SPOMENIK RUĐERA BOŠKOVIĆA RAD IVANA MEŠTROVIĆA

Prof. dr ing. NIKOLA ČUBRANIĆ

GEODETSKI RAD RUĐERA BOŠKOVIĆA

PRIGODOM
DVIJESTOPEDESET GODIŠNJICE
ROĐENJA

IZDAJE
ZAVOD ZA VIŠU GEODEZIJU AGG FAKULTETA U ZAGREBU
1961.

GEODETIC WORK
OF
RUDJER BOŠKOVIĆ
ON THE OCCASSION OF THE TWO HUNDRED AND FIFTIETH
ANNIVERSARY OF HIS BIRTH

PUBLISHED BY
THE INSTITUTE OF HIGHER GEODESY OF THE FACULTY OF ARCHITECTURE, BUILDING,
AND GEODESY OF THE UNIVERSITY
ZAGREB, 1961

LATINSKI TEKST UREDIO I PREVEO
Prof. dr VELJKO GORTAN

Tisak Grafičke škole u Zagrebu. Trg Maršala Tita 9

PREDGOVOR

Djela Ruđera Boškovića zadiru gotovo u sve grane nauke. Po naslovima njegova sedamdesetijednog rada, kako ih je kronološkim redom počevši od 1736, sa De maculis solaribus, pa do posljednjeg, godine 1785. Opera pertinentia ad opticam et astronomiam (u pet tomova), naveo akademik Franjo Rački, a od kojih su mnogi podebele knjige, razabiremo radove sa područja astronomije, matematike, geometrije, fizike, geodezije, građevinarstva, arhitekture pa i arheologije. Taj ogroman rad nije bio uzalud. U svim tim granama nauke dao je Bošković značajan doprinos.

Iako ga mnogi savremenici nisu shvatili, današnja nauka daje mu puno priznanje, a tim više se ocrtava veličina njegova duha. Akademik Franjo Rački čitao je na svečanoj sjednici Jugoslavenske akademije znanosti i umjetnosti u Zagrebu 14. II. 1887., prigodom uspomene stogodišnjice njegove smrti slijedeće: »Čim više budu napredovale znanosti, tim će se više cijeniti zasluge našega Boškovića«. (Rad Jug. akademije 1887-8 str. 94).

Tom općom ocjenom Boškovićevih djela uviđamo, da je Rački iznio njihovu pravu vrijednost. Teško bi se danas moglo u potpunosti prikazati Boškovićeva djela, čak i po pojedinim granama nauka. Temeljito se može izmijeniti samo pojedino djelo.

Tako je u »Radu« Jug. akademije za godinu 1887-88, posvećenom »Uspomeni prve stogodišnjice smrti njegove«, iznio i obradio akademik J. Torbar, Boškovićev rad na polju astronomije i meteorologije, akad. Dvořak, Boškovićev rad na polju fizike, akad. F. Marković, Filozofijski rad Rugjera Bošk ovića; U Radu Jug. akademije za godinu 1910. akad. V. Varićak — iznio je i obradio Matematički rad Boškovićev. U Radu Jug. akademije za godinu 1912. obradio je akad. V. Varićak, Boškovićeve bilješke o apsolutnom i relativnom kretanju. Mala filozofska biblioteka izdala je izbor iz djela: Teorija prirodne filozofije — latinski tekst i prevod od V. Gortana sa predgovorom D. Nedeljkovića i pogovorom E. Stipanića (Kultura — Beograd 1958.). Potpuniju studiju toga djela dao je akad. Ž. Marković u O dvjestagodišnjici Boškovićeve Philosophiae naturalis Theoria, izdanje Jug. akademije, Zagreb 1959.

Vjerojatno da u radu Philosophiae naturalis Theoria Boškovićev duh najjače svijetli. U tom djelu polazeći od nekih Newtonovih ideja i provodeći do kraja njihovu analizu došao je Bošković na području djelovanja sila i shvaćanja materije do sasvim novih misli o sastavu materije, koja imaju vezu i s današnjom teorijom relativiteta i s modernom atomistikom. Čak u građevinarstvu, kojim se Bošković nije puno bavio, dao je ipak mnogo. Ispitujući npr. pukotine na kupoli crkve Sv. Petra 1742. matematičkim i statičkim metodama, dao je svoje mišljenje na naučnoj dokumentaciji i to je vjerojatno prva stručna ekspertiza u građevinarstvu.

Slaveći dvjestapedesetu godišnjicu rođenja Ruđera Boškovića, Zavod za višu geodeziju A. G. G. fakulteta u Zagrebu odlučio je da prikaže cjelokupni Boškovićev rad na polju geodezije s osvrtom na razvoj geodezije do današnjih dana i da tom prilikom izda i jedno originalno Boškovićevo geodetsko djelo.

U Boškovićeve geodetske radove ubrajamo: De veterum argumentis pro telluris sphaericitate (O razlozima starih za sferičnost Zemlje), Rim, 1739.; De inaequalitate gravitatis in diversis terrae locis (O nejednakosti sile teže na različitim mjestima Zemlje), Rim, 1741.; De litteraria expeditione per pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam (O naučnoj ekspediciji po papinskoj državi sa svrhom da se izmjere dva stupnja meridijana i ispravi geografska karta), Rim, 1755. Ovo posljednje je ujedno i najvažnije i najveće Boškovićevo geodetsko djelo. Napisao ga je zajedno

sa Christophorom Maireom. Djelo je podijeljeno u 5 knjiga, sa ukupno 500 stranica. Prvu, četvrtu i petu knjigu napisao je Bošković, a drugu i treću (ukupno 59 strana) Maire. U djelu je opisan mučan terenski rad koji je trajao dvije i pol godine, okolnosti koje su Boškovića navele na taj rad, zatim konstrukcija instrumenata, rezultati, te konačno teorija o obliku Zemlje.

Ta je knjiga prevedena na francuski pod naslovom Voyage astronomique et géografique dans l'état de l'église, Paris 1770. U francuskom izdanju nalazi se jedan Boškovićev dodatak (str. 501—512) u kome izlaže svoj način izjednačenja mjerenja s jednim primjerom izjednačenja.

O tom svom radu napisao je Bošković i izvještaj za bolonjsku akademiju pod istim naslovom tj. De litteraria expeditione per pontificiam ditionem, 1756 god. To je kratki sadržaj cjelokupnog djela iz godine 1755. Taj rad je štampan u Memoriae de Bononiensi Scientiarum et Artium Instituto atque Academia, (Vol. IV. 1757., pag. 353—394). Truhelka, boraveći jednom u Italiji, naišao je na taj rad i prepisao ga.

Budući da nismo u mogućnosti da izdamo osnovno Boškovićevo djelo, original i prevod, zbog njegove obimnosti, odlučili smo da za ovu svrhu izdamo skraćeno, ali originalno njegovo djelo upućeno bolonjskoj akademiji, i da pored latinskog teksta damo i hrvatski prevod. Susretljivošću Jug. akademije stavljen nam je na raspolaganje uređen latinski tekst toga djela i hrvatski prevod. Crteže koje prilažemo na kraju toga rada su originalni Boškovićevi crteži uzeti iz Voyagea. Izostavili smo pak popis koordinata (geografske širine i dužine) pojedinih mjesta i gradova dobiven mjerenjem u svrhu izrade karte.

Ovim ćemo recima nastojat detaljnije objasniti taj rad pogledima današnjice, upozoriti čitaoca na ono što je bitnije i važnije, na postavke trajnije vrijednosti.

Na ovom mjestu istaći ćemo samo najvažnije Boškovićeve postavke i misli iz njegovog geodetskog rada, od kojih mnoge njegovi savremenici nisu ni uočili, a koje tek današnjica otkriva i nalazi ih ispravnima. Bošković u ovom radu jasno iznosi zašto je naumio da mjeri luk meridijana. On je prvi tvrdio, da zbog različito smještenih Zemljinih masa svi meridijani neće biti jednaki niti paralele točne kružnice. Bošković izvodi spomenuta mjerenja da dokaže ovu svoju teoriju. Tek sto godina kasnije je općenito prihvaćeno, da je oblik Zemlje nepravilan i dat mu je naziv geoid.

Bošković je postavio hipotezu da ispod većih brda moraju postojati mase manje gustoće, koje nekako kompenziraju uzdignuća. I ova postavka je prihvaćena danas kao točna, a i na njoj se počelo raditi opet cca 100 godina nakon Boškovića.

Iako Legendreu i Gaussu pripada prvenstvo u teoriji najmanjih kvadrata i detaljnoj njenoj razradi za svrhe izjednačenja, Boškoviću pripada prvenstvo u teoriji pogrešaka, a isto tako i u samom računa izjednačenja.

Boškovićeva ideja da se za mjerenje sile teže izradi poseban aparat, koji bi imao elastično pero i uteg obješen o niti, pa bi promjene sile teže pokazivala kazaljka na brojčaniku slično kao na satu, a takvim bi se aparatima mogla mjeriti sila teža i na morima (brodu), ostala je također nezapažena. Tek u najnovije vrijeme, pred početak drugog svjetskog rata, počeli su se proizvoditi aparati na tim principima, kojima se neusporedivo brže i točnije mjeri sila teže, kako na kopnu tako i na moru.

Misli i djela sama dovoljno govore o veličini Boškovićevog duha. Dalje prepuštamo čitaoca samom Boškoviću i našem tumačenju.

FOREWORD

Ruđer Bošković's works have to do with almost all the branches of science. The mere titles of his seventy-one works, as Academician Franjo Rački cited them, from De maculis solaribus in 1736 to Opera pertinentia ad opticam et astronomiam (in five volumes) in 1785, render manifest the following scientific fields: astronomy, mathematics, geometry, physics, geodesy, architecture, and even archeology. All these works, many of which are rather thick books, have not been in vain, since in all these fields Bošković has made a remarkable contribution.

Though many of his contemporaries did not comprehend him, the present state of science gives him full credit, bringing to a still stronger relief the magnitude of his mind.

On February 14, 1887, at the formal meeting of the Jugoslav Academy of Science and Art — Zagreb on the occasion of the hundredth anniversary of Bošković's death, Academician Franjo Rački read the following: »The further sciences advance, the greater the appreciation of our Bošković's merits will be«. (»Rad«, Yugoslav Academy, 1887-8, page 94).

We realize today that with his general appraisal of Bošković's achievements Rački stressed their real value. It would take considerable effort in order to present Bošković's works in their completeness, if even according to their individual branches. Only single works can be fully presented.

So in the »Rad« of the Yugoslav Academy of 1887-8, consecrated to the »first hundredth anniversary of his death«, Academician J. Torbar brought up and treated Bošković's activity in the field of astronomy and meteorology; Acad. Dvořak — Bošković's activity in the field of Physics; Acad. F. Marković — Rudjer Bošković's philosophical work; in the »Rad« of the Yugoslav Academy for 1910 Acad. V. Varićak brought up and discussed the mathematical work of Bošković. In the »Rad« of the Yugoslav Academy for 1912 Acad. V. Varićak treated — Bošković's notes about absolute and relative motions. Mala filozofska biblioteka (The Little Philosophical Library) has published a selection from the work: The Theory of Natural Philosophy — with the Latin text and a translation by V. Gortan and D. Nedeljković, with a fereword by D. Nedeljković and an afterword by E. Stipanić, (Kultura, Belgrade, 1958). A fuller study of the above work was made by Acad. Ž. Marković in On the Occasion of the Two Hundredth Anniversary of Bošković's Philosophiae naturalis Theoria, published by the Yugoslav Academy, of Science and Art Zagreb, 1959.

Bošković's mind probably shines in its brightest in his Philosophiae naturalis Theoria. In this work, starting off with some of Newton's ideas and thoroughly analysing them, Bošković came up to quite new ideas in the field of the action of forces and regarding conceptions about matter, new ideas about the composition of matter, ideas even related with today's theory of relativity and modern atomics. Although Bošković did not go in for architecture too extensively, he nevertheless contributed much to it. Examining, for instance, crevices on the cupola of St. Peter's church in Rome in 1742, by mathematical and static methods, he expressed his opinion on the subject, with a scientific documentation, and that is probably the first expertise in architecture.

Celebrating the two hundred and fiftieth anniversary of the birth of Rudjer Bošković, the Institute for Higher Geodesy of the Faculty of Architecture, Building, and Geodesy, of the University of Zagreb, made the decision to publish an original geodetic work by Bošković with a Croatian translation and a commentary surveying Bošković's works in the field of geodesy and reviewing the development of geodesy up to today's conceptions.

Bošković's geodetic works include: De veterum argumentis pro telluris sphaericitate (About the ancients' reasons for the sphericity of the Earth), Rome, 1739; De inaequalitate gravitatis in diversis terrae locis (About the inequality of gravity at various places

of the Earth), Rome, 1741; De litteraria expeditione per pontificiam ditionem ad dimetiendos duos meridiani gradus et corrigendam mappam geographicam (About the scientific expedition through the papal state with a view to measure two grades of the meridian and correct the geographical map), Rome, 1755. The last title represents in the same time the most important and the greatest geodetic work of Bošković. The work, written together with Christophor Maire, is divided into five books amounting to a total of 500 pages. The first, the fourth and the fifth books were written by Bošković, and the second and the third books (with a total of 59 pages) by Maire. The work describes the painstaking outdoor work in the duration of two years and a half, the circumstances that induced Bošković to do it, the construction of instruments, the results, and finally the theory about the form of the Earth.

The book was translated into French with the title Voyage astronomique et géografique dans l'etat de l'église, Paris 1770. In this French edition there is a Bošković's appendix (pages 501—512), in which he expounds his manner of compensating the measurements and offers a concrete example of that compensation.

Bošković also wrote a report for the Bolognese Academy about the same theme and under the same title, i. e., De litteraria expeditione per pontificiam ditionem, 1756. This is a short summary of the complete work from 1755. The work was printed in Memoriae de Bononiensi Scientiarum et Artium Instituto atque Accademia, Vol. IV, 1757, pages 353—394. When Truhelka stayed in Italy he came across that work and copied it.

In view of an impossibility to publish Bošković's basic work, with both the original and a translation, we have made up our mind to publish for this purpose the shortened, but original work published by the Bolognese Academy and to give, along with the Latin text, also a Croatian translation. Through the kindness of the Yugoslav Academy the revised Latin text of that work and a Croatian translation have been made available to us. The drawings included at the end of the work are original Bošković's drawings taken from the Voyage. We have, howevever, omitted the list of cooardinates (geographical latitudes and longitudes) of individual places and towns, got at by measurementes in view of making the map.

In our commentary we shall try to explain the work in greater detail, with the conceptions of the present time, to remind the reader of what is more essential and more important, of the ideas of more permanent value.

Here we want to emphasize only Bošković's most important assumptions and ideas from his geodetic work, many of which were quite unnoticed by his contemporaries, being discovered and found correct only by the present day. In his work Bošković stated quite clearly why he had decided to measure the arc of the meridian. He was the first to state that owing to the differently placed Earth's masses the meridians would not be all equal, nor the parallels all exact circles, Bošković made the measurements with the special purpose to prove his theory. Only one hundred years later it was generally accepted that the form of the Earth was irregular and it was given the name of a geoid.

Bošković set forth the hypothesis that below bigger mountains should lie masses of lower density, which somehow should have made up for the evelations. This view, as well, is accepted as correct today; the work on it was started, once again, about one hundred years after Bošković.

Although the priority in the theory of the minimum squares and its detailed elaboration with the purposes of compesation belongs to Legendre and Gauss, the priority in the theory of errors belongs to Bošković, as well as the computation of the compensation itself.

Bošković's idea, to construct a special apparatus for the measurements of gravity, which would include a spring and a weight hung on a thread so that the changes of gravity would be indicated by a hand on a dial, in the manner similar to that of a clock, with which apparatuses gravity could also be measured on seas (aboard a ship), had also been unnoticed. Only in the most recent time, on the eve of World War II, the production of apparatuses along these principles was launched, so that gravity is measured in an incomparably quicker and exacter manner, both on land and sea.

The ideas and works tell sufficiently for themselves about the magnitude of Bošković's mind. From now on we entrust the reader to Bošković himself and to our commentary.

DE
LITTERARIA EXPEDITIONE
PER
PONTIFICIAM DITIONEM
AD DIMETIENDOS DUOS MERIDIANI GRADUS
ET CORRIGENDAM MAPPAM GEOGRAPHICAM
JUSSU, ET AUSPICIIS
BENEDICTI XIV.
PONT. MAX.
SUSCEPTA A PATRIBUS SOCIET. JESU
CHRISTOPHORO MAIRE
ET
ROGERIO JOSEPHO BOSCOVICH.

ROMÆ MDCCLV.

IN TYPOGRAPHIO PALLADIS
EXCUDEBANT NICOLAUS, ET MARCUS PALEARINI
PRÆSIDUM PERMISSU.

ROGERII JOSEPHI BOSCOVICH

DE LITTERARIA EXPEDITIONE PER PONTIFICIAM DITIONEM

Edidi ego quidem, Academici lectissimi, sub ipsum exitum superioris anni volumen integrum de hac expeditione, quam jussu, auspiciis, sumptibus Benedicti XIV Pontificis omnino maximi, litterarum ac litteratorum hominum fautoris munificentissimi atque hujusce nostrae Academiae non patroni tantummodo vigilantissimi, verum etiam amantissimi parentis, ante quinque annos susceperam et ad exitum felicem demum perduxeram una cum P. Christophoro Maire, doctissimo Societatis nostrae mathematico, quem ut mihi in ardua sane provincia administranda comitem adjungerem, facile et ab ipso et a summo Pontifice impetravi. Ejus operis brevissimum quoddam specimen ac totius expeditionis et consilium et fructum, quoniam id ipsum et vos exposcitis et jubet Pontifex, hic proponam; rem omnem intimius ac plenius desiderantem cognoscere ad ipsum volumen remittam.

Post nuncupatoriam epistolam, qua ego communi utriusque nomine Pontifici de re ipsa benemerentissimo totum inscripsi opus, post praefationem paullo fusiorem, qua meo nomine lectorem allocutus, quid in ipso volumine contineretur, admonui, habentur opuscula quinque, fusiora tria, primum nimirum ac postrema duo a me conscripta, breviora bina a Mairio ipso, secundum nimirum ac tertium.

Primum quidem opusculum continet expeditionis ipsius commentarium quendam historicum et physicum, sic enim ipsum inscripsi; ac primo capite expeditionis ineundae consilium et scopum exposui, secundo expeditionis initae rationem et fructum; atque ita ibi quidem argumentum ipsum per-

RUĐER JOSIP BOŠKOVIĆ

NAUČNO PUTOVANJE PO PAPINSKOJ DