MATEMATIČKI LIST

ZA UČENIKE OSNOVNE ŠKOLE

IV

5

BEOGRAD

1970.

SAVEZ DRUŠTAVA MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA JUGOSLAVIJE

MATEMATIČKI LIST

za učenike osnovne škole

God. IV, broj 5 (1969/70)
Izlazi pet puta godišnje

IZDAJE DRUŠTVO MATEMATIČARA, FIZIČARA I ASTRONOMA SR SRBIJE

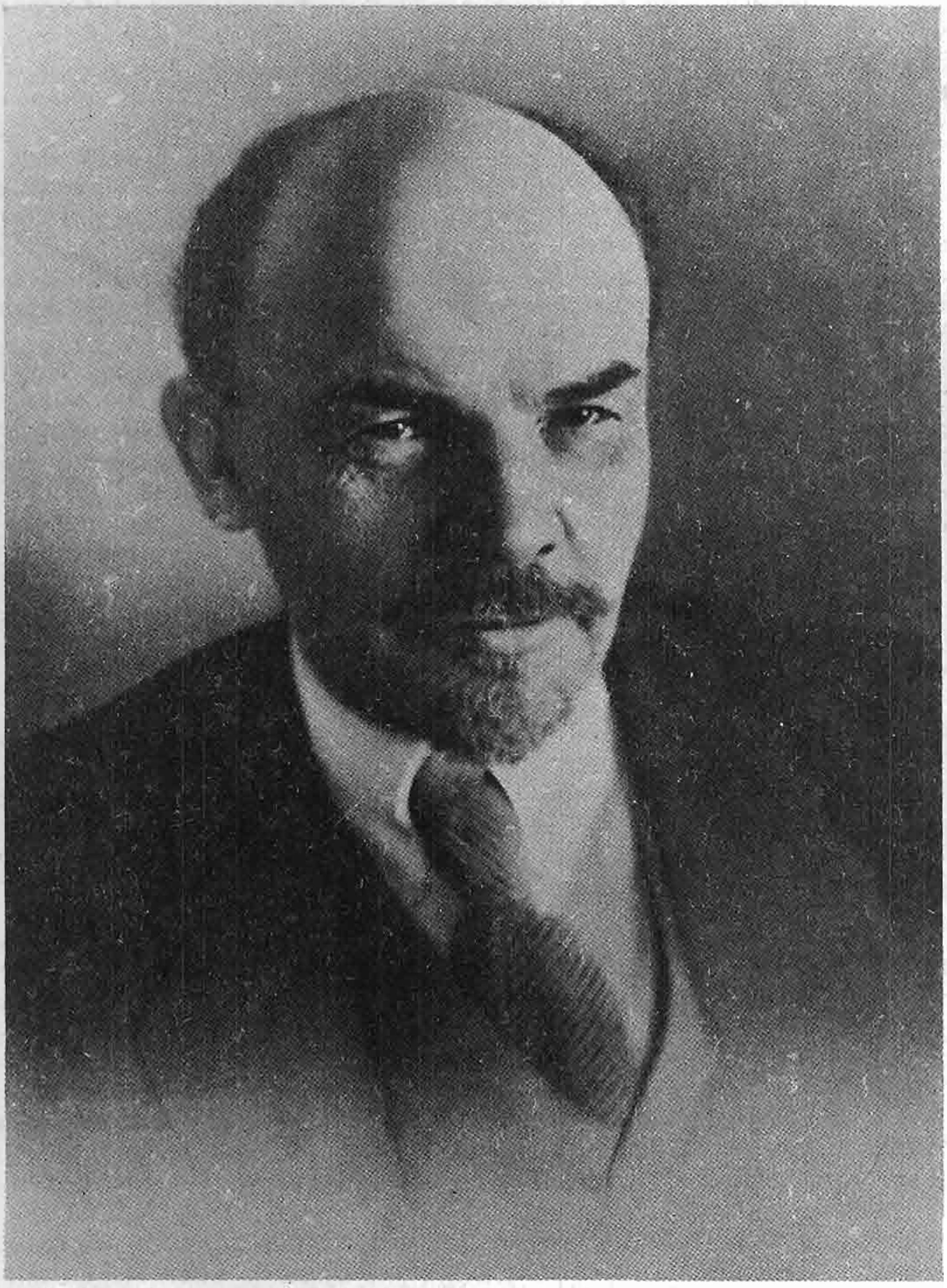
Beograd, Knez Mihailova 35/IV, p. p. 791,

Uređuje Redakcioni odbor

Glavni urednik *prof. dr M. ILIĆ-DAJOVIĆ*

Odgovorni urednik *B. MARINKOVIĆ, prof.*

Štampa: **Beogradski grafički zavod, Beograd. Bul. vojvode Mišića br. 17**



Vladimir Iljič Lenjin (1870—1924)

„. . . prvo — učiti,
drugo — učiti
i treće — učiti . . .“
V. I. Lenjin

LENJIN

Povodom stogodišnjice rođenja

Ove godine, 22. aprila, navršava se sto godina od rođenja ***Vladimira Iljiča Ugljanova — Lenjina****, genijalnog mislioca i velikog revolucionara — nastavljača revolucionarnog učenja K. Marksa i F. Engelsa, teoretičara naučnog socijalizma, tvorca Komunističke partije Sovjetskog Saveza, vođe oktobarske socijalističke revolucije i osnivača prve u svetu socijalističke države, vođe i učitelja međunarodnog proleterijata.*

Radnička klasa i svi progresivni ljudi sveta slave ovu stogodišnjicu kao svoj praznik, jer je Lenjin za radne ljude sveta učinio više nego bilo ko drugi u celoj istoriji. Lenjin je bio revolucionar novog tipa, naučnik, čovek nesalomljive volje i ogromnih organizatorskih sposobnosti, tribun širokih narodnih masa koji je milionima ugnjetenih i obespravljenih ukazao kojim putevima treba ići do pobede; svojom ličnošću dao je obeležje celom jednom razdoblju moderne istorije. S njegovim imenom neraskidivo je vezana pobeda velike oktobarske revolicije, koja je značila početak nove epohe u istoriji čovečanstva. Ova revolucija, s kojom je rođena prva socijalistička država u svetu, postala je pouka, iskustvo i inspiracija za radničku klasu i porobljene narode sveta u njihovoj borbi za preobražaj društva, za jedan bolji i novi, oslobođeni svet.

Lenjinov život nije bio dug — nepune 54 godine. Ali to je bio život ispunjen neprekidnim i samopregornim radom i borbom, život-podvig radi dobra ljudi i progresa čovečanstva.

O Lenjinovom životu i radu (biografija) kod nas je dosta govoreno i pisano, naročito ove godine, te se na tome nećemo zadržavati. Još mnogo, mnogo doznaćete o Lenjinu kada postanete stariji, a ovde ćemo se ukratko osvrnuti samo na neke osobine ovog velikana savremene istorije.

Lenjin—čovek ogromnog znanja. — Lenjin je bio veoma obrazovan i posedovao je ogromno znanje. U to se uveravamo čitajući njegova mnogobrojna dela (od članaka objavljenih u raznim listovima do naučnih dela). Ovo kolosalno Lenjinovo znanje nije došlo samo od sebe, već je rezultat neprekidnog i istrajnog učenja. Samo znanje otvara nove puteve i daje čoveku, velikom ili prosečnom, vrednost, čvrstinu i pouzdanost. Po širini svojih vidika i intelektualnoj snazi može se reći da je bio među najvećim misliocima, često je video ono što drugi nisu. Veliko znanje omogućilo je Lenjinu da bude veoma dalekovid, nepokolebljiv i da postane „lokomotiva istorije“, kako je ga nazvao njegov savremenik, američki publicista *Džon Rid.*

Lenjinu je njegovo znanje mnogo pomoglo. Mada je imao dosta protivnika, prema svima je bio strpljiv i predusretljiv. Ljude je ubeđivao i pridobijao upravo zahvaljujući svome znanju i snazi svojih dokaza. Prema onima koji su čoveku nanosili nepravdu i zlo, a naročito prema šupljoglavcima koji su se razmetali neznanjem, bio je nepopustljiv. Nikada nije gubio nadu u dobrotu čoveka. Bio je human, jednostavan, skroman i samokritičan. Često je govorio da ima dosta ljudi koji od njega više znaju.

Lenjin — revolucionar. — Koliko je mrzeo prazne i uobražene glave, toliko je mrzeo nepravdu i ugnjetavanje, bio je ubeđen da je na Zemlji moguća socijalna pravda i ceo svoj život je posvetio revoluciji — teškoj borbi za bolji, srećniji i pravedniji život. Na to njegovo opredeljenje znatno je uticalo i to što je posle zavere protiv cara Aleksandra III, Lenjinov brat bio osuđen na smrt i streljan. Tada je Vladimiru (Volođi) Iljiču bilo 17 godina. No, on je smatrao da se ubistvom cara ništa ne postiže (jer ako se jedan car ubije, drugi se pojavi), već da treba ići drugim putem: radnici i seljaci treba da postanu slobodni. Ali kako?

Što je više sazrevao i učio (a učio je iz dela Marksa i Engelsa), sve se više uveravao da se nepravda u svetu može uništiti samo silom, kao što hirurg odstranjuje bolesno žarište iz tela. Međutim i revolucionar, baš kao i hirurg, mora da zna gde je i šta je ono što treba otkloniti (nepravda) i kako da „seče", tj. kako da se nepravda otkloni i na mesto nje uspostave pravda i istina. A da bi se to znalo potrebno je učiti.

Lenjin nije tvrdio da se baš sve može rešiti revolucijom. On je bio mišljenja da je najvažnije otkloniti nepravdu, a to je često veoma teško učiniti, jer se nepravda vešto prikriva i prikazuje u raznim, naizgled naivnim oblicima. Međutim, Lenjin se i u razotkrivanju nepravde pokazao velikim. Naime, još u mladosti je stalno izučavao dela svojih prethodnika, najviše Marksa i Engelsa i sam je došao do istih zaključaka kao i oni. Ali on je u svome saznanju, a zatim i u praksi, otišao znatno dalje: društvenu nepravdu i druga zla treba uništiti silom, a to može učiniti samo radnička klasa. I on je nepokolebljivo verovao u snagu proleterijata. Lenjin, naime, nije bio samo revolucionar-teoretičar, već revolucionar-praktičar, čovek od akcije. On je razradio, upotpunio i u novim istorijskim uslovima stvaralački primenio učenje Marksa i Engelsa.

U svojoj zemlji osnovao je boljševičku partiju (partiju radnika i seljaka), pripremio je, rukovodio i uspešno izveo oktobarsku revoluciju 1917. godine. — Radničko-seljačka revolucija izvršena je, — objavio je tada Lenjin. — Od sada sva vlast pripada narodu, a zemlja onima koji je obrađuju. — Hoćemo da živimo u miru sa ostalim narodima! Dole rat!

Sa komunističkom partijom i ruskom radničkom klasom Lenjin je u najtežim godinama posle revolucije i uprkos unutrašnjim teškoćama (opustošena zemlja, otpor domaće reakcije i sl.) i oružanoj intervenciji od strane zapadnih imperijalističkih sila, uspeo da stvori i održi prvu socijalističku državu u svetu. U planu za obnavljanje privrede i izgradnju novog društva, kao osnovne karike Lenjin je smatrao: industrijalizaciju zemlje (na bazi potpune elektrifikacije), kooperaciju seljaka (stvaranje kolhoza i sovhoza) i kulturnu revoluciju (pošto je socijalizam nemoguće graditi bez obrazovanja, razvoja kulture i nauke). Realizovati taj plan u tako teškim uslovima nije bilo nimalo lako, ali to nije pokolebalo Lenjina.

— *Učiti, učiti i samo učiti*, bio je Lenjinov poziv svima u mladoj sovjetskoj republici — da se late knjige, kako bi se što pre dobila bitka na frontu narodnog obrazovanja, što je tada bilo od neobične važnosti.

Po Lenjinovoj zamisli jedino u socijalizmu treba da vlada poštenje, pravednost i demokratičnost među ljudima. On je govorio: „... Kretati revoluciju napred znači ostvariti samoupravljanje. Samoupravljanju ne smeta porast demokratije ..." Lenjin je razradio stategiju i odredio taktiku borbe međunarodnog radničkog pokreta. Učio je da se nauka Marksa i Engelsa u praksi ne može primenjivati dogmatski, već prema konkretnim uslovima u svakoj zemlji. Marksizam — lenjinizam, najkraće rečeno, jeste koncepcija koja doprinosi preobražaju društva u naprednije društvo; to je koncepcija borbe za progres.

Lenjin — stvaralac. — Napisao je na hiljade članaka i raznih dokumenata, na stotine brošura i knjiga iz svih oblasti; održao je nebrojeno mnogo govora na kongresima, konferencijama i na skupovima radnika. Za relativno kratak period života to je bio takav napor, takva intelektualna aktivnost, da joj gotovo nema slične u istoriji. Danas milioni ljudi na svim kontinentima izučavaju dela V. I. Lenjina. Prema Statističkom godišnjaku UNESKO-a (Organizacije UN za prosvetu, nauku i kulturu), Lenjin je neuporedivo najčitaniji autor na svetu, njegova dela su na prvom mestu po broju izdanja i prevoda. Samo u Sovjetskom Savezu ona su izdavana više od 10000 puta na 100 jezika naroda SSSR i na inostranim jezicima, u tiražu oko 350 miliona primeraka. O Lenjinu je takođe napisano na hiljade knjiga, brošura i članaka.

Lenjinova dela predstavljaju pravu naučnu encikopledoju o pitanjima međunarodnog radničkog pokreta, filozofske misli, teorije naučnog socijalizma, političke ekonomije i sociologije. Celokupna Lenjinova delatnost nerazdvojno je povezana sa naukom. Pitanje uloge pojedinih naučnih disciplina, značaj tehničkog progresa i kulturnog nasleđa prošlosti svestrano su osvetljeni u mnogim Lenjinovim delima i njegovim javnim istupanjima. — Proleterijat, podvlačio je Lenjin, treba da se što bolje naoruža znanjima stvorenim tokom mnogih vekova...

Lenjin i mladi. — Lenjin je mnogo voleo decu; brigu o deci i omladini, posebno o njihovom obrazovanju i vaspitanju, smatrao je jednom od najvažnijih obaveza društva. Isticao je da vaspitanje mladog pokolenja treba da bude povezano sa životom i izgradnjom novog društva.

Lenjin i naša revolucija. — Lenjinovo delo bilo je stalno prisutno u revolucionarnoj i oslobodilačkoj borbi naših naroda i u socijalističkoj izgradnji našeg društva, a prisutno je i danas kada prelazimo u novu fazu socijalističkog preobražaja, kada se borimo za svoje mesto u zajednici slobodnih i ravnopravnih naroda sveta, kada se borimo za samoupravne odnose u društvu, a na međunarodnom planu protiv rata i nasilja svake vrste.

Mnoge čuvene ličnosti ovog veka (državnici, mislioci, javni i drugi radnici) izrekli su najviše ocene o Lenjinu i značaju njegovog dela. Završićemo citatom iz izjave jednog doslednog lenjiniste — druga Tita.

„Lenjinu, kao teoretičaru i strategu velike oktobarske revolucije i opštepriznatom strategu revolucionarnog radničkog pokreta, koji je neposredno u praksi ostvario marksističku nauku i na čijim djelima su se naši kadrovi učili — možemo biti zahvalni što nam je njegovo djelo omogućilo da prođemo kroz mnoge Scile i Haribde, da savladamo sve teškoće na koje smo nailazili i postignemo to što danas imamo...

Velikom Lenjinovom mišlju rukovode se svi oni koji se danas bore za svoju slobodu, nezavisnost i pravo da sami sobom upravljaju...

Lenjin nas je mnogo zadužio. Mi smo ti koji smo se borili i ubuduće ćemo se boriti da Lenjinove misli budu živa i stvaralačka rukovodeća teorija u praksi, i za nas i za sve druge!“

(*Tito*, januara 1970.)

Ime i delo Lenjina živeće večno!

B.

J. Вукадиновић (Београд)

РЕШАВАЊЕ КОНСТРУКТИВНИХ ЗАДАТАКА

IV

У неколико чланака у последњим бројевима „Математичког листа" показан је начин решавања конструктивних задатака помоћу особина симетрале дужи, основи чине висине једнакокраког вроргла и симетрале угла.

При решавању сваког од тих конструктивних задатака прво смо утврђивали на који се начин може одредити тражена тачка, права или фигура. Тражили смо везе између датих објеката и тражене фигуре. Добијане закључке користили смо при извођењу конструкције. Сама конструкција тражене фигуре извођена је шестаром и лењиром. За добијену фигуру смо проверавали да ли задовољава дате услове задатка, тј. утврђивали смо да је то тражена фигура На крају решавања сваког конструктивног задатка испитивали смо кад задетак има решење, а кад га нема.

Може се приметити да смо сваки задатак решавали одређеним редом, по одређеном плану. Шема решавања задатка може бити изабрана на разне начине; једна од најпогоднијих и најприступачнија ученицима састоји се из четири етапе. То су *анализа*, *конструкција*, *доказ и дискусија*. У чему се састоји свака од ових етапа?

Анализа је припремна етапа решавања задатка у којој се утврђује на који начин треба решити задатак. У њој треба посматрати помоћни цртеж на коме се налази тражена фигура и дати елементи. Помоћни цртеж (скица) црта зе обично „слободном руком", али тако да дати и тражени елементи буду распоређени отприлике онако како је наведено у задатку. На цртежу треба уочити везу између датих елемената и тражене фигуре и помоћу тога закључити на који се начин може извршити конструкција тражене фигуре. Ако се зна начин конструкције анализа се не мора вршити.

Конструкција се састоји у томе да се изложи низ основних конструкција* или раније решених задатака, које се морају из-

* Као основне конструкције обично се узимају следеће:
— конструкција праве кроз две дате тачке;
— конструкција круга датог центра и датог полупречника;
— конструкција (одређивање) заједничке (пресечне) тачке двеју правих;
— конструкција заједничких тачака двеју кружних линија;
— конструкција заједничких тачака праве и круга.

вести да би се добила тражена фигура. Конструкција се изводи графички помоћу шестара и лењира.

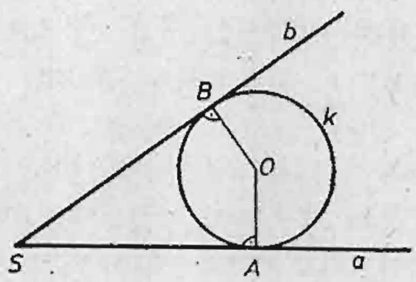
Доказ се састоји у томе да се утврди да је конструисана фигура стварно тражена фигура, тј. да задовољава све услове постављене у задатку. То утврђивање не треба да буде провера или упоређивање одговарајућих фигура, већ мора да се састоји из логичког закључивања које се заснива на познатим геометријским истинама.

У дискусији се испитује број решења задатка који зависи од датих елемената, затим: да ли је изабрани начин за конструкцију једини могући. Траже се везе између датих елемената и услови које морају задовољавати дати елементи да би тражена фигура постојала.

У даљем излагању решићемо неколико конструктивних задатака користећи изложену шему.

Задатак 1. — *Конструисати круг који додирује краке датог угла и један од њих у датој тачки*

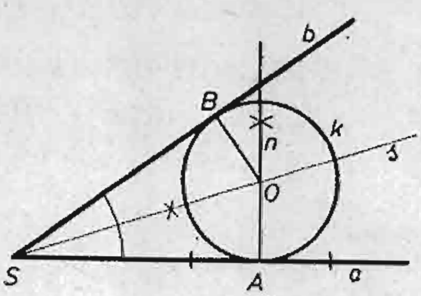
Анализа. — Претпоставимо да је k тражени круг који додирује краке угла aSb тако да крак a додирује у тачку A (слика 1).



Сл. 1

Нека је OB нормала повучена из тачке O на полуправу b. Како круг додирује полуправе a и b мора бити $OA = OB$, а то значи да тачка O мора лежати на симетрали датог угла. Пошто је OA нормално на праву a, то тачка O мора лежати на нормали кроз A на полуправу a. Из анализе се види како се може извршити конструкција.

Конструкција. — Дат је угао aSb и на краку a тачка A (сл. 2). Конструише се симетрала s угла aSb и кроз тачку A права n нормална на полуправу a. Праве s и n секу се у тачки O. Даље се конструише круг k са центром O и полупречником OA. То је тражени круг. Обележи се са B подножје нормале спуштене из O на полуправу b.



Сл. 2

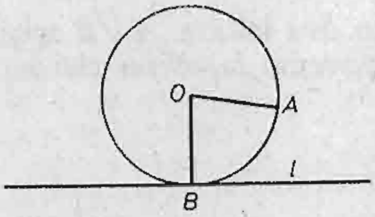
Доказ. — Како тачка O лежи на нормали n то је $OA \perp a$, па круг k додирује полуправу a у тачки A. Тачка O лежи и на симетрали s, а особина сваке тачке симетрале угла је да је на једнаком растојању од кракова угла, тј. $OB = OA$. Ово значи да и тачка B припада кругу k. Пошто је $b \perp OB$ то је и полуправа b тангента круга k. Значи, конструисани круг k додирује краке датог угла и пролази кроз дату тачку, па је то тражени круг.

Дискусија. — Пошто се праве s и n секу увек и једној тачки, задатак има једно решење.

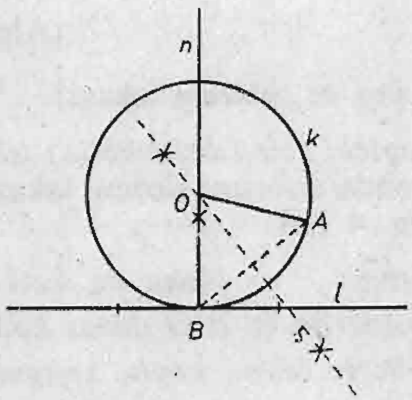
З а д а т к 2. — *Конструисати круг који додирује дату праву у датој тачки и пролази кроз другу дату тачку*

Анализа. — Нека је круг k са центром O тражени круг који пролази кроз тачку A и додирује праву l у тачки B. (сл 3) Пошто тачке A и B леже на кругу, центар овог круга лежи на симетрали s дужи AB. Како права l додирује круг k у тачки B, то центар O лежи на нормали повученој на праву l кроз тачку B.

Конструкција. — Нека је дата права l, изван ње тачка A, а на њој тачка B (слика 4). Прво се конструише нормала n на праву l



Сл. 3



Сл. 4

у тачки B, а затим симетрала s дужи AB. Праве n и s секу се у тачки O. Конструише се круг k са центром O и полупречником OA.

Доказ. — Пошто тачка O лежи на симетрали s то је $OB = OA$, а како је растојање тачке B од центра круга једнако полупречнику круга, то значи да тачка B лежи на кругу k. Како O лежи на правој n то је $OB \perp l$, тј. права l, је тангента круга k у тачки B. Пошто круг k задовољава постављене услове у задатку, значи да је то тражени круг.

Дискусија. — Ако је тачка A изван праве l задатак има увек једно решење, јер се праве n и s секу само у једној тачки. Ако тачка A лежи на правој l задатак нема решења. Тада су праве s и n паралелне.

Лако се могу решити и следећи задаци:

З а д а т а к 3. — *Кроз дату тачку која припада унутрашњој области датог угла повући праву која од кракова одсеца једнаке отсечке.*

З а д а т а к 4. — *Конструисати правоугли троугао ако је позната хипотенузина висина и тачка која лежи на једној катети.*

З а д а т а к 5. — *Конструисати правоугли троугао ако је позната дужина симетрале правог угла и једна катета.*

З а д а т а к 6. — *Конструисати круг који додирује три једнака дата круга.*

B. Marinković (Beograd)

AZBUKA KIBERNETIKE

(*nastavak*)

III. KAKO SE RAČUNA SA ISKAZIMA?

(Algebra iskaza)

5. Kako se sabiraju iskazi?

1. *Logički zbir (disjunkcija) iskaza.* — Ako dva iskaza A i B spojimo veznikom »*ili*«, onda dobijeni složeni iskaz »*A ili B*« zovemo *logičkim zbirom* ili *disjunkcijom* iskaza A i B.

P r i m e r. — Neka su dati iskazi:

A: »*Andrija će doći danas kod mene*«,

B: »*Boris će mi kupiti knjigu*«

»Saberimo«: »*Andrija će doći danas kod mene* ***ili*** *će mi Boris kupiti knjigu*«.

Dobijeni složeni iskaz i jeste logički zbir ili disjunkcija iskaza A i B i obično se označava ovako: $A+B$ ili $A \vee B$, što se čita: »*A* ili *B*«. Znak $\vee$ potiče od latinskog veznika »***vel***« koji znači »*ili*«.

U vezi sa upotrebom veznika »***ili***« učinićemo jednu vrlo važnu primedbu. Naime, u našem jeziku (gramatici), kao i u mnogim drugim jezicima, veznik »***ili***« upotrebljava se u dva različita smisla:

1) u *neisključivom* ili sastavnom smislu, tj. u smislu: ili jedno, ili drugo, ili i jedno i drugo zajedno; smisao latinskog »vel« je upravo takav;

2) u *isključivom* ili rastavnom smislu, tj. u smislu: ili samo jedno, ili samo drugo, dakle, u smislu »ili . . . ili«.

To ćeš lako shvatiti ako proanaliziraš sledeća dva iskaza*:

1) »Nastavnik će danas pitati mene ***ili*** Dragana«;

2) »Sutra u podne biću u Beogradu ***ili*** u Zagrebu«.

---

* Da ne bismo dobili rogobatne rečenice intervenisali su određeni stilski zakoni, tj. izostavili smo suvišne reči, pri čemu su smisao i struktura rečenice ostali isti; npr. »nedoterana« prva rečenica glasila bi: »Nastavnik će pitati mene *ili* nastavnik će pitati Dragana«.

U prvom slučaju veznik »*ili*« upotrebljen je u neisključivom (sastavnom) smislu, pa je taj iskaz tačan ako je tačan *bar jedan* od iskaza od kojih je sastavljen (tj. ako nastavnik bude pitao bilo mene, bilo Dragana, bilo i mene i njega), a netačan je samo onda kad su oba polazna prosta iskaza netačna (tj. ako nastavnik ne bude pitao ni mene ni Dragana).

U *drugom slučaju* veznik »*ili*« upotrebljen je u isključivom (rastavnom) smislu (u smislu »ili . . . ili«), pa je taj iskaz tačan ako je jedan od prostih iskaza tačan, a drugi netačan (tj. ako sutra u podne budem ili u Beogradu ili u Zagrebu; naime, ako sam u Beogradu — ne mogu istovremeno biti i u Zagrebu, a ako sam u Zagrebu — ne mogu tada biti i u Beogradu), a taj iskaz je netačan ako su oba polazna prosta iskaza tačna ili oba netačna (tj. ako sutra u podne budem i u Beogradu i u Zagrebu; odnosno, ako sutra u podne ne budem ni u Beogradu ni u Zagrebu).

Ovako upotrebljenom vezniku »*ili*« (u isključivom smislu, tj. u smislu »ili . . . ili«) odgovara takozvana *stroga* (*jaka*) *disjunkcija* ili disjunkcija u isključivom (ekskluzivnom) smislu*.

Mi ćemo posmatrati samo onu prvu vrstu disjunkcije koja odgovara neisključivom »*ili*«.

Prema tome, *logički zbir ili disjunkcija* (kaže se i alternativa) *iskaza* A *i* B jeste novi iskaz »A *ili* B« (*oznaka* $A+B$ *ili* $A\vee B$), *koji je tačan* (*istinit*) *tada i samo tada kada je tačan bar jedan od iskaza* A, B; *drugim rečima, iskaz* »A *ili* B« *netačan je samo onda kada su netačna* (*neistinita*) *oba iskaza* A *i* B, *tj.*

$A+B=L$ ako je $A=B=L$; $A+B=I$ u svim ostalim slučajevima.

Naime: $I+I=I$, $I+L=I$, $L+I=I$, *ali* $L+L=L$;

u drugim oznakama: $I\vee I=I$, $I\vee L=I$, $L\vee I=I$, ali $L\vee L=L$, odnosno:

$$1\vee 1=1,\quad 1\vee 0=1,\quad 0\vee 1=1,\quad \text{ali } 0\vee 0=0.$$

Definicija (disjunkcije) može se zapisati u vidu istinitosne tablice:

A	B	A ili B
I	I	I
I	L	I
L	I	I
L	L	L

ili

A	B	A+B
I	I	I
I	O	I
O	I	I
O	O	O

ili

A	B	$A\vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

Kraće to možemo zapisati i ovako:

$$v(A\vee B)=\max\,[v(A),\,v(B)],$$

što se čita ovako: istinitosna vrednost iskaza A i B jednaka je većoj među istinitosnim vrednostima iskaza A i B; ako su istinitosne vrednosti iste, onda je njihov max. jednak bilo kojoj od tih vrednosti: npr. max $(1\vee 0)=1$, max $(0\vee 0)=0$.

---

* Verovatno ste imali prilike da u nekom listu pročitate uz zaglavlje nekog članka (npr. intervjua) da je on dat ekskluzivno za taj list; na primer: (Ekskluzivno za »Politiku«) znači: (jedino za »Politiku«).

Kao što se vidi, u istinitim rečenicama koje sadrže veznik »*ili*«, ukazuje se na postojanje dvaju mogućih događaja, od kojih se barem jedan mora ostvariti.

Primer 1. — Disjunkcija »U junu ću ići na odmor u Split *ili* (ću ići na odmor) u Dubrovnik« biće istinita samo u ova tri slučaja: (1) ako odem na odmor u Split, a ne odem u Dubrovnik; (2) ako odem u Dubrovnik, a ne odem u Split i (3) ako odmor provedem u Splitu i u Dubrovniku. Navedena disjunkcija biće neistinita (lažna) samo u jednom slučaju: ako na odmor ne odem ni u Split ni u Dubrovnik.

Primer 2. — Od iskaza A: »$5>3$« i B: »$2>3$« obrazujmo novi iskaz $A+B$; »$5>3$ ili $2>3$«. Ovde je iskaz A tačan (tj. $A=1$), a iskaz B — netačan (tj. $B=0$), pa je iskaz $A+B$ tačan (tj. $A+B=1+0=1$).

Primer 3. — Da li je istinit (tačan) iskaz »$4\leqslant 5$«?

Dosta često se na ovo pitanje odgovara negativno. Naime, mnogi smatraju da je iskaz »$4\leqslant 5$« neistinit (netačan) i svoj odgovor obrazlažu otprilike ovako: »Tačno je da je 4 manje od 5, ali nije jednako 5, prema tome, iskaz »$4<5$« je tačan, a iskaz »$4=5$« — netačan«.

Međutim, znajući šta se podrazumeva pod disjunkcijom, ne možemo dopustiti takvu grešku. Naime, iskaz »$4\leqslant 5$« nije ništa drugo, već kraće zapisan iskaz »$4<5$ *ili* $4=5$«, tj. disjunkcija $(4<5)\vee(4=5)$, a ova je disjunkcija tačna, pošto je tačan jedan od iskaza od kojih je obrazovana — to je iskaz »$4<5$«.

Analogno, disjunkcije »$1\leqslant 1$« i »$7\geqslant 2$« su tačne (istinite), a diskunkcija »$3\geqslant 5$« je netačna (lažna), jer su joj oba »sabirka« ($3>5$ i $3=5$) netačna (lažna).

Primer 4. — Neka A znači iskaz: »Količnik se povećava pri povećavanju deljenika« — I (istinit je), a B neka znači iskaz: »Količnik se povećava pri smanjivanju delioca« — I (istinit takođe). Tada će $A\vee B$ biti iskaz: »Količnik se povećava pri povećavanju deljenika ***ili*** količnik se povećava pri smanjivanju delioca«, odnosno (posle izostavljanja suvišnih reči): »Količnik se povećava pri povećavanju deljenika *ili* smanjivanju delioca«. Ovaj iskaz je I (istinit).

Primer 5. — Disjunkcija iskaza: »Bihać leži na Uni« i »$2\cdot 2=4$« biće iskaz: »Bihać leži na Uni *ili* je $2\cdot 2=4$« i ovaj iskaz je tačan, jer sadrži jedan »sabirak« (prvi) koji je tačan.

2. Kao i kod konjunkcije, tako i ovde možemo posmatrati *disjunkciju više od dva iskaza*. Naime, ako treba reći da će se ostvariti jedna od više mogućnosti, onda se reč »*ili*« ponavlja nekoliko puta, pa na taj način nastaje višečlana disjunkcija. I u ovom slučaju disjunkcija $A\vee B\vee C\vee \ldots \vee V$ biće tačna (istinita) ako je tačan (istinit) barem jedan od iskaza $A, B, C, \ldots, V$. Imajući to u vidu nije teško sastaviti odgovarajuću istinitosnu tablicu.

3. Ako bar jedno od sloza A, B označava *formu za iskaz* (iskaznu formu), onda će i $A\vee B$ takođe biti forma za iskaz. Ta će forma postati lažan iskaz samo u slučaju ako obe iskazne forme A i B postanu lažni iskazi; ako, pak jedna od iskaznih formi A i B, ili obe, postanu tačni iskazi, onda će takođe i forma $A\vee B$ postati tačan iskaz. Na primer, iskazna forma »$x<5 \vee x=5$«, odnosno, kraće zapisano: »$x\leqslant 5$« za $x=4$ postaje istinit iskaz (vidi primer 3), a za $x=8$ postaje neistinit iskaz.

4. *Zadaci za vežbu.* — Sledeće zadatke pokušaj rešiti samostalno. Ako »ne ide«, ponovo se vrati i čitaj prethodni tekst koji se odnosi na disjunkciju. Ako ni tada ne uspeš rešiti neki zadatak — pogledaj i odgovore (na kraju).

1. Dati su iskazi A i B. Obrazovati od njih novi iskaz pomoću veznika »ili«, pa onda odrediti istinitosnu vrednost dobijenog iskaza:

a) A : »$2=5$«, B : »$5<8$«; b) A : »$2\cdot 7=13$«, B : »Dijagonale pravougaonika su jednake«

2. Koji od sledećih iskaza su tačni?

a) 15 je deljivo sa 3 ili sa 5,

b) 15 je deljivo sa 3 ili sa 7,

c) 15 je deljivo sa 2 ili sa 5,

d) 15 je deljivo sa 2 ili sa 7.

3. Znamo da je $A \vee B$ istinit iskaz, B je takođe istinit iskaz.

Šta se može reći o istinitosti iskaza A?

4. Koju istinitosnu vrednost imaju iskazi A i B ako je:

a) $A \vee (2+5=8)$ — istinit iskaz;

b) $B \vee (2+5=8)$ — lažan iskaz?

5. Sledeće iskaze napiši pomoću veznika »*ili*« i odredi njihovu istinitosnu vrednost (I, L):

a) $2 \leq 8$; b) $2 \geq 8$; c) $3 \cdot 3 \leq 9$.

6. Izrazite pomoću veznika »*ili*« i zapišite pomoću simbola »$\vee$« sledeće rečenice:

a) $|x| = 5$; b) $|x| > 5$.

7. Sastavite sami po dva primera:

a) tačne disjunkcije;

b) netačne disjunkcije.

8. Sastavite tablicu istinitosti za $A \vee B \vee C$.

9. Polazeći od isključivog (rastavnog, ekskluzivnog) smisla veznika »*ili*« sami definišite strogu (kaže se i: jaku, isključivu, ekskluzivnu) disjunkciju i napišite odgovarajuću istinitosnu tablicu. Takvu disjunkciju za iskaze A i B označavamo ovako: »$A \dot{+} B$« *ili* »$A \dot{\vee} B$«, tj. tačkom iznad znaka obične disjunkcije. Upotrebljavaju se ponegde i druge oznake, na primer: $\vee\vee$, $\underline{\vee}$, $||$, i sl.

10. Odrediti kakvi su iskazi:

a) Danas ću na pismenom zadatku dobiti 4 ili 5;

b) Ovaj problem može rešiti Mirko ili Branko;

c) U nedelju će mi doći u goste Nada ili Mira;

d) Sava utiče u Moravu ili $5+3=8$ ili $5 \cdot 3 = 8$.

Na kraju, evo dva nešto »tvrđa oraha«:

11. Zapisati pomoću veznika »*ili*« sledeće iskaze i odrediti im istinitosnu vrednost:

a) Bar jedan od prirodnih brojeva n, $n+2$ je paran;

b) Bar jedan od prirodnih brojeva n, $n+1$ je paran;

c) Postoji prirodan broj veći od 62 i manji od 68 koji je deljiv sa 9.

12. Navedite delove koordinate ravni u kojima se nalaze tačke M čije koordinate $(x; y)$ pretvaraju sledeće iskazne forme u istinite iskaze:

a) $(x>0) \vee (y>0)$;

b) $(x>0) \vee (y<0)$;

c) $(x<0) \vee (y=0)$;

d) $(x=0) \vee (y=0)$.

Odgovori. — 1. a) A *ili* B: »$2=5$ *ili* $5<8$« — tačan iskaz; b) A *ili* B: »$2 \cdot 7 = 13$ *ili* dijagonale pravougaonika su jednake« — tačan iskaz, jer $L \vee I = I$.

2. Tačna su prva tri iskaza, a netačan je četvrti.

3. Iskaz A je ili istinit ili lažan.

4. a) $A=1$; b) $B=0$.

5. a) »$2<8$ *ili* $2=8$«, I; b) »$2>8$ *ili* $2=8$«, L; c) »$3 \cdot 3 = 9$ *ili* $3 \cdot 3 < 9$«, I

6. a) »Broj x je jednak 3 *ili* -3«, odnosno: $(x=3) \vee (x=-3)$

b) »Broj x je veći od 3 *ili* je manji od -3«, kraće: $(x>3) \vee (x<-3)$.

7. Na primer: a) »5 je neparan broj *ili* zbir unutrašnjih uglova u trouglu iznosi 180°«, I; »Dunav je najduža reka na svetu *ili* Mađarska nema more«, I. b) »$3 \cdot 2 = 10$ ili $4=7$«, L; »Evropa je najveći kontinent *ili* Sava protiče kroz Kragujevac«, L.

8. Samo za $A=B=C=0$ biće $A\vee B\vee C=0$, a u svim ostalim slučajevima $A\vee B\vee C=1$, te nije teško da sastaviš istinitosnu tablicu.

9. Stroga ili ekskluzivna disjunkcija (disjunkcija u isključivom smislu) iskaza A i B (oznaka: »$A\dot{\vee}B$« ili »$A\vee\vee B$« ili »$A\underline{\vee}B$« ili »$A\dot{+}B$« ili »$A\oplus B$«) jeste novi iskaz koji je istinit tada i samo tada kada je istinit samo jedan od iskaza A ili B. Tablica istinitosti za ovakvu disjunkciju izgleda ovako:

A	B	$A\dot{\vee}B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

10. a) tačna ekskluzivna (stroga) disjunkcija; b), c) i d) tačne obične disjunkcije.

11. Ako uvedemo kraće oznake, tj. iskaz »n je paran broj« zapišemo kao »$n=2k$«, iskaz prirodan broj x je deljiv sa 9« — kao »$9|x$«, a veznik »*ili*« zamenimo simbolom »$\vee$«, onda ćemo date iskaze napisati ovako:

a) $(n=2k)\vee(n+2=2k)$ — istinita obična disjunkcija samo za $n=2k$.

b) $(n=2k)\vee(n+1=2k)$ — istinita ekskluzivna disjunkcija.

c) $(x>62)\vee(x<68)\vee(9|x)$ — istinit iskaz.

12. a) Koordinatna ravan bez trećeg kvadranta;

b) Koordinatna ravan bez drugog kvadranta;

c) Drugi, treći kvadrant i cela apscisna osa;

d) Koordinatne ose.

6. Negacija

1. U običnom jeziku ova operacija odgovara reči »ne«.

Ako se ispred priroka (predikata) u nekom iskazu (rečenici) stavi rečca »***ne***« ili ako se ispred celog iskaza stavi reč »***nije***«, odnosno »***nije tačno da*** . . .« (ili druga reč istog značenja), onda se dobija novi iskaz, koji se naziva ***negacija*** datog iskaza.

Na primer, kada kažemo »*nije* $2\cdot 2=5$«, onda time negiramo iskaz kojim se tvrdi da je $2\cdot 2=5$.

Negacija iskaza A označava se tako što se iznad iskaza stavi crta: $\bar{A}$, ili tako što se ispred celog iskaza stavi znak $\neg$, dakle $\neg A$. To se čita: »*ne A*«, »*nije tačno da je A*«, *nije A*« i sl.

P r i m e r i :

1) Negaciju iskaza »$5<4$« označićemo ovako: »$\overline{5<4}$« ili ovako: »$\neg(5<4)$«.

2) Iskaz A: »Tačka M leži na pravoj p«.
Njegova negacija $\bar{A}$: »Tačka M **ne** leži na pravoj p«.

3) A: »Sutra je sreda«. $\bar{A}$: »Sutra nije sreda« ili »Nije istina da je sutra sreda«.

4) A: »$3\cdot 2=7$«, ovde je $A=0$ (lažan iskaz).
$\bar{A}$: »Nije tačno da je $3\cdot 2=7$«, $\bar{A}=1$ (istinit iskaz).

5) A: »U svaki trougao može se upisati kružnica«, I (tačno).
$\bar{A}$: »Nije tačno da se u svaki trougao može upisati kružnica«, L (lažno).

6) A: »n je paran broj«.
$\bar{A}$: »n je neparan broj« (tj. nije tačno da je n paran broj, znači: neparan je).

Kao što zapažate, ako je dati iskaz istinit (tačan), onda je njegova negacija neistinita netačna) i obrnuto. Ta se činjenica može uzeti i kao definicija negacije.

Prema tome, *negacija nekog iskaza A jeste novi iskaz* $\bar{A}$ *(čita se »ne A«, »nije tačno da A« i sl.), koji je tačan (istinit) kada je A netačno (neistinito), a netačan je kada je A tačno*. Znači: ako je A istinito, onda je „ne A" lažno; ako je A lažno, onda je „ne A" istinito. Dakle: ako $A=1$, onda $\bar{A}=0$; ako $A=0$, onda $\bar{A}=1$. Drugim rečima, negiranjem istine — upadamo u laž, a negiranjem laži — izričemo ustvari istinu. To možemo zapisati i u obliku tablice istinitosti:

A	ne A
I	L
L	I

ili

A	$\bar{A}$
1	0
0	1

Za razliku od konjunkcije i disjunkcije, ova se operacija vrši samo *nad jednim iskazom*.

Još jednom vam skrećemo pažnju na to da svaki od iskaza A i $\bar{A}$ jeste negacija onog drugog, tj. $\bar{A}$ je negacija od A, a A je negacija od $\bar{A}$.

Uzmimo, recimo, iskaze iz primera 2), pa primenimo operaciju negacije na iskaz $\bar{A}$: dobićemo ovakav iskaz: »Nije istina da tačka M ne leži na pravoj p« (ili: »Tačka M ne ne leži na pravoj p«, ali u običnom govoru tako ne kažemo). Nije teško videti da poslednji iskaz izražava isto što i iskaz A u tom primeru, samo u nešto drugačijoj formi. Ta dva iskaza imaju istu istinitosnu vrednost; kaže se takođe da su oni ekvivalentni.

Dakle:

$$\bar{\bar{A}}=A, \text{ ili u drugoj oznaci, } \neg(\neg A)=A \qquad (*)$$

To se može videti i iz sledeće tablice:

A	$\bar{A}$	$\bar{\bar{A}}$
1	0	1
0	1	0

Napomena. — Znak »=« u jednakosti (*) upotrebili smo u istom smislu kao što ga upotrebljavamo u običnoj algebri i aritmetici, tj. izraze koji uvek imaju istu vrednost (iste brojne vrednosti, ovde — iste istinitosne vrednosti) povezujemo tim znakom.

Jednakost (*) izražava važan logički zakon, tzv. zakon *dvojne negacije*, na osnovu kojeg uvek možemo iskaz $\bar{\bar{A}}$ zameniti iskazom A i obrnuto.

2. Ako je A *iskazna forma*, onda će i $\bar{A}$ biti takođe iskazna forma; pri tome za iste vrednosti promenljivih ove forme imaju suprotne istinistosne vrednosti.

Primer. — Neka A znači iskaznu formu »$x^2=9$«. Tada će $\bar{A}$ značiti iskaznu formu »$x^2 \neq 9$«. Za $x=5$ i $x=-5$ je $A=1$, $\bar{A}=0$; za ostale vrednosti x imamo obrnuto, tj. $A=0$, $\bar{A}=1$.

3. *Zadaci za vežbu.* — Sledeće zadatke treba da samostalno rešite. Svoje odgovore možete uporediti sa odgovorima koji su dati posle zadataka.

1. Obrazujte negacije sledećih iskaza; navedite istinitosnu vrednost svakog od ovih iskaza, kao i za njihove negacije.

A: »28 je deljivo sa 7«;

B: »$4<7$«;

C: »Paralelne prave se ne seku«;

D: »Mesec je veći od Zemlje«.

2. Evo nekoliko parova iskaza. U kojim slučajevima je jedan od navedenih iskaza negacija onog drugog?

a) $5<8$; $8<5$.

b) $a<0$; $a\geq 0$.

c) n je paran broj; n je neparan broj.

d) a je pozitivan broj; a je negativan broj.

e) Prave a i b u prostoru se seku; Prave a i b u prostoru su paralelne.

f) Trougao ABC je oštrougli; Trougao ABC je tupougli.

3. Sledeće rečenice napišite bez znaka negacije:

a) $\overline{a\geq b}$; b) $\neg(3<5)$; c) $\neg$(Dijagonale pravougaonika nisu jednake).

4. Dokažite ili opovrgnite sledeća tvrđenja, obrazujući njihove negacije:

a) $3\leq 5$; b) $2\geq 4$; c) Svi prosti brojevi su neparni.

Odgovori. — 1. $\overline{A}$: »28 nije deljivo sa 7«, $\overline{A}=0$, $A=1$. $\overline{B}$: »$4\geq 7$«, $\overline{B}=0$, $B=1$. Pazi: »$4>7$« ne bi bila negacija od »$4>7$«! $\overline{C}$: »Paralelne prave se seku«, $\overline{C}=0$, $C=1$. $\overline{D}$: »Mesec nije veći od Zemlje«, $\overline{D}=1$, $D=0$.

2. ne, b) da, c) da, d) ne, e) ne, f) ne.

3. a) $a<b$; b) $3\geq 5$; c) Dijagonale pravougaonika su jednake.

4. a) tvrđenje je tačno, jer je njegova negacija ($3>5$) netačna;

b) nije tačno, jer je njegova negacija ($2<4$) tačna;

c) nije tačno, jer je njegova negacija tačna (pošto ima i parnih prostih brojeva; ustvari samo je 2 paran prost broj, ali je to dovoljno da se tvrdnja opovrgne).

(Nastaviće se)

IZREKE O MATEMATICI

Jezik prirode je jezik matematike!
Galilej

Matematika — to je gimnastika uma.
Kalinjin

Matematika je kraljica nauka, a aritmetika je kraljica matematike.
Gauss

Napretkom i usavršavanjem matematike uslovljeno je blagostanje države.
Napoleon

Suština matematike je u njenoj večnoj mladosti.
E. T. Bell

Lakše je naučiti matematiku nego raditi bez nje.
H. Bouasse

KO JE U PRAVU?

Nada je rešavala zadatak u vezi sa izračunavanjem zapremine kvadra, pri čemu je trebalo da pomnoži tri broja. Pošto je pomnožila prva dva broja i taman se spremila da dobijeni rezultat množi trećim brojem, primetila je da je drugi faktor bila pogrešno zapisala, tj. bio je veći od prave njegove vrednosti za jednu svoju trećinu. Da ponovo ne bi vršila već obavljenu operaciju, Nada je rešila da treći faktor prethodno smanji za njegovu trećinu, i onda izvrši množenje, pa će tako (mislila je ona) svakako dobiti tačan rezultat, tim pre što je ovaj treći faktor bio jednak drugom faktoru (na kome je grešku bila i načinila).

— Tako ne smeš raditi, — reče joj drugarica, — jer ćeš tako pogrešiti za čitavih 20 kubnih metara.

— Pa, kakva tu greška može da bude? — pobunila se Nada. — Pošto sam jedan broj uzela uvećan, a drugi, njemu jednak, za isto toliki deo umanjen, onda ja mislim da će proizvod ostati nepromenjen.

Ko je u pravu?

I još nešto. Možete li, koristeći samo navedene podatke, naći tačan rezultat tog zadatka?

R e š e n j e. — U pravu je Nadina drugarica. Ako se jedan faktor poveća za svoju trećinu, onda će se proizvod povećati $(1+1/3)$ puta, tj. $4/3$ puta. Ako se drugi faktor smanji za svoju trećinu (nezavisno od toga da li je on jednak ili ne faktoru koji je bio povećan) proizvod će se smanjiti $1:2/3=3/2$ puta. Konačno, rezultat će se smanjiti $\frac{3}{2}:\frac{4}{3}=\frac{9}{8}$ puta i u odnosu na tačan proizvod on će činiti $8/9$ tog proizvoda. Greška iznosi $1/9$ proizvoda, a ona u ovom slučaju iznosi $20\ m^3$. Odatle odgovor na drugo pitanje u zadatku: tačan prnizvod iznosi $180\ m^3$.

ANEGDOTE O MATEMATIČARIMA

- Istaknuti francuski matematičar *S. Puason* kao dečak, pokazivao je u svemu da je ograničenih sposobnosti. Ali pošto je samostalno došao do rešenja starog zadatka o pretakanju vina na dva jednaka dela, pomoću dva suda nejednakih zapremina, on se zagrejao za matematiku i izabrao ju je za životni poziv.

- Sličan podstrek uveo je u matematiku i profesora Moskovskog univerziteta *I. I. Čistjakova*. U jednom od svojih predavanja (1911. godine) I. I. Čistjakov ispričao je da je zavoleo matematiku od onog trenutka kada je kao dečak rešio ovaj zadatak: *Dokazati da je svaki prost broj, počev od broja pet, povećan ili umanjen za* 1, *deljiv brojem* 6.

- Priča se da je veliki matematičar *David Hilbert* (1862—1943) sporo usvajao nove matematičke ideje ali kada ih je već jednom usvojio, nije mu niko bio ravan u njihovom daljem razvijanju i primeni.

Z A D A C I

Zadaci sa prijemnih ispita za upis u srednje škole

Mašinski školski centar u Leskovcu, juni 1969. godine.

I grupa

1. Izračunaj: $48 : \left[\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}\right)\cdot 8+84\cdot\frac{1}{2}-\frac{4}{5}:\frac{4}{10}-58\right]$ [8]

2. Reši jednačinu: $4\cdot\left(\frac{1}{4}x-5\right)-\frac{2}{3}\left(\frac{5}{12}x-4\right)+11=1\frac{1}{3}$ [$x=6$]

3. Reši sistem jednačina: $3x=15+\frac{1}{4}y,\quad 4x+\frac{1}{3}y=12$ [(4; -12)]

4. Dužina obima zemljišta oblika pravougaonika je 80 m, a širina mu je 3/5 dužine. Kolika je vrednost tog zemljišta ako 1 ar vredi 180 d? [691,20 d]

5. Nad krugom prečnika $2r=24$ cm kao nad svojom osnovom dižu se sa iste strane dve prave kupe čiji su omotači $M_2=180\pi$ cm^2 i $M_2=240\pi$ cm^2. Izračunati zapreminu dela prostora između ovih tela. [336π cm^3]

Napomena: Slične zadatke radila je i II grupa.

Одабрани задаци

Ови задаци (а има их за сваки разред) треба да вам послуже за вежбу, припремање за пријемне испите и математичка такмичења. Задатке треба самостално да решите, а наведени резултати, упутства и решења нека вам служе за контролу.

Аритметика и алгебра

557. Дешифровати следеће операције:

а) 235 · ** = **56* [235 · 79]

b) **234* : 72 = *0*** [772 344 : 72]

558. Број 361** дељив је са 9 и са 13. Одредити цифре које недостају. [36 153]

559. Уместо звездица ставити одговарајуће цифре тако да буде: $*00** = (***)^2$. Наћи сва решења.

560. Број 82** дељив је са 90. Наћи количник! [92]
(Види 502. задатак. Понавља се због штамп. грешке)

561. Дешифровати следеће једнакости (слова замењују цифре):

1) $\overline{ac}\cdot\overline{aca}=\overline{acac}$ [$a=1$; $c=0$]

2) $\overline{abc}\cdot 5=\overline{dad}$ [$\overline{abc}=103$]

3) $\overline{abc}+\overline{ba}=\overline{deca}$ [$\overline{abc}=950$]

562. Којом се цифром завршава разлика:

$$1\cdot 2\cdot 3\cdots 18\cdot 19-1\cdot 3\cdot 5\cdots 17\cdot 19?$$

Упутство. — Умањеник се завршава нулом, умањилац петицом? Дакле?

563. Ако се 4373 и 826 поделе једним истим бројем, добиће се остаци (редом) 8 и 7. Колики је делилац?

Решење. — Ако се од 4373 одузме 8, а од 826 одузме 7, добиће се бројеви 4365 и 819, који су дељиви без остатка једним те истим бројем. Да бисмо нашли тај број, треба сваки од тих бројева раставити на просте чиниоце: $819=7\cdot 9\cdot 13$; $4365=5\cdot 9\cdot 17$. Бројеви имају два заједничка делиоца: 3 и 9. Услов задатка задовољава само 9, јер је $9>8$ и $9>7$.

564. Број A је 1969. — цифрени број дељив са 9,

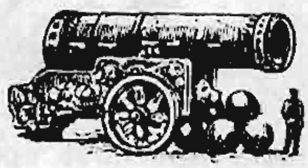
B је збир цифара броја A,

C је збир цифара броја B.

Наћи збир цифара броја C.

Решење. — Збир цифара броја A не прелази $1969\cdot 9=17721$, тј. број B је највише петоцифрен. Тада C — збир цифара броја B — не прелази $5\cdot 9=45$. Пошто је број A дељив са 9, то ће према критеријуму дељивости и број B и број C бити дељиви са 9. Али, број дељив са 9 овде може бити само један од бројева: 45, 36, 27, 18, 9. У сваком од тих случајева збир цифара броја C једнак је 9.

565. У Московском Кремљу чувају се један стари топ и звоно. Због огромне величине названи су: *Цар-топ* и *Цар-звоно*. Заједно су тешки 240 тона. Цар-звоно је 5 пута теже од Цар-топа. Колико је тешка свака од ових знаменитости Москве понаособ?



[Звоно: 200 t, топ: 40 t]

566. У посуди је било 100 kg 10%-ног раствора соли у води. После извесног времена, услед испаравања, количина воде се смањила на 70 kg. Колики је сад проценат соли?

Решење. — У раствору се променила само количина воде, док је количина соли остала иста. То значи да и сада соли има $100\cdot\frac{10}{100}$, тј 10 kg, као и пре испаравања воде. Како воде сада има 70 kg, то ће целокупна количина раствора бити 80 kg.

Према томе, со чини $\frac{10}{80}=\frac{1}{8}=0{,}125$ раствора, тј. 12,5%.

567. *Путник — спавач.* — Када је путник прешао половину целог пута, легао је да спава и спавао је све док му није преостало да пређе још половину оног пута којег је прешао док је спавао. Који део целог пута је он прешао спавајући?

Решење. — Путник је спавао док је прешао 2/3 половине целог пута, дакле, док је прешао 1/3 целог пута.

568. Два мотоциклиста пошла су истовремено из једног истог места у шетњу. Оба су прешла исто растојање и вратили су се кући у исто време. На путу су се мотоциклисти одмарали. При томе је познато, да је један од њих путовао двапут више времена него што се други одмарао, а, други је путовао трипут више времена него што је први одмарао.

Који је мотоциклист путовао брже?

Решење. — Нека је први мотоциклист путовао x часова, други y часова; тада је први одмарао $y/3$ часова, а други $x/2$ часова. Пошто су обојица на путу провели исто време, то је:

$$x+\frac{y}{3}=\frac{x}{2}+y \quad \text{или} \quad \frac{x}{2}=\frac{2}{3}\,y,$$

одакле

$$x=\frac{4}{3}\,y, \quad \text{тј.} \quad x>y.$$

Дакле, први је на путовање утрошио више времена, тј. други мотоциклиста је путовао брже од првога.

569. *(Стари задатак).* — Пас је угледао зеца на 150 хвати* испред себе. Зец претрчи 500 хвати за 2 минута, а пас 1300 хвати за 5 минута. За које време ће пас стићи зеца? [За 15 минута]

570. У VI веку пре нове ере живео је у граду Кротону на на југу Апенинског полуострва грчки математичар *Питагора*, чије име носи позната теорема („Квадрат над хипотенузом правоуглог троугла једнак је збиру квадрата над катетама“). Питагора је ту имао своју школу у којој се поред математике учила филозофија и музика. Прича се да је, на питање колико има ученика, Питагора одговорио:

„Половина мојих ученика бави се математиком, четвртина их учи музику, седмина ћутећи размишља; поред тога имам и три ученице“.

Колико је свих ученика тада имао Питагора? [28]

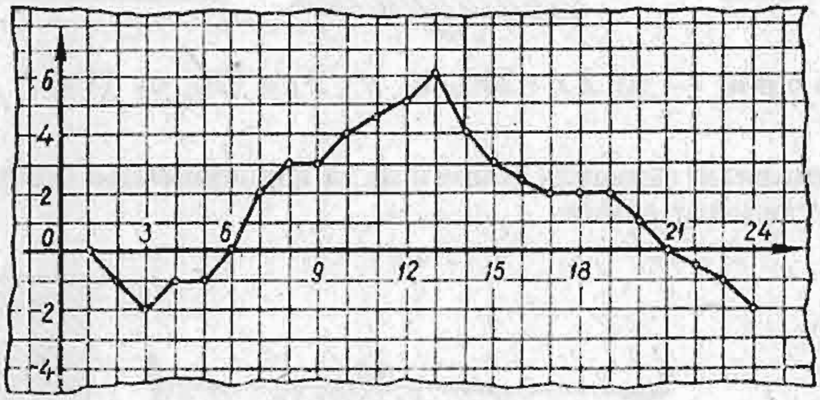
---

* хват — руска мерна јединица за дужину. (2,134 m).

571. У три суда налази се вода. Ако се половина воде из првог суда преспе у други, затим трећина воде, која је сада у другом суду, преспе у трећи суд и на крају, четвртина воде из трећег суда сипа у први, онда ће у сваком суду бити по 6 литара воде.

Колико је у почетку било воде у сваком суду? [8 *l*, 5 *l*, 5 *l*]

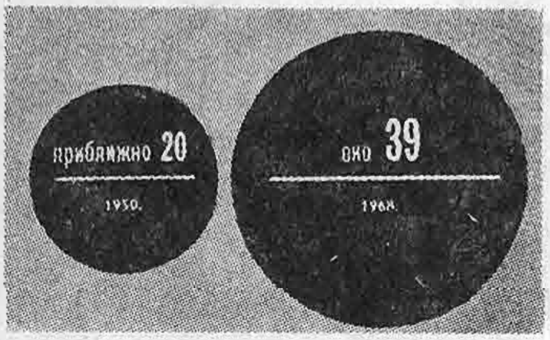
572. На доњој слици приказан је график мењања температуре ваздуха у току једног дана у месту *N* (по хоризонталној оси преношено је време у часовима, а по другој оси — температура у Целзијусовим степенима).

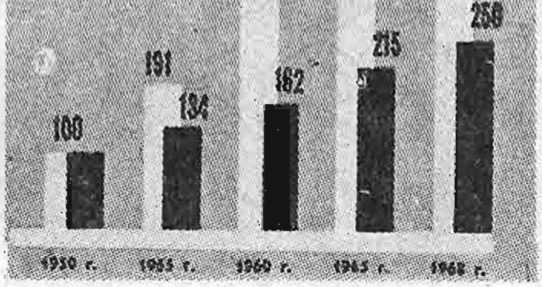


Користећи тај график, одговорити на следећа питања: a) Колика је била температура у 2, 6, 13 и 23 часа? b) У колико сати је температура била најнижа, а у колико највиша? c) У колико сати је температура била 0 °C? d) У којем временском интервалу је температура била изнад нуле? Када је била испод нуле?

573. На слици (доле лево) круговима је приказан удео социјалистичких земаља у светској индустријској производњи (у процентима). Приказати то структурним дијаграмима:

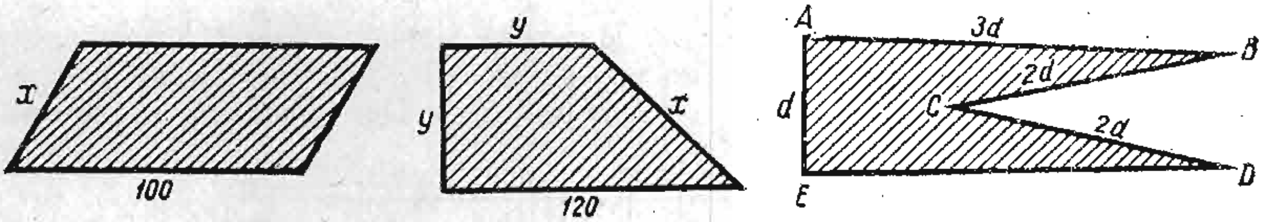
a) ступцима,
b) у кругу.





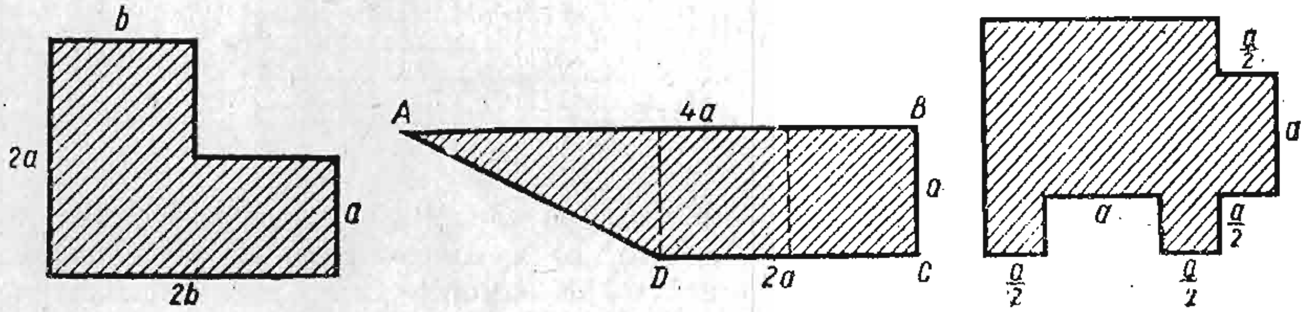
574. На слици (горе десно) дат је графикон пораста индустријске производње у социјалистичким и развијеним капиталистичким земљама — у процентима (у односу на 1950. годину). Нацртати (на једној слици) одговарајуће линијске графиконе. (Видети: МЛ, IV.3).

575. Саставити алгебарски израз за израчунавање дужине обима појединих фигура приказаних на следећој слици.



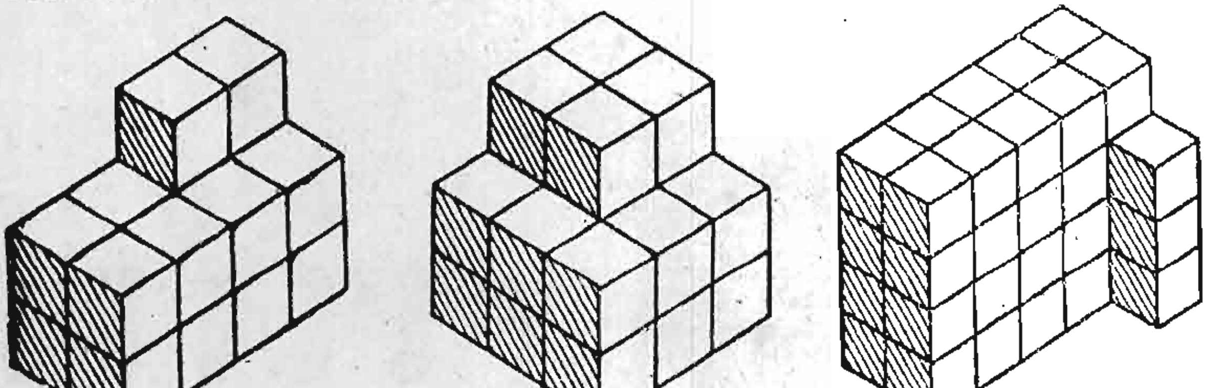
Одговори. — a) $2x+200$, b) $x+2y+120$, c) $11d$

576. Саставити формулу (образац) за израчунавање површине (P) сваке од фигура на следећој слици.



Одговори. — a) $P=3ab$, b) $P=3a^2$, c) $P=4a^2$

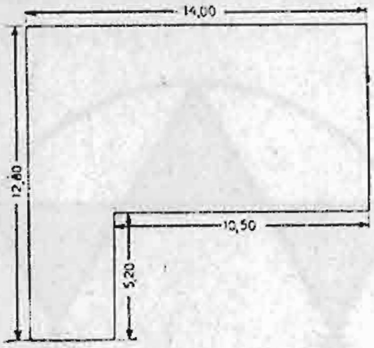
577. Од коцкица ивице a сложена су тела приказана на следећим сликама. Саставити формуле за израчунавање запремине (волумена) сваког од тих тела.

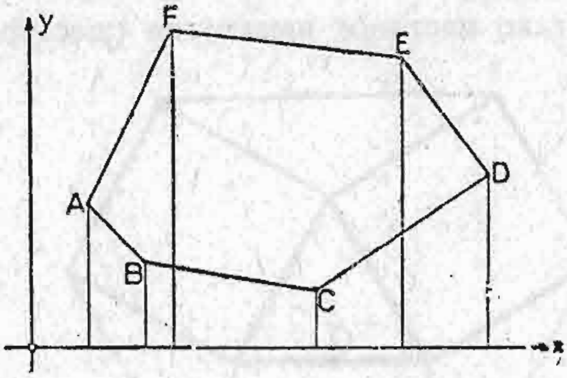


Резултати. — a) $V=18a^3$; b) $V=22a^3$; c) $V=43a^3$

578. Ивица коцке износи пола метра. Та коцка разрезана је на коцкице с ивицом 2 mm. Ове коцкице стављене су једна до друге. Колико је дугачак тако добијени низ коцкица? [31,25 km]

579. Колика је површина земљишта на овој слици лево? Димензије су дате у метрима. [124,60 m²]

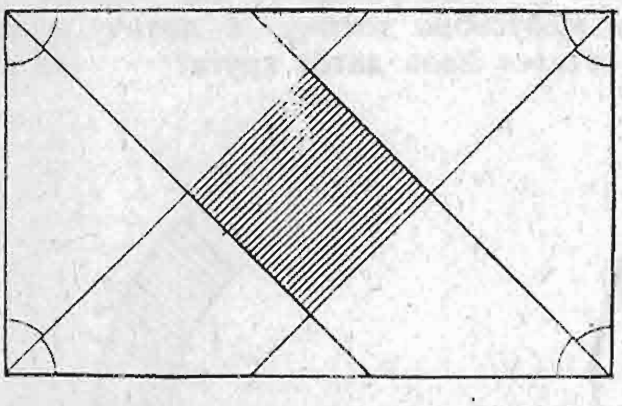


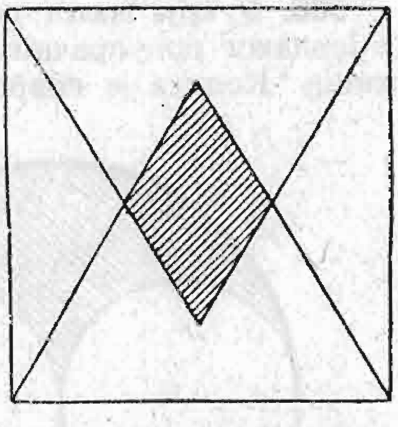


580. На слици горе десно нацртан је план земљишта. Координате темена многоугла су $A(2,5)$, $B(4,3)$, $C(10,2)$, $D(16,6)$, $E(13,10)$, $F(5,11)$ и дате су у cm. Размера (мјерило) је 1 : 2500. Израчунај површину земљишта!

581. У врховима правоугаоника страница 10 cm и 6 cm повуцимо симетрале углова (кутова) (сл. доле). Какав ће лик настати сечењем тих симетрала? Колика му је површина? — Нађи општи образац за површину насталог лика, ако правоугаоник има странице a и b! [8 cm²]

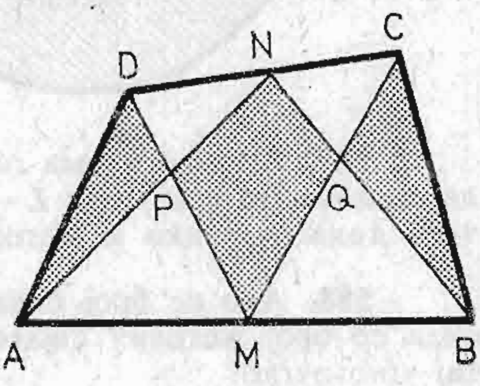
У п у т с т в о. — Осенчени лик је квадрат (зашто?). Његова дијагонала је $d=a-b$, па ће му површина бити: $P=\frac{1}{2}d^2=\frac{1}{2}(a-b)^2$. Итд.





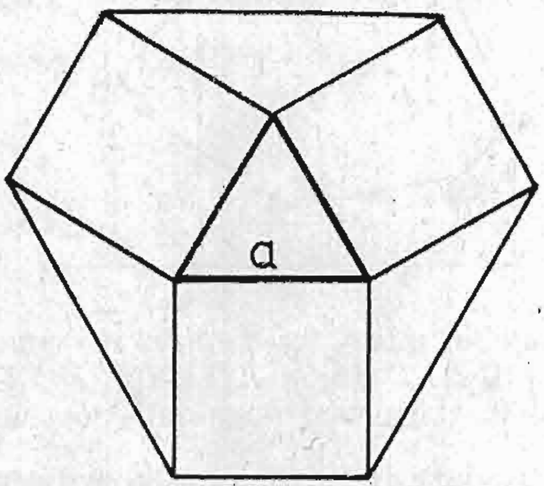
582. Над двема супротним страницама квадрата ($a=10$ cm) конструисани су (у унутрашњости квадрата) једнакостранични троуглови. Израчунати површину заједничког дела тих троуглова (осенчени ромб на сл. горе десно).

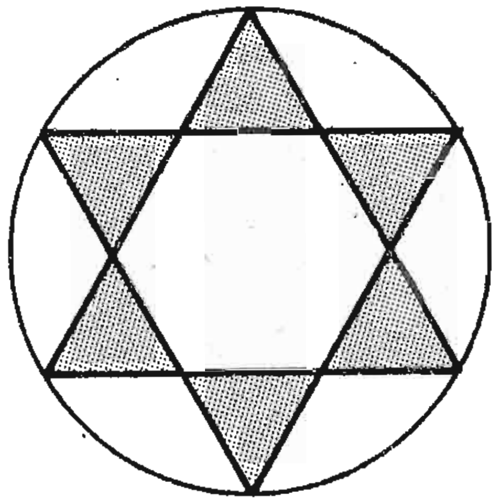
583. Нека су M и N средишта супротних страница четвороугла $ABCD$. Доказати да је површина четвороугла $MQNP$ једнака збиру површина троуглова ADP и CBQ (слика десно).



У п у т с т в о. — Најпре докажите да је висина $\triangle ABN$, повучена на AB, једнака полузбиру висина троуглова AMD и MBC. Одатле изведите закључак да је површина троугла ABN једнака збиру површина $\triangle AMD$ и $\triangle MBC$. Итд.

584. Над страницама једнакостраничног троугла ($a = 1{,}5$ cm) конструисани су квадрати и спојена су темена квадрата (сл. лево). Израчунај површину тако насталог шестоугла (шестерокута)! $[P = a^2 (3 + \sqrt{3})]$

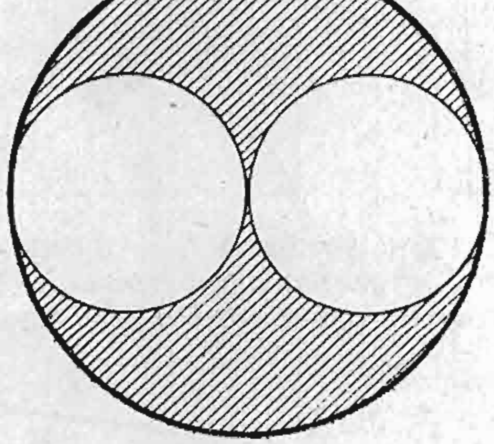


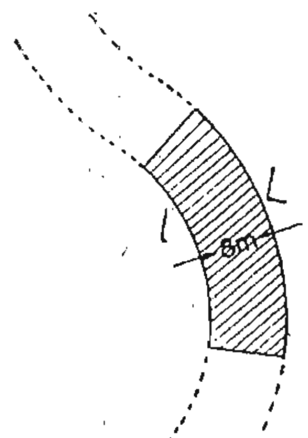


585. Дата је кружница полупречника (полумјера) $r = 12$ cm. Одредити површину правилног звездоликог шестоугла уписаног у кружницу (сл. горе десно). $[P = r^2 \sqrt{3}]$

Упутство. — Осенченидео слике по површини је једнак правилном шестоуглу у унутрашњости звездолике фигуре. Итд.

586. У круг датог полупречника $r = 6$ cm упишимо две највеће кружнице једнаког полупречника, које се међусобно дотичу, а дотичу и задану кружницу. Колика је површина преосталог дела датог круга? [$18\,\pi$ cm^2]





587. Део пута има облик исечка кружног прстена (вијенца), коме је спољашњи (вањски) лук $L = 10$ m, а унутрашњи $l = 6$ m. Колика је површина тога дела пута ако је његова ширина 8 m? (сл. горе). [64 m^2]

588. Ако се број страница једног испупченог многоугла повећа за 4, онда се број његових дијагонала повећа за 34. Колико је страница имао тај многоугао? [32]

Konkursni zadaci

95. U sledećem deljenju svako slovo zamenjuje određenu cifru. Rekonstruišite to deljenje.

$$
\begin{array}{l}
NNSS : UMA = MT \\
\underline{MAS} \\
\quad RSS \\
\quad \underline{PAS} \\
\quad\;\; AS
\end{array}
$$

96. Od svih dvocifrenih brojeva odrediti onaj koji podeljen zbirom svojih cifara daje najveći rezultat.

97. Od cifara 0, 1, 2, 3, . . . , 9 sastaviti pet dvocifrenih brojeva tako da njihov proizvod bude najveći, a da se pri tome svaka cifra upotrebi samo jedanput. Koji su to brojevi? Dati obrazloženje (dokaz)!

98. Dat je ugao AOB i tačka M u ravni tog ugla. Kroz tačku M povući pravu tako da ona sa kracima datog ugla obrazuje trougao čiji će obim (opseg) imati datu dužinu $2s$.

99. Mesta A i B razdvajaju dva kanala čije su širine h_1 i h_2. Obale svakog kanala su paralelne. Kanali međusobno nisu paralelni. Gde treba sagraditi mostove preko tih kanala, da bi put između A i B bio najkraći? (Odrediti konstruktivno). Mostovi stoje normalno na obale kanalâ.

100. Polukružnica poluprečnika (radijusa) 3 cm rotirana je oko jedne krajnje tačke svog prečnika (promjera, dijametra) za ugao od 30°. Kolika je površina figure koju je pri tome opisala ta polukružnica?

Uputstvo rešavateljima konkursnih zadataka

Rešite ove zadatke i rešenje pošaljite uredništvu „Matematičkog lista". Najbolje sva rešenja a takođe i imena svih učenika koji su sve zadatke ili neke od njih sasvim tačno rešili, objaviće se u listu.

Najboljim rešavateljima za svaki razred dodeliće se *nagrade* na kraju školske godine.

Fond za nagrade rešavateljima konkursnih zadataka ove godine je povećan.

Svako rešenje (s tekstom i rednim brojem zadatka) treba pisati na jednoj strani papira. Svako rešenje treba čitljivo potpisati punim imenom i prezimenom, navodeći razred i odeljenje, školu i mesto, na primer: *Mirjana Rakić*, uč. VI_1 raz. Osnovne škole „Filip Filipović", Čačak.

Zadatke rešavajte s a m o s t a l n o ne tražiti pomoć ni od koga, Slike crtajte precizno, a rešenja pišite o b r a z l o ž e n o i č i t k o. Neuredna, nečitljiva rešenja i rešenja (rezultati, odgovori) bez obrazloženja neće se uopšte uzimati u obzir.

Rešenje zadatka iz ovog broja poslati najkasnije do 15.VI 1970. godine

Adresa: Matematički list, Beograd p.p. 728

Na koverti obavezno naznačiti: *Konkursni zadaci*.

Molimo rešavatelje da se u svemu pridržavaju ovog **uputstva**. Rešenja šaljite običnom postom (a ne preporučeno) kako se ne biste izlagali nepotrebnim troškovima!

PROVERITE SVOJE ZNANJE!

Koliko znate o decimalnim brojevima?

Nije mali broj učenika koji se teže snalaze u računanju sa decimalnim brojevima. Zato vam predlažemo da rešite nekoliko zadataka iz tog područja i sami procenite (uz pomoć priloženog »ključa«) koliko znate o decimalnim brojevima. Da bi ta ocena bila realna, potrebno je da se pridržavate sledećeg **uputstva**:

1. Pripremite: olovku (ili neku drugu pisaljku), list čiste hartije i sat.
2. Tekstove zadataka nemojte da prepisujete, već pišite samo rešenje (odgovor) sa potrebnim obrazloženjima.
3. Nemojte se dugo zadržavati na zadatku koji ne možete odmah da rešite, već pređite na sledeći, a kasnije se — ukoliko vam ostane vremena — vratite i pokušajte rešiti i preskočene zadatke.
4. Za rad imate samo 30 minuta. Kada istekne tih 30 minuta, prekinite sa radom i pristupite proveravanju i ocenjivanju svojeg rada uz pomoć »ključa« koji se daje posle zadataka. Dok radite zadatke nemojte zagledati u »ključ«, jer u protivnom vaša ocena neće biti objektivna.

Sada pređite na rešavanje zadataka.

1. Napiši arapskim ciframa sledeće brojeve:
   a) sedamnaest hiljaditih;
   b) četiri cela i stodvadesetpet hiljaditih;
   c) pet desetohiljaditih.
2. Pročitaj (iskaži rečima) sledeće brojeve:
   a) 0,327; b) 13,0005; c) 0,03.
3. Koji je broj 100 puta veći od broja 0,001?
4. Napiši broj koji je 100 puta manji od broja 23, 05.
5. Saberi: $0,3 + 0,33 =$
6. Izračunaj: $13 + 4,8 + 250,23 + 0,141 =$
7. Izračunaj razliku sledećih brojeva:
   a) 34 i 12,5; b) 54,28 i 2,6; c) 17,2 i 3,45.
8. Izračunaj količnik brojeva:
   a) 50 i 0,2; b) 0,3 i 0,03; c) 5,18 i 5.
9. Izračunati brojne vrednosti sledećih izraza:
   a) $5,6 \cdot 10 + 3,5 \cdot 0,2$; b) $15,4 - 1,4 : 0,5$; c) $(2,31 + 0,2) \cdot 10,2$.
10. Naznači (kao brojni izraz) i onda izračunaj: zbir brojeva 0,43 i 0,6 podeli brojem 0,01.

A sada proverite da li su vaša rešenja ispravna. Ako se vaš rezultat (odgovor) poklapa sa ovde navedenim, onda sebi upišite predviđeni broj bodova.

1. a) 0,017 (1 *bod*); b) 4,125 (1 *bod*); c) 0,0005 (1 *bod*).

2. a) Nula celih i tristadvadesetsedam hiljaditih (ili samo: 327 hiljaditih) (1 *bod*); b) Trinaest celih i pet desethiljaditih (1 *bod*); c) Tri stota (tri stotnine) (1 *bod*).

3. To je broj 0,1 (1 *bod*). **4.** 0,2305 (1 *bod*). **5.** 0,63 (1 *bod*). **6.** 268,171 (2 *boda*). **7.** a) 21,5 (1 *bod*); b) 51,68 (1 *bod*); c) 13,75 (1 *bod*). **8.** a) 250 (1 *bod*); b) 10 (1 *bod*); c) 1, 036(*bod*). **9.** a) 56,7 (2 *boda*); b) 12,6 (2 *boda*); c) 25,602 (2 *boda*). **10.** $(0,43 + 0,6) : 0,01 = 1,03 : 0,01 = 103$ (2 *boda*).

Saberite sve bodove. Ako ste dobili:
- od 0 do 12 bodova, ocena je **nedovoljan (1)**;
- od 13 do 16 bodova, ocena je **dovoljan (2)**;
- od 17 do 20 bodova, ocena je **dobar (3)**;
- od 21 do 23 bodova, ocena je **vrlo dobar (4)**;
- od 24 do 25 bodova, ocena je **odličan (5)**.

Miodrag Knežević, nast, Gradac (kod Pljevalja)

MATEMATIČKA TAKMIČENJA

Drugo republičko takmičenje učenika osnovnih škola SR BiH

Takmičenje je održano 7. VI 1969. godine u prostorijama Prirodno-matematičkog fakulteta u Sarajevu. Učenici su radili zadatke pre podne, a poslije podne bilo je proglašavanje rezultata i podjela nagrada. Učestvovali su učenici VII i VIII razreda osnovne škole, ukupno 63 učenika. Valja istaći da su se kroz predtakmičenja za republičko takmičenje kvalifikovali i mnogi učenici iz škola u manjim mjestima.

Među učenicima VII razreda prvo mjesto osvojila je *Vesna Dogić*, učenica OŠ »Vjekoslav Tunjić« u Lukavcu kod Tuzle; na drugom mjestu bio je *Planinko Puhta* (OŠ »S.S. Kranjčević, Sarajevo); treće mjesto pripalo je *Slavici Majstorović* (OŠ »Mladen Stojanović« Banjaluka), dok je na četvrtom mjestu bio *Ramo Jamaković* (OŠ »Mićo Sokolović«, Mesici kod Rogatice). Itd.

Najbolji takmičari u VIII razredu bili su: *Srećko Sekulić* (OŠ »V. Tunjić« u Lukavcu) i *Franjo Jandrijević* (OŠ »Hasan Kikić«, Sanski Most), koji dijele prvo i drugo mjesto; *Enes Junuzović* (OŠ »Josip Jovanović«, Doboj) — treće mjesto; *Gospava Šikman* (OŠ »H. Kikić«, Sasnki Most) — četvrto mjesto. Itd.

Napomena. — Istovremeno je održano i takmičenje iz fizike uz učešće 52 učenika. Pobjednik među učenicima VII razreda bio je *Dragan Timotijević* iz OŠ »Braća Pavlić« u Banjaluci, a među učenicima VIII razreda — *Radomir Branković* iz OŠ »Dušan Košutić« u Travniku.

Zadaci na takmičenju

VII razred

1. Razlika kvadrata dva uzastopna neparna broja je 48. Koji su to brojevi?

2. Tetiva AB je simetrala poluprečnika SM kruga, čiji je centar S, a poluprečnik r.

a) Dokaži da je četvorougao $ASBM$ romb,

b) Koliki je ugao AMB tog četvorougla,

c) Izrazi površinu tog četverougla pomoću poluprečnika r.

3. Neka je: $A = (x + 3y)^2 - (x - 2y)^2, \quad B = x^2 - (x - y)^2.$

a) Izraz $\frac{A}{B}$ svedi na najjednostavniji oblik;

b) Izračunaj vrijednost tog izraza ako je $x = \frac{1}{4}$, $y = \frac{1}{3}$.

4. Ugao kod vrha A pravouglog trougla ABC ima 30°.

a) Koliki je ugao BSC, gdje je S centar kružnice opisane oko tog trougla? (Dokaži)

b) Za koliko je dužina obima tog kruga veća od dužine obima trougla ABC, ako je dužina njegove manje katete 5 cm?

5. Dijagonale trapeza su 25 cm i 26 cm, a visina mu je 24 cm. Kolika je površina tog trapeza?

Rezultati i uputstva. — 1. Traženi brjevi su 13 i 11. Dobija se iz $(2n+1)^2-(2n-1)^2=48$ ili iz $(x+2)^2-x^2=48$ i sl.

2. Nacrtaj sliku! a) $AS=MS$ i $BS=BM$ (jer su A i B tačke na simetrali duži SM), ali $AS=BS=r$, te je $AS=BS=BM=AM=r$, tj. $ASBM$ je romb. b) $\angle AMB=120°$, jer su trougli ASM i SBM jednakostranični. c) $P=2\cdot\frac{1}{4}r^2\sqrt{3}=\frac{1}{2}r^2\sqrt{3}$.

3. a) $\frac{A}{B}=\frac{5(2x+y)}{2x-y}$, b) 25.

4. a) $\sphericalangle BSC=60°$, jer je $CS=SA$. b) $BC=5$ cm, $AC=5\sqrt{3}$ cm, $AB=10$ cm (hipotenuza). Obim trougla ABC ima dužinu $(15+5\sqrt{3})$ cm$\approx23{,}66$ cm, a obim kruga $10\pi\approx31{,}42$ cm, te je obim kruga duži za približno 7,76 cm.

5. Normalne projekcije dijagonala na veću osnovicu imaju dužine 10 cm i 7 cm (to se dobije po Pitag. t.), odakle se lako utvrdi da je zbir osnovica $a+b=17$ cm, a površina trapeza: $P=\frac{1}{2}\cdot17\cdot24=204$ (cm²).

VIII razred

1. Ako se dužina kvadra poveća za 25%, a širina za svoju jednu trećinu i ako se visina smanji za 10%, za koliko procenata će se povećati zapremina tog kvadra?

2. Naći skup dvocifrenih brojeva koji su za 10 veći od trostrukog zbira svojih cifara.

3. Dužina jedne osnovice trapeza je 5,1 cm, a druge $4\frac{1}{4}$ cm. Dužina jednog kraka je 4 cm. Koliko se mora produžiti taj krak da bi se došlo do presjeka sa produženjem drugog kraka?

4. Cijena neke robe umanjena je za 4 %. Za koliko procenata treba povećati novu cijenu da bi se dobila prvobitna cijena?

5. Posuda, oblika jednakostranog valjka koji ima prečnik 10 cm, napunjena je vodom do $\frac{11}{12}$ svoje visine. Koliki je poluprečnik najveće lopte koja se može potopiti u vodu da ne dođe do prelijevanja?

Rezultati i uputstva. — 1. $V=abc$ — prvobitna zapremina, $V'=1{,}25a\cdot\frac{4}{3}b\cdot0{,}9c=1{,}5abc=1{,}5V$ — nova zapremina; znači, veća je za 50%.

2. Traženi brojevi su 49 i 22. Dobija se iz $10x+y=3(x+y)+10$, odnosno $7x=2(y+5)$, pri čemu postoje dve mogućnosti: $(x=4,\ y=9)$ i $(x=2,\ y=2)$.

3. Krak se mora produžiti za 20 cm (dobija se iz sličnosti trouglova).

4. Nova cena morala bi se povećati za $4\frac{1}{6}$% da bi se dobila prvobitna cena.

5. Zapremina lopte može biti najviše jednaka zapremini neispunjenog dela valjka, tj. $\frac{4}{3}R^3\pi=5^2\pi\cdot\left(\frac{1}{12}\cdot10\right)$, odakle je $R=\frac{5}{2}$ (cm). Dakle, do prelivanja neće doći ako poluprečnik kuglice koja se potopi nije veći od 2,5 cm.

Z. Grozdanić, Sarajevo

Rešili konkursne zadatke 84—89. iz „Matematičkog lista“ IV.3

Adamov Milan, VIII$_1$ r. OŠ »Braća Baruh« Beograd: 85; *Adžić Jovan*, VIII$_6$ r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd: **85**, 86, **87,88,89**; *Aksentijević Ljubiša*, VII$_1$ r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac: 88; *Ahlin Marina*, VIII$_1$ r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd: **87**, 89; *Antić Lalica*, VIII$_3$ r. OŠ »D. S.« Svrljig: **88**, 89;

Bančević Branislava, VIII$_1$ r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica: 88; *Barši Đula*, VIIIb r. OŠ »Z. Gložanski« Bečej: 89; *Bezuha Zorana*, VII$_2$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 88; *Blagojević Slobodan*, VII$_1$ r. OŠ »G. Delčev» Zemun: 88; *Bogićević Živodarka*, VII$_2$ r. OŠ »J. J. Zmaj« Obrenovac: 88; *Bojić Negrica*, VIII$_4$ r. OŠ »D. S.« Svrljig: 88; *Borovićanin Zlata*, VII$_2$ r. OŠ »Đ. J.« Konarevo k/K **88**; *Bošković Marina*, VIII r. OŠ »M. Gorki« Titograd: 89; *Božinović Radmilo*, VII$_1$ r. OŠ »Braća Ribar« Beograd: 87; *Branislav Zoran*, VII$_2$ r. OŠ »G. Delčev« Zemun: **84**, 85, **88**; *Bugarčić Milanka*, VIII$_2$ r. OŠ Vrčin: 89; *Bugarčić Milka*, VII$_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; 86, **88**; *Bukvić Biljana*, VIII$_1$ r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica: **87**, 88;

Cekić Ninoslav, VIII$_2$ r. OŠ »D. S.« Svrljig: 88; *Cvetković Miomir*, VIII$_2$ r. OŠ »M. J. C.« Vrčin: 88; *Cvetković Zoran*, VIII$_1$ r. OŠ »28. novembar« Novi Pazar: **88**, 89.

Damjanovski Zoran, VIIb odd. OU »K. Misirkov« Kumanovo: 88; *Dimitrić Radoslav*, VIII$_2$ r. OŠ »Kadinjača« Loznica: **84**, 87, **88**, 89; *Dunjić Dragan*, VIII$_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak; *Đorđević Vesna*, VIII$_4$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 85, 88,89; *Đukić Milena*, V$_2$ r. OŠ Grocka: 85; *Đurđević Vera*, VIII$_4$ r. OŠ »V. Karadžić« Ćuprija: 84; *Eržen Ervin*, VIII r. OŠ »F.M.« Cerkno: 85, **88**; *Fikojević Dušica*, VIII$_4$ r. OŠ »3. okt.« Bor: **88**, **89**;

Gajić Miodrag, VIII$_2$ r. OŠ »B. J.« Kusadak: 89; *Georgieva Zorica*, VIIg odd. OU »K. Misirkov« Kumanovo: 88; *Gostović Dragan*, VIIb r. OŠ »Z. G.« Bečej: 87, 89; *Grahovac Nebojša*, VII$_2$ r. OŠ »M. Pijade« Beograd: 88 *Grahovac Željko*, VIII r. OŠ »V. Nazor« Zenica: 86; *Grebović Stanislava*, VII$_1$ r. OŠ »S. M.« Sjenica: **84**, 85, **86**, 87, **88**, **89**; *Grupa mladih matematičara* VIII r. OŠ Generalski Stol: **88**, 89; *Gudurić Mirjana*, VIIIa r. OŠ »D. Obradović« ?: 88, 89; *Hristova Jelica*, VIIb r. OŠ »G. D.« Bosilegrad: 88; *Humar Edvin*, VIIa r. OŠ »F. M.« Cerkno: 85, 86, 88.

Igić Zoran, VIII$_2$ r. OŠ »B. K.« G. Matejevac: **88**, 89; *Ignjatović Zorka*, VIII$_1$ r. OŠ »V. K.« Ripanj: 88; *Iličić Javorka*, VIII$_2$ r. OŠ »V. K.« Ripanj: 88; *Ilić Mirjana*, VII$_1$ r. OŠ »Ž. J. Š.« N. Beograd: 88; *Isailović Milina*, VIII$_1$ r. OŠ »V. K.« Ripanj: 88, 89; *Ivanova Zorica*, VII r. OŠ »G. D.« Bosilegrad: 88; *Ivanović Anđelka*, VI$_4$ r. OŠ »D. Obradović« Požarevac: 85, **87**; *Ivanović Slobodan*, VIII$_2$ r. OŠ Grocka: 88, 89;

Jeram Branko i Rajko, VIIb r. OŠ »F. M.« Cerkno: 85, **88**; *Jevremović Biserka*, VII$_2$ r. OŠ Kušiljevo: 88; *Jevremović Ljiljana*, VIII$_3$ r. OŠ »M. T.« Medveđa: 89; *Jokanović Mirjana*, VI$_1$ r. OŠ »B.J.« Železnik: 88; *Jovanović Miroslav*, VIII$_1$ r. OŠ »Sv. Sava« Beograd: 84, 85, 86, 87, 88; *Jovanović Živana*, VIII$_3$ r. OŠ »J. P.« Baljevac na Ibru: 87,

Knežević Vesna, VII$_1$ r. OŠ »V. Dugošević« Beograd: 88; *Kokelj Ida*, VII r. OŠ Cerkno: **85**, 86, 88; *Kokotović Miodrag*, VIIIb r. OŠ »A. Š.« Sečanj: 87, 89; *Koturović Milanko*, VII$_3$ r. OŠ »Đ. J.« Konarevo: 85; *Krstić Sava*, VIII$_2$ r. OŠ Stubline: 85, 89; *Kuzmanović Milica*, VIII$_3$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 88; *Lazović Dragana*, VIII$_4$ r. OŠ »Sutjeska« Zemun: 88; *Lemez Dubravka*, VIII r. OŠ »I. L. R.« Briješće: 87, 88, 89; *Liščević Vladimir*, VIII$_5$ r. OŠ »Ž. J. Španac« N. Beograd: **85**, **86**, **87**, **88**, **89**;

Majstorović Miša, VII$_5$ r. OŠ »R. Domanović« Kragujevac: 88; *Maričić Štefica*, VIII$_1$ r. OŠ Generalski Stol: 88; *Marović Momčilo*, OŠ »M. Kosovac« Šabac: 86; *Mihajlović Mirjana*, VIII$_1$ r. OŠ »B. Nušić« Beograd: 88, 89; *Miljušković Veljko*, VII$_2$ r. OŠ »M. Gorki« Titograd: 87; *Mijić Vera*, VIII r. OŠ Pećinci: 88; *Mikić Marija*, VII$_2$ r. OŠ »M. Pavlović« Čačak: 88; *Milanović Zorica*, VI$_2$ r. OŠ »Ž. A. « Trstenik: 86; *Milanović Vesna*, VI$_4$ r. OŠ »Čajka« Trstenik: 86; *Milašinović Nada*, VI$_2$ r. OŠ »Ž. A.« Trstenik: 84; *Milenković Ljubiša*, VIII$_2$ r. OŠ Kumodraž: 85, 86, 88; *Milijanović Zoran*, VIII$_1$ r. OŠ »J. P.« Baljevac na Ibru: 87, 88; *Milošević Bogdan*, VIII$_1$ r. OŠ »Čibuk. part.« Kraljevo: 88; *Milovanović Srboljub*, VIII r. OŠ »D. S.« Svrljig: **85**, 88; *Milutinović Jelena*, VII$_2$ r. OŠ Počekovina: **88**; *Milutinović Svetlana*, VII$_1$ r. OŠ »V. K.« Kladovo: 88; *Minović Zoran*, VII$_3$ r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd: 85, 87, 88; *Mirčetić Dragan*, VIII$_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 86, **88**; *Mirković Angelina*, VIII$_4$ r. OŠ »Ž. J. Š.« N. Beograd: **88**, 89; *Miščević Dragana*, VII$_2$ r. OŠ »F. K. Fića« Beograd: 88; *Mitrović Dušan*, VII$_4$ r. OŠ »M. Mijalković« Svetozarevo: 85, 87; *Mlakar Anica*, VII r. OŠ »F. M.« Močnik: 88; *Mustedanagić Ajša*, VIIIb r. OŠ »V. Pelagić« Otoka Bosanska: 88, 89;

Nekić Ljiljana, VIII$_1$ r. OŠ »V. K.« Ripanj: 88; *Nikitović Jasminka*, VII$_1$ r. OŠ »Dr D. M.« Čačak: 86, **88**; *Nikolić Zoran*, VII r. OŠ Počekovina: 88; *Ninčić Svetlana*, V$_2$ r. OŠ Grocka: 85; *Obućina Vesna*, VIII$_2$ r. OŠ »Ž. J. Š.« N. Beograd: 88; *Odri Peter*, VIII r. OŠ »B. J.« Svetozar Miletić: **85**, **86**, **88**, **89**;

Panišić Marina, VIII$_1$ r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica: 85, **86**, **87**, **88**, 89; *Pavičević Ljiljana*, VII$_3$ r. OŠ »Vojv. Mišić« Beograd: 87; *Pavlović Milorad*, VIII$_4$ r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd: **84**, **85**, **87**, **88**; *Pavlović Zoran*, VIII$_1$ r. OŠ »P. I. V.« Prahovo: **88**, **89**; *Perić Boris*, VIII$_2$ r. OŠ »D. S. V.« Despotovac: 88; *Perović Dragan*, VII$_2$ r. OŠ »R. Ž.« Nikšić: 87; *Perovšek Biserka*, VIIIa r. OŠ »B. Kidrič« Ljubljana: 88; *Peševska Snežana*, VI r. OŠ »K. M.« Kumanovo: 84; *Petrović Slavica*, VIII$_6$ r. OŠ »D. Obradović« Irig: 88; *Petrović Snežana*, VIII$_5$ r. OŠ »P. borci« Vrnjačka Banja: 89; *Petrovska*

Stojna, VIIa r. OŠ »K. M.« Kumanovo: 88; *Petrović Zorica*, V$_2$ r. OŠ Grocka: 85; *Pilić Aleksandar*, VII$_2$ r. OŠ »Đ. Salaj« Beograd: 88; *Plavšić Anđelka*, VIII r. OŠ »S. B. P.« Pećinci: 88; *Popović Milica*,?, Obrenovac: 88; *Popov Jovanka*, VII$_1$ r. OŠ »Đ. J.« Perlez: **84**, 85, 86, 87, **88**; *Prvujkić D.*, VIII$_1$ r. OŠ Prahovo: 88; *Prvulović Radomir*, VIII r. OŠ »S. M.« Brza Palanka: 88; *Purger Tibor*, VIIIa r. OŠ »Ady Endre« Kanjiža: **84, 85**, 86, **88, 89**; *Putić Vesna*, VI$_3$ r. OŠ Grocka: 85;

Radočaj Marija, VIIa r. OŠ Generalski Stol: 88; *Radovanović Dušanka*, VII r. OŠ Skela: 88; *Rajković Milan*, VIII$_4$ r. OŠ »P. P. Aga« Beograd: 89; *Raljević Milivoje*, VIII$_2$ r. OŠ u Radoninji: 88; *Rašković Ljiljana*, VII$_1$ r. OŠ »S. Marinković« Novi Sad: 88; *Raut Branka*, VIIb r. OŠ »F. M.«Cerkno: 85, 87, **88**; *Redić Svetlana*, VII$_2$ r. OŠ Vrčin: 88; *Relić Pavle*, VIII$_4$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: **85**, 86, **89**; *Ristić Dragan*, VIII$_2$ r. OŠ »R. Kovačević« Lebane: 88, 89; *Rojc Jože*, VIIIa r. OŠ »F. M.« Cerkno: 84, 85, 86, 89;

Smiljanić Ružica, V$_2$ r. OŠ Grocka: 85; *Sofić Viktorija*, VIII r. OŠ »B. R.« Mihajlovac (Krajinski): 88; *Stanković Dragica*, VIII$_3$ r. OŠ »3. oktobar« Bor: 85; *Stanoevski Milanče*, VIIIg r. »Dr T. P.« Bitola: 88; *Stevanović Aleksandar*, VIII$_2$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: 88; *Stevanović V.*, VIII$_4$ r. OŠ »D. S.« Svrljig: 88; *Suli Endre*, VIII r. OŠ Vežbaonica, Subotica: 89; *Šainović Mirjana*, VII r. OŠ Skela: 88; *Štucin Jožek*, VIIIa r. OŠ Cerkno: **88**;

Tatalović Milica, VIII$_2$ r. OŠ »V. K.« Elemir: 89; *Tiosavljević Slavica*, V$_3$ r. OŠ »V. Karadžić« Čačak: 84, 85; *Tomić Zoran*, VIII$_2$ r. OŠ »D. S.« Svrljig: 88; *Tomljanović Marija*, VIII$_4$ r. OŠ »Sutjeska« Zemun: **88**; *Tubić Magdalena*, VII r. OŠ Bačko Gradište: 88.

Vidakov Milena, VIII r. OŠ »S. B. P.« Pećinci: 88; *Višnjić Ružica*, VII$_1$ r. OŠ »B. J.« Železnik: 88; *Vlahović Dragica*, VIII$_2$ r. OŠ Vrčin: **88, 89**; *Vučinić Miroslav*, VIII$_4$ r. OŠ »M. Bursać« Beograd: **84, 85, 88, 89**; *Vujović Zoran*, VIII$_3$ r. OŠ »F. K. Fića« Beograd: **88**; *Vukčević Branko*, VII$_2$ r. OŠ Počekovina: 88; *Vuković Snežana*, VIII$_4$ r. OŠ »I. Gundulić« N. Beograd: **88**;

Zdravko Magdalena, VIId r. OŠ Bačko Gradište: 88; *Zelenjak Vlada*, VIII$_1$ r. OŠ »B. P. Pinki« Srem. Mitrovica: 88; *Živković Damnjanka*, VIII$_4$ r. OŠ »D. S.« Svrljig: 88.

Napomena. — Redni brojevi zadataka čija su rešenja kod pojedinih učenika naročito uspela štampani su masno. Komisija za pregled zadataka nije priznavala neobrazložene odgovore *i* rezultate. Bilo je veoma mnogo pogrešnih rešenja.

MATEMATIČKA RAZONODA

ZANIMLJIVOSTI O BROJEVIMA

Neobične jednakosti

I. a) Pojedine grupe brojeva imaju zanimljiva svojstva. Na primer, za brojeve 2, 3, 7; 1, 5, 6 zanimljivo je to da je zbir prva tri broja jednak zbiru poslednja tri, a uz to jednaki su i zbirovi njihovih kvadrata:

$$2 + 3 + 7 = 1 + 5 + 6$$
$$2^2 + 3^2 + 7^2 = 1^2 + 5^2 + 6^2.$$

Ima još veoma mnogo i drugih brojeva koji imaju navedenu osobinu. Interesantno bi bilo znati koliko bi vam vremena bilo potrebno da nađete bar još jednu grupu od šest brojeva koji imaju takvu osobinu!?

b) Možda su još zanimljivije sledeće dve grupe brojeva — jedna od osam, a druga od deset brojeva:

0, 5, 5, 10, 1, 2, 8, 9;
1, 4, 12, 13, 20, 2, 3, 10, 16, 19.

U oba ova slučaja zbir brojeva prve polovine niza jednak je zbiru brojeva druge polovine, a osim toga, kao i u prethodnom slučaju, jednaki su i zbirovi njihovih kvadrata; štaviše, jednaki su i zbirovi kubova. U to se sami uverite!

II. Između nekih prirodnih brojeva postoje veoma interesantne relacije. Uzmite, na primer, sledećih 12 brojeva: 1, 2, 3, 6, 7, 11, 13, 17, 18, 21, 22 i 23. Na prvi pogled, reklo bi se da oni nisu ni po čemu zanimljivi.

Grupišite ih u dve grupe:

$$1, 6, 7, 17, 18, 23 \quad \text{i} \quad 2, 3, 11, 13, 21, 22.$$

Uporedite zatim zbirove brojeva iz svake grupe:

$$1+6+7+17+18+23=72,$$
$$2+3+11+13+21+22=72.$$

Zbirovi su jednaki. A zbirovi kvadrata tik brojeva?

$$1^2+6^2+7^2+17^2+18^2+23^2=1228,$$
$$2^2+2^2+11^2+13^2+21^2+22^2=1228.$$

Zbirovi kvadrata, kao što vidite, takođe su jednaki. A zbirovi kubova? Sami se možete uveriti da će biti jednaki ne samo zbirovi kubova, već i zbiravi četvrtih stepena, pa i zbirovi petih stepena tih brojeva. Evo:

$$1^3+6^3+7^3+17^3+18^3+23^3=2^3+3^3+11^3+13^3+21^3+22^3,$$
$$1^4+6^4+7^4+17^4+18^4+23^4=2^4+3^4+11^4+13^4+21^4+22^4$$
$$1^5+6^5+7^5+17^5+18^5+23^5=2^5+3^5+11^5+13^5+21^5+22^5.$$

Iznenađenja time nisu prestala. Ako svaki broj prve i druge grupe povećate ili smanjite za jedan isti broj (koji vi hoćete) dobiće se nove grupe brojeva koji će imati ista svojstva. Uverite se u to sami!

III. Za brojeve 4, 5, 6 i 8, 3, 2, lako je proveriti da važi jednakost:

$$5^2+5^2+6^2=8^5+3^2+2^2.$$

Sastavimo sada od brojeva 4, 5, 6 i 8, 3, 2 tri dvocifrena broja uzimajući za desetice prva tri broja (4, 5, 6) a za jedinice druga tri broja (8, 3, 2), praveći pri tome razne kombinacije. Dobićemo tri dvocifrena broja takva da će zbir njihovih kvadrata biti jednak zbiru kvadrata brojeva koji su napisani istim ciframa ali obrnutim redom:

$$48^2+53^2+62^2=26^2+35^2+84^2 \text{ ili}$$
$$43^2+52^2+68^2=86^2+25^2+34^2 \text{ i}$$
$$42^2+58^2+63^2=36^2+85^2+24^2.$$

Obratite pažnju na još jednu zanimljivu osobinu tih jednakosti: u svakoj od njih cifre su raspoređene simetrično u odnosu na znak jednakosti. (Na primer, cifre desetica na levoj strani dolaze ovim redom sleva udesno: 4, 5, 6; na desnoj strani, pak, idući sdesna ulevo dolaze ovim redom: 4, 5, 6; isto važi i za ostale cifre).

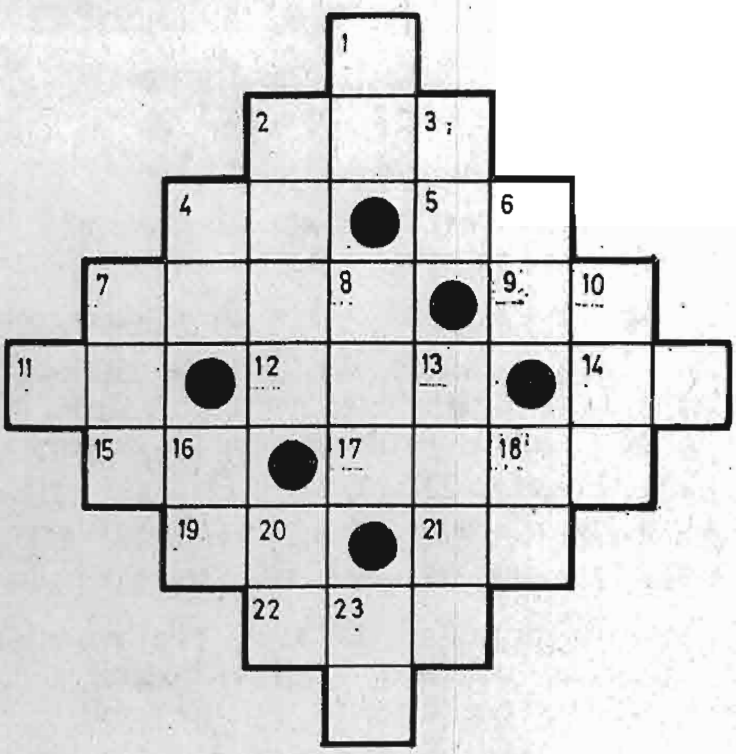
Sličnu osobinu imaju i neke druge grupe dvocifrenih brojeva, na primer:

$$13+42+53+57+68+97=79+86+75+35+24+31,$$
$$13^2+42^2+53^2+57^2+68^2+97^2+79^2+86^2+75^2+35^2+24^2+31^2,$$
$$13^3+42^3+53^3+57^3+68^3+97^3+79^3+86^3+75^3+35^3+24^3+31^3,$$

$$12+32+43+56+76+87+78+76+65+34+23+21,$$
$$12^2+32^2+43^2+56^2+76^2+87^2+78^2+76^2+65^2+34^2+23^2+21^2,$$
$$12^3+32^3+43^3+56^3+76^3+87^3+78^3+76^3+65^3+34^3+23^3+21^3.$$

MATEMATIČKA UKRŠTENICA

Popunite sledeću matematičku ukrštenicu. (Objašnjenje za popunjavanje ovakvih ukrštenica dato je u „Matematičkom listu" IV. 1—2, str. 82).



Vodoravno

2. Poluzbir brojeva 207 i 223.
4. NZS za brojeve 2, 3, 14.
5. Rešenje jednačine $2 \cdot x + 5 = 41$.
7. Najveći četvorocifreni broj.
9. Rešenje jednačine $13-(z+4)=2$.
11. Kvadrat broja 10 umanjen za 6.
12. Nepoznati deljenik iz $x:3=169$.
14. Kada se broj 45 umanji za traženi broj dobije se 27.
15. Piše se jednakim ciframa.
17. Četvorocifreni broj čiji je zbir cifara 11, cifra stotica iznosi 5, cifra hiljada jednaka je dvostrukoj cifri jedinica, a cifra desetica jednaka je zbiru cifre hiljada i cifre jedinica.
19. Proizvod broja 3 i zbira brojeva 3 i 4.
21. Kvadrat broja 8.
22. Toliko iznosi zbir uglova u pravougaoniku.

Vertikalno

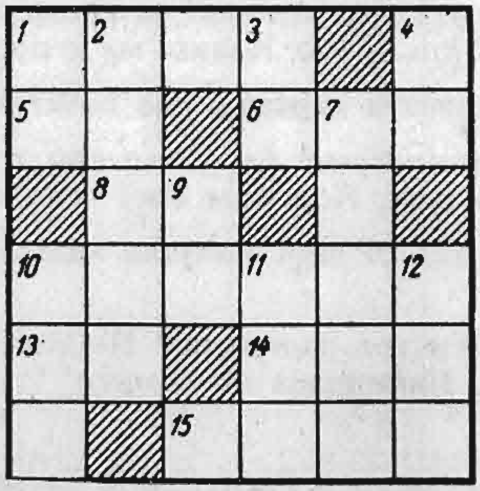
1. Trećina traženog broja iznosi 17.
2. Broj za 5 manji od 23 stotine.
3. Kao pod 1 vertikalno.
4. Deljiv sa 7, a pri deljenju sa 5 daje ostatak 4.
6. Najveći proizvod dva jednocifrena broja.
7. Proizvod zbira i razlike brojeva 32 i 9.
8. Polovina proizvoda od 44 i 41.
10. Sve tri cifre su mu jednake.
13. Zapremina akvarijuma 9 m dubokog, 20 m širokog i 42 m dugačkog.
16. Broj koji se može predstaviti kao proizvod pet dvojki.
18. Broj čiji je zbir cifara 7.
20. Količnik broja 39 i zbira brojeva 1 i 2.
23. Najmanji zajednički sadržilac za brojeva 6 i 11.

Rešenje u sledećem broju „Mat. lista".

Dragica Mihajić, student, Zemun

NAGRADNI ZADATAK BR. 17

(*Nagradna matematička ukrštenica*)



Vodoravno

1. Kvadrat jednog prostog broja.
5. Polovina najvećeg zajedničkog delitelja brojeva pod 10 i 11 uspravno.
6. Kub jednog neparnog jednocifrenog broja.
8. Broj koji pomnožen sam sa sobom daje broj pod 1 vodoravno.
10. Jedan simetričan broj, tj. takav da se jednako čita kako sleva nadesno, tako i sdesna ulevo. Taj broj je uz to i kvadrat nekog broja.
13. Broj koji je za 1 veći od broja pod 1 uspravno.
14. Broj koji je 5 puta veći od broja pod 8 vodoravno.
15. Kvadrat broja koji je za 1 veći od broja pod 13 vodoravno.

Uspravno

1. Broj za 8 manji od najmanjeg prirodnog broja koji pri deljenju sa 2, 3, 4, 5 i 6 daje redom ostatke 1, 2, 3, 4 i 5.
2. Zbir njegovih cifara iznosi 29.
3. Jedan prost broj.
4. Prost broj koji se sadrši bez ostatka u broju pod 11 uspravno.
7. Četvorostruki proizvod broja pod 13 vodoravno i jedne desetine broja pod 15 vodoravno.
9. Dvostruki broj pod 4 uspravno.
10. Broj pod 11 uspravno čitan u obrnutom smeru.
11. Kvadratni koren iz broja pod 10 vodoravno, tj. broj koji pomnožen sam sa sobom daje broj pod 10 vodoravno.
12. Jedan sadržalac broja pod 13 vodoravno.

Za pravilno rešenje biće nagrađeno 15 učenika (po 50 din.). Po potrebi odlučiće žreb. Popunjenu ukrštenicu poslati najkasnije **do 15.VI 1970.** godine na adresu: **Matematički list, Beograd, p.p. 728.** Na koverti obavezno naznačiti „Nagradni zadatak br. 17“. Ukrštenicu nemojte isecati iz „Mat. lista“, već je nacrtajte sami. Rešenje i imena nagrađenih objavićemo u „Mat. listu“ V.1.

* * *

ЗРНЦА

Минут за размишљање

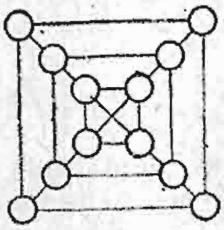
1. Прву половину пута мотоциклист је прешао брзином од 60 km на час, а другу — брзином 30 km на час. Колика му је просечна (средња) брзина?

2. Са две цифре записати најмањи цео позитиван број.

3. Замислио сам петоцифрени број. Кад сам од њега одузео јединицу добио сам четвороцифрен број. Који сам број замислио?

4. Колико пута у току 24 часа минутна казаљка на сату пређе изнад сатне (мање) казаљке?

5. На столу се налазе три палидрвца. Не додајући ниједно палидрвце направите од три четири. Палидрвца не ломити!



Распоредите бројеве

У кржиће на овој фигури упишите бројеве од 1 до 12, тако да збир бројева распоређених у теменима сваког од квадрата буде 26, а збирови бројева дуж дијагонала спољашњег квадрата да буду једнаки.

Договор кућу гради!

— Зашто се договараш са суседом? — опомиње наставник Милана за време писменог рада.
— Па, зато што две главе више знају него једна! — објасни Милан.

Nagrade rešavateljima konkursnih zadataka

„Matematički list" će i ove školske godine dodeliti **nagrade** za uspešno rešavanje konkursnih zadataka. Nagrade su pradviđene za rešavatelje iz svih razreda (V, VI, VII i VIII), a u obzir će se uzeti konkursni zadaci iz **svih brojeva** „Matematičkog lista" izašlih u ovoj školskoj godini (dakle, i zadaci iz ovog broja). Ove će nagrade biti poslate do 25. VI 1970. godine. Imena nagrađenih uz naznaku visine nagrade biće štampana u „Matematičkom listu" V. 1, koji će izaći početkom sledeće školske godine (u septembru).

U odnosu na prethodnu godinu, fond za nagrade rešavateljima konkursnih zadataka ove godine je povećan.

MATEMATIČKI LIST — BEOGRAD
Kupon za učesnike nagradnog konkursa

Kategorija učesnika: ....

Šifra: ....

MATEMATIČKI LIST — BEOGRAD

raspisuje

NAGRADNI KONKURS

za radove na temu

KAKO BI BILO BEZ MATEMATIKE?

Poznato je da matematika ima veliku ulogu u svim područjima ljudske delatnosti i da je određena matematička kultura danas karakteristika svakog iole obrazovanog čoveka, bez obzira kakvim se poslom bavi.

A da li je moguće zamisliti čovekov život bez matematike? Kakav bi bio taj život? Obrađujući temu, treba dati viziju života ljudi (društva) lišenog matematike, prikazati delatnost čoveka koji za matematiku ne zna („niti mu je ona potrebna"), a ne čoveka koji zna i mora da zna matematiku!

Učesnike konkursa, koji u tome budu najviše uspeli, očekuju nagrade!

Propozicije konkursa

- Radovi mogu biti: književni, likovni, stručni, naučno-popularni i sl.
- Pravo učešća na konkursu imaju svi građani Jugoslavije.
- Učesnici konkursa se dele u tri kategorije (prema stanju na dan 1. 5. 1970. godine):
  - A) učenici osnovne škole,
  - B) učenici škola drugog stupnja,
  - C) ostali građani.
- Za najuspelije radove u svakoj kategoriji biće dodeljene po tri nagrade: prva — 1 500, druga — 1 000 i treća — 500 dinara. Nagrade se daju iz *Nagradnog fonda Matematičkog lista*.
- Izbor radova za nagrađivanje izvršiće poseban Savezni žiri.
- Jedan učesnik može poslati samo jedan rad.
- Radovi se dostavljaju **pod šifrom** (neka reč ili broj, ili njihova kombinacija). Šifra se ispisuje na samom radu i na zapečaćenoj koverti u koju je stavljen listić sa podacima o učesniku konkursa (prezime i ime, pol, godina rođenja, zanimanje, školska sprema; adresa boravka; učenici navode još razred i školu; na isti listić napisati i šifru). Osim toga, na sam rad ili koverat u kome je zapečaćena adresa, abevezno treba nalepiti *kupon za učesnike nagradnog konkursa* sa oznakom kategorije učesnika konkursa (A, B ili C) i šifre. Kupon je odštampan u „Mat. listu" IV. 5, str. 200.
- Rad i koverat u kome je adresa učesnika poslati na adresu: **Matematički list, Beograd, Knez Mihailova 35/IV, p. p. 728.**
- **Rok za dostavljanje radova: 1. VIII 1970. godine (do 12 časova).**
- Rezultati će biti objavljeni u „Matematičkom listu" V.1 i „Politici" u vremenu 1—5. septembra 1970. godine.

VAŽNA OBAVEŠTENJA

1. Uredništvo poziva nastavnike i profesore matematike kao i ostale čitaoce da šalju svoje priloge za list: članke, odabrane zadatke, zadatke sa prijemnih ispita i matematičkih takmičenja, razne zanimljivosti. Poželjno je da svi rukopisi (osim učeničkih rešenja zadataka) budu pisani pisaćom mašinom s proredom, a crteži izrađeni na posebnoj čvršćoj hartiji. Rukopisi se ne vraćaju.

2. „Matematički list" namenjen je *svim učenicima* V—VIII raz. osnovne škole, a izlazi 5 puta u toku školske godine.

3. Prodajna cena pojedinom broju je 1,50 dinara. Godišnja pretplata (za svih 5 brojeva) iznosi 7,50 dinara. Naručioci za više od 10 kompleta imaju 10% *rabata* od prednje cene, a ukoliko unapred, tj. prilikom naručivanja, uplate celokupni iznos pretplate—imaju 20% *rabata* od prodajne cene (tj. plaćaju 1,20 din. po komadu, odnosno 6 dinara za komplet od pet brojeva). Nikakv drugi odbici ne uvažavaju se.

Narudžbe se šalju na adresu lista, a novac na **žiro-račun „Matematičkog lista" broj 608-8-1433-10**. Pri tome **obavezno** treba navesti *tačnu adresu* na koju list treba dostavljati i jasno naznačiti na šta se narudžbina odnosno uplata odnosi (na koje brojeve i po koliko primeraka od svakog broja). Uplatnica sa navedenim podacima takođe može služiti kao narudžbenica.

4. Raspolažemo još izvesnim količinama svih brojeva lista iz šk. 1967/68. god. (br. II.1—5) i šk. 1968/69. god. (br. III.1—5) i isporučujemo ih odmah.

5. Mole se poverenici „Mat. lista" da izmire sva zaostala dugovanja.

6. Sve priloge, primedbe i narudžbe slati *isključivo* na adresu:

Matematički list, Beograd, p.p. 728.

S A D R Ž A J

CENA 1,50 DINARA