{45}^a(z) + {}^{18}S_{46}^a(z) - 0.25 {}^{18}S_{51}^a(z) - 0.75 {}^{18}S_{66}^a(z) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\frac{\quad}{N_{40}^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}}$$

II. razred.

$$\begin{aligned} & 175 N_{45}^{ai} + 12.50 S_{51}^{ai} - 12.50 S_{66}^{ai} - 362.50 N_{65}^{aa(12)} + \\ & + 43.75 N_{45}^a(y) + 8.75 S_{46}^a(y) - 2.50 S_{51}^a(y) - 6.25 S_{66}^a(y) + \\ & + 8.75 {}^{18}N_{45}^a(z) + 1.75 {}^{18}S_{46}^a(z) - 0.50 {}^{18}S_{51}^a(z) - 1.25 {}^{18}S_{66}^a(z) \end{aligned} \quad (21)$$

$$\frac{\quad}{N_{40}^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}}$$

III. razred.

$$\begin{aligned}
 & 300 N_{45}^{ai} + 25 S_{51}^{ai} - 25 S_{66}^{ai} + 675 N_{65}^{aa(12)} + \\
 & + 75 N_{45(y)}^a + 15 S_{46(y)}^a - 2 \cdot 50 S_{51(y)}^a - 12 \cdot 50 S_{66(y)}^a + \\
 & + 15 {}^{18}N_{45(z)}^a + 3 {}^{18}S_{46(z)}^a - 0 \cdot 50 {}^{18}S_{51(z)}^a - 2 \cdot 50 {}^{18}S_{66(z)}^a
 \end{aligned}
 \quad (22)$$

$$N_{40}^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}$$

Netto-premije pomnožene sa 1.15 daju brutto-premije.

III. zagrebačka normala.

Ukupne mesečne netto-premije računao sam po sledećim formulama:

I. razred.

$$\begin{aligned}
 & 160 N_{45}^{ai} + 6 S_{51}^{ai} - 6 S_{66}^{ai} + 250 N_{65}^{aa(12)} + \\
 & + 40 N_{45(y)}^a + 8 S_{46(y)}^a - 5 S_{51(y)}^a - 3 S_{66(y)}^a + \\
 & + 8 {}^{18}N_{45(z)}^a + 1 \cdot 60 {}^{18}S_{46(z)}^a - {}^{18}S_{51(z)}^a - 0 \cdot 60 {}^{18}S_{66(z)}^a
 \end{aligned}
 \quad (23)$$

$$N_{40}^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}$$

II. razred.

$$\begin{aligned}
 & 200 N_{45}^{ai} + 10 S_{51}^{ai} - 10 S_{66}^{ai} + 350 N_{65}^{aa(12)} + \\
 & + 50 N_{45(y)}^a + 10 S_{46(y)}^a - 5 S_{51(y)}^a - 5 S_{66(y)}^a + \\
 & + 10 {}^{18}N_{45(z)}^a + 2 {}^{18}S_{46(z)}^a - {}^{18}S_{51(z)}^a - {}^{18}S_{66(z)}^a
 \end{aligned}
 \quad (24)$$

$$N_{40}^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}$$

III. razred.

$$\begin{aligned}
 & 300 N_{45}^{ai} + 20 S_{51}^{ai} - 20 S_{66}^{ai} + 600 N_{65}^{aa(12)} + \\
 & + 75 N_{45(y)}^a + 15 S_{46(y)}^a - 5 S_{51(y)}^a - 10 S_{66(y)}^a + \\
 & + 15 {}^{18}N_{45(z)}^a + 3 {}^{18}S_{46(z)}^a - {}^{18}S_{51(z)}^a - 2 {}^{18}S_{66(z)}^a
 \end{aligned}
 \quad (25)$$

$$N_{40}^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}$$

Netto-premije pomnožene sa 1.15 daju brutto-premije.

Beogradska normala.

Ukupne mesečne netto-premije za II. razred računao sam po sledećoj formuli:

$$\begin{aligned}
 & 400 N_{45}^{ai} + 20 S_{51}^{ai} - 20 S_{66}^{ai} + 700 N_{65}^{aa(12)} + \\
 & + 150 N_{45(y)}^a + 10 S_{46(y)}^a - 10 S_{66(y)}^a + \\
 & + 30 {}^{18}N_{45(z)}^a + 2 {}^{18}S_{46(z)}^a - 2 {}^{18}S_{66(z)}^a
 \end{aligned}
 \quad (26)$$

$$N_{40}^{aa(12)} - N_{65}^{aa(12)}$$

Netto-premije pomnožene sa 1.15 daju brutto-premije. Brutto-premije za I., III. i IV. razred dobio sam multiplikacijom brutto-premija II. reda sa 1.5, 0.6 i 0.3.

Dobiveni rezultati, i ako se odnose na stranu statistiku, ipak daju barem približnu sliku o visini premija. Kod sastavljanja penziona normale t. j. kod određivanja količine i vrste penzija, mogu se zanatske komore tim rezultatima poslužiti.

* * *

Ob zaključku smatram za umestno navesti še par resnih besed o računanju premij.

Vprašanje cenених преміј nima nobenega smisla in kaže samo, da dotični nima pravilnih pojmov o zavarovalno-matematičnih računih. V učnih knjigah zavarovalne matematike in tehnike dobimo vsepovsod obširna poglavja o netto-premijah, brutto-premijah, riziko-premijah, hranilnih premijah, dovoljnih premijah (= ausreichende Prämien) itd. itd., nikoli in nikjer pa ne najdemo nobenega poglavja o »cenених преміјah«. Pojmi o »cenених преміјah« so se zbledli samo v glavah zavarovalnih šarlatanov, ki hočejo veljati za zavarovalne strokovnjake, pa so v resnici samo zavarovalni šušmarji, ki povzročajo večjo škodo v zavarovalstvu, kakor ostali šušmarji v obrti, radi katerih imajo obrtne zbornice in solidni obrtniki toliko preglavic in nepotrebnega dela. Ako so določene računске osnove in pokojninska normala, potem je višina premij samo rezultat računa, kakor n. pr. $20 + 30 = 50$ in nič več. Pri tem se ne da nič spremeniti, nič kritizirati. Ako trdimo, da je $20 + 30 = 40$, s tem nismo prav nič pocenili zavarovanja, ampak samo napravili računsko napako, ki se bo prej ali slej maščevala z deficitom, ki raste zaradi obresti v geometrični progresiji od leta do leta. Ta deficit bo treba prej ali slej kriti ali z zvišanjem prispevkov, ali znižanjem dajatev, ali pa — to se v praksi navadno dogaja — s prvim in drugim. Namesto cenених преміј moramo staviti vedno vprašanje pravilnih oziroma pravilno izračunanih premij. Vsak račun pa sloni na gotovih podatkih. Tu pa moram naglasiti, da nisem imel za svoj račun absolutno nobenih podatkov o obrtniškem staležu, kar je delo zelo otežkočalo. Moral sem izračunati premije za vse važnejše obrestne mere, za vse važnejše starosti itd. To netočnost rezultatov, oziroma pravilnejše povedano, to pomanjkanje statističnih podatkov sem vedno in vsepovsod naglašal in obenem stavljal konkretne predloge, da se manjkajoči statistični podatki zberó. V samem poročilu sem predlagal, da se izvede posebna statistika o družinskem stanju (Standesverhältnisse) obrtnikov. V »Glasniku Udruženja aktuara Kraljevine Jugoslavije« br. 3—4, leto 1938. na strani 120—127 sem v članku »Zavarovalno-tehnične naloge državne statistike in ljudskih štetij« specijelno za potrebe pokojninskega zavarovanja obrtnikov izdelal načrte in tiskovine, ki so potrebne za izdelavo mortalitetnih tabel jugoslovanskega prebivalstva itd., kakor sem tudi na eni obrtniških konferenc omenil. Ni pa seveda v moji moči izvesti statistike, ki jih zavarovalno-tehnični računi nujno rabijo za podlago. Če pa bodo kdaj merodajni faktorji omogočili take statistike, potem bom lahko izračunal popolnoma točne in zanesljive premije, katerih ne bo mogoče kritizirati kakor na primer dejstva, da je $20 + 30 = 50$.

Pensionsversicherung der jugoslawischen Gewerbetreibenden. Eine allgemeine Sozialversicherung der Gewerbetreibenden in Jugoslawien ist schon seit Jahren geplant. Die Gewerbeordnung vom 5. XI. 1931 enthält einen speziellen Paragraph nämlich § 384, mit welchem der Minister für Handel und Industrie bevollmächtigt

ist, die Sozialversicherung der Gewerbetreibenden im Verordnungswege durchzuführen. Die Gewerbekammern haben sich vorläufig für eine obligate Pensionversicherung mit Invaliden-, Alters-, Unfall- und Hinterbliebenenrenten entschlossen und diesbezügliche Pensionsnormalen dem Ministerium bekanntgegeben. Im Aufsätze, welcher einen Auszug aus einer dem Ministerium vorgelegten Expertise darstellt, sind die Rechenmethoden der Prämien zum Zwecke einer öffentlichen Kritik erklärt.

Literatura.

A. Domača.

Dr. Joža Bohinjec: »Pravice delavcev iz naslova zakona o zavarovanju delavcev«. Z uvedbo invalidnega zavarovanja delavstva dne 1. IX. 1937 je nastala potreba po priročni brošurici, ki bi delojemalcem in delodajalcem v popularni obliki pojasnila zakonske predpise o tej popolnoma novi panogi socialnega zavarovanja in dala obenem praktične nasvete. Tej potrebi ustreza v polni meri predmetna brošurica, ki se pa ne nanaša samo na invalidno, ampak tudi na bolniško in nezgodno zavarovanje in je tako s svojimi nazornimi navodili, vzorci, tabelami itd. nujno potrebna ne samo vsakemu delavcu, ki prej ali slej išče take ali take podpore od OUZD, temveč tudi vsakemu delodajalcu, da se izogne sitnostim, ki bi mogle nastati vsled netočnega izvrševanja dolžnosti po zakonu o zavarovanju delavcev.

»Statistični godišnjak 1937« in »Definitivni rezultati popisa stanovništva od 31 marta 1931 godine«, izdala Splošna državna statistika. Pod vodstvom novega načelnika g. dr. R. Andrejka naša državna statistika prav lepo napreduje. Poročila izhajajo pravočasno in so vedno bolj izpopolnjena z novimi statistikami. Želeti je samo, da bi se demografske statistike zbirale in objavljale tako, da bi bilo mogoče izdelati naše domače mortalitetne tabele, kakršne imajo že dolga leta vsi kulturni narodi. V ta namen bi bilo potrebno statistiko porodov, smrtnih primerov in statistiko prebivalcev sestavljati po posameznih letih starosti in posameznih koledarskih letih namesto po starostnih skupinah po 10 let skupaj itd. Naše socialno in zasebno zavarovanje krvavo potrebuje mortalitetne tabele jugoslovanskega prebivalstva. Upamo, da se bo bodoče ljudsko štetje, ki se bo predvidoma vršilo leta 1940., tako organiziralo, da bo mogoče tej potrebi ustreči.

Uredništvo.

B. Inozemska.

JOURNAL OF THE INSTITUTE OF ACTUARIES. VOL. LXIX. PART III. No. 326.

J. M. Moore: »Dividing Friendly Societies«. — **C. H. L. Brown:** »Some Observations on the Rate of Interest as Affecting Pension Funds«.

TRANSACTIONS OF THE FACULTY OF ACTUARIES. VOL. XVII. PART II.
EDINBURGH.

G. J. Lidstone: »Accuracy of arithmetical approximation«.

ZEITSCHRIFT FÜR GESAMTE VERSICHERUNGSWISSENSCHAFT. FEBRUAR 1939.

Wilhelm Kisch: »Schuldhaftes Herbeiführung des Schadensversicherungsfalles bei Mehrheit der Interessenten«. — **Horst Wagenführ:** »Preisbildung, Preisstop und Preissenkung in der deutschen Kraftfahrzeugversicherung«. — **Paul Braess:** »Wesen und Grenzen der gerechten Prämie«. — **Herman Döring:** »Die Entwicklung der Luftversicherung in Deutschland seit 1928«. — **Wilhelm Dobbernack:** »Die Altersversorgung für das Deutsche Handwerk«. — **Erich Pröls:** »Betriebstechnik und Recht in der Versicherung«.

BLÄTTER FÜR VERSICHERUNGS-MATHEMATIK UND VERWANDTE GEBIETE,
FEBRUAR 1939.

Franz Knörlein: »Ein arithmetischer Durchschnittsbeitrag besonderer Art für die Gruppenversicherung«. — **Georg Heubeck:** »Untersuchung über Beleihung und Storno in der Lebensversicherung mit Hilfe mathematisch-statistischer Methoden«. — **Filadelfo Insolera:** »Die Prämienreserven und die Veränderungen der Sterblichkeit in der Zeit«. — **Erich Mayer:** »Die Bestimmung des Charakters einer Versicherung«.

GIORNALE DALL'ISTITUTO ITALIANO DEGLI ATTUARI. ANNO IX. N. 3.

B. Gulota: »Sulla legge di probabilità della differenza tra la media empirica ed il valore medio teorico dei quadrati d'una variabile casuale che segue la legge normale«. — **F. Giaccardi:** »Sul calcolo del vitalizio nell'ipotesi di Makeham«. — **A del Chiaro:** »Sulla determinazione dei coefficienti di morbilità«.

GIORNALE DI MATEMATICA FINANZIARIA. N. 1-2-1938-XVII.

F. Insolera: »Sulla durata massima della vita umana«. — **E. Del Vecchio:** »Sul calcolo approssimato di una rendita vitalizia quando il tasso di mortalità muta nei primi anni della durata«. — **H. Koeppler:** »Eine Art des jährlichen Risikos für eine mittlere Anzahl gleichartiger nach derselben einfachen Versicherungsform Versicherten«. — **F. Giaccardi:** »Sul calcolo del coefficiente reductivo del tasso annuo di morbilità«.

MITTEILUNGEN DER VEREINIGUNG SCHWEIZERISCHEN VERSICHERUNGSMATHEMATIKER. 36. HEFT.

Walter Wegmüller: »Ausgleichung durch Bernstein-Polynome«. — **P. Güttinger:** »Eine versicherungsmathematische Beziehung bei Gesamtheiten mit mehreren Ausscheideursachen«. — **E. Zwinggi:** »Bemerkungen zum Erneuerungsproblem«.

MAGYAR BIZTOSÍTÁS TUDOMÁNYI SZEMLE. 1938 FEBRUAR.

E. Balabán: »Die Dynamik der Rückversicherung«. — **I. Tarcsay:** »Jégkárstatisztikai tanulságok« (Rezultati statistike škod povzročenih po toči). — **T. Kallós:** »Kezelési költségek a tűzágazatban« (Manipulacijske pristojbine v zavarovanje proti požaru).

SKANDINAVISK AKTUARIETIDSKRIFT. 1938. HÄFT 3—4.

Birger Meidell: »Über verschiedene explicite Lösungen des Problems von der Berechnung des effektiven Zinsfusses Anleihen«. — **U. von Beckerath:** »Über Chr. Kramp's versicherungsmathematische Arbeiten und seine Formel zur Darstellung der Sterblichkeit, nebst einigen Bemerkungen über die Bestätigung seiner Ansichten durch neuere Untersuchungen«. — **Valter Andersson:** »The Swedish State Unemployment Insurance and the Reinsurance Problem of the Funds«. — **Herman Wold:** »On the Inversion of Moving Averages«. — **Ragnar Frisch:** »On the Inversion of a Moving Average«. — **H. Hadwiger:** »Ein Konvergenzkriterium für Erneuerungszahlen«.

HET VERZEKERINGS-ARCHIEF. 1938. No. 3.

W. G. J. ten Pas: »Vergelijkend onderzoek van de sterfte onder de geheele bevolking van Nederland en de verzekerden van een groep Nederlandsche levensverzekering maatschappijen gedurende de jaren 1925—1936« (Primerjajoča raziskovanja umrljivosti celokupnega nizozemskega prebivalstva in zavarovancev ene skupine nizozemskih zavarovalnic v dobi 1925—1936). — **J. Snoep:** »Interpolatie bij veranderlijke rentevoet in levensverzekeringswiskunde en intrestrekening« (Interpolacija v zavarovalni matematiki in obrestnih računih, ako se obrestna mera spreminja). — **Joh. Hage:** »Eenige opmerkingen aangaande de koerstafels« (Nekaj opomb o kurznihi tabelah). — **J. Vel:** »Netto koopsommen voor verzekeringen op 2 hoofden met een bepaalde soort uitstel van uitkeeringen« (Enkratne netto-premije za zavarovanje dveh življenj, ako zavarovana glavnica zapade v izplačilo po gotovem roku). **Uredništvo.**

Kernfragen der Versicherungs-Rechtsprechung, ein Rechtswahrerbuch, založba E. S. Mittler & Sohn, Berlin, 1938, str. 136, vel. 8^o.

Delo je izdalo Deutscher Verein für Versicherungs-Wissenschaft v Berlinu. To društvo deluje že preko 40 let na poglobitvi v vseh znanstvenih panogah zavarovanja. Da odpomore potrebi vseh zainteresiranih, se je odločilo zbrati od uglednih zavarovalnih strokovnjakov študije in jih izdati v obliki knjige. Delo je znanstveno in obravnavna predvsem zavarovalno-pravno judikaturu, katero spremlja izčrpn komentar. Pisatelji se pečajo v svojih sestavkih vsak s svojo stroko in obravnavajo svojo snov predvsem s splošnega stališča, nato pa posežejo takoj v problematiko svoje materije in na podlagi najnovejše judikature, spornih slučajev in najvišjih upravnih odločb analizirajo zavarovalne probleme iz načelnega stališča. Podajanje snovi v prikazani metodi, ki je organična in subtilna, napravi knjigo zanimivo. Zavarovalni pravnik te knjige ne more pogrešati. **(Ivan Premerl.)**

Seeversicherungsrecht, Dr. Otto Hagen, Heft 62, založba E. S. Mittler & Sohn, Berlin 38, str. 175, vel. 8^o.

V okviru modernega gospodarskega prava je znanost privatnega zavarovalnega prava na prvem mestu. Avtor tega dela uspešno združuje izsledke zvarovalno-pravne znanosti s splošno pravno dogmatiko in preiskuje, v koliko je pri privatnem zavarovalnem pravu teorija napredovala in v koliko potrebuje splošna pravna dogmatika izpopolnitve. Pri tem se je moglo na presenetljiv način ugotoviti, v kako veliki meri more zavarovalna pravna znanost obogateti in poglobiti splošno pravno dogmatiko. V razpravah se more tudi spoznati, da nobena panoga prava ni tako tesno povezana z gospodarstvom, kot je to zavarovalna panoga. Brez poznanja gospodarskih in poslovnih pojavov ni mogoče norm in problemov zavarovanja niti razumeti, niti zadovoljivo uporabiti. Pomorsko zavarovalno pravo pa se razlikuje in v gotovi meri še posebno odlikuje od splošnega zavarovalnega prava, predvsem po svoji mednarodnosti usmerjenosti, pestrosti in dosledno vsem tem lastnostim po svoji izraziti moderni aktualnosti. Težko je najti zavarovani slučaj, v katerem se ne bi križala načela različnih zavarovalnih prav. To prepletenost prikaže avtor zelo zanimivo in nazorno in je vsakemu, ki se za pomorsko zavarovalno pravo resno zanima, knjigo kot osnovo za študij pomorskega prava toplo priporočati. (Ivan Premerl.)

Autorizacija aktuarja.

Do 1938. godine Jugoslavija imala je jednog jedinog ovlaštenog aktuarja i to RADOVANA MATJAŠIČA, generalnog direktora Središnjeg ureda za osiguranje radnika, prvog predsednika Udruženja aktuarja Kraljevine Jugoslavije, člana dopisnog komiteta za socijalno osiguranje kod Međunarodnog biroa rada u Ženevi itd. itd. Austrijske »Amtliche Nachrichten des k. k. Ministeriums des Innern, betreffend die Unfallversicherung und die Krankenversicherung der Arbeiter« od 1. VI. 1912, Nr. 6, strana 157, donesle su sledeću noticu:

»Autorisation von Versicherungstechnikern. — In Gemäßheit des § 18 der Verordnung der Ministerium des Innern und für Kultus und Unterricht vom 3. Februar 1895, R. G. Bl. Nr. 23, betreffend die Autorisierung von Versicherungstechnikern, wird hiemit bekannt gemacht, daß dem **Radovan Matjašič** in Wien, dem Beamten der »Universale«, Allgemeine Volksversicherungs-Gesellschaft in Wien, — Dr. Walter Gross, dem mathematischen Eleven der Prager städtischen Lebens- und Rentenversicherungsanstalt in Prag, — Bohuslav Hruška und dem Dr. Emil Schönbaum in Prag die behördliche Autorisierung als Versicherungstechniker erteilt wurde und daß dieselben, und zwar die zwei zuerst Genannten von der Statthalterei in Wien und die beiden letzteren von der Statthalterei in Prag in Eid u. Pflicht genommen worden sind.«

U godini 1938 Ministarstvo trgovine i industrije podelilo je na osnovu Pravilnika o ovlaštenim aktuarima od 10. VI. 1938, II br. 22.189/K autorizaciju sledećim aktuarima:

U Beogradu:

Bjelski Vladimir,
Brzaković Božidar,
Ercegović Andrija,
Izvekov Ivan,
Jakševac Radomir inž.
Janjić Kosara,
Sretenović Svetolik,
Tremboveljska Olga,
Tutunović Dragomir.

U Ljubljani:

Lah Ivo,
Lucki Mihael,
Mikyška Vaclav,
Strojin Anton,
Svetel Drago dr.
Šantić Jerko,
Trilar Janez.

U Zagrebu :

Fahn Dragutin,
Prikrič Matija,
Vranić Vladimir dr.
Zeman Franjo.

Prema tome ima Jugoslavija sada svega 21 ovlaštenog aktuara.

Uredništvo.

Popis članova Udruženja aktuara na dan 1. aprila 1939.

Beograd :

Bjelski Vladimir, Rosija Fonsier, Beograd, Pašićeva 25;
Brzaković Božidar, Union, franc. društvo za osig., Beograd, Krunska 13;
Ercegović Andrija, Zemun, Novogradska 3a;
Izvekov Ivan, Jugoslavija, osig. društvo, Beograd, Prestolonaslednikov trg 10;
Jakševac Radomir, inž., Savez osiguravajućih društava, Beograd, Pašićeva 25;
Kovalevski Evgraf, Beograd, Gundulićev Venac 9;
Planinšek Viktor, Savez nabavl. zadr. drž. služb., Beograd, Poenkareova 21;
Sretenović Svetolik, Jugoslavija, osig. društvo, Beograd, Prestolonaslednikov
trg 10;
Tutunović Dragomir, Šumadija, osig. društvo, Beograd;
Voronjec Konstantin dr., Jugoslavenski Feniks Beograd.

Ljubljana :

Bostandžić Agan, Slavija, zavarovalna banka, Ljubljana;
Lah Ivo, OUZD, Ljubljana;
Lucki Mihael, Slavija, zavarovalna banka, Ljubljana;
Mihelčič Vladimir, Vzajemna zavarovalnica, Ljubljana;
Mikyška Vaclav, Slavija, zavarovalna banka, Ljubljana;
Strojin Anton, Pokojninski zavod za namešćence, Ljubljana;
Svetel Drago dr., Croatia, zavarovalna družba, Ljubljana;
Šantić Jerko, Pokojninski zavod za namešćence, Ljubljana;
Trilar Ivan, Vzajemna zavarovalnica, Ljubljana.

Zagreb :

Fahn Dragutin, Croatia, osig. zadruga, Zagreb;
Gjukić Risto, Središnji ured, Zagreb;
Glumac Vladimir, Dunav, Zagreb;
Mardošić Bartol, Croatia osig. zadruga, Zagreb
Matjašić Radovan, Središnji ured, Zagreb;
Prikrič Matija, Merkur, bol. blagajna, Zagreb, Perkovića 3;
Vranić Vladimir dr., Jadransko osig. društvo, Zagreb;
Zeman Franjo, Ujedinjeno osig. društvo, Zagreb.

Uredništvo.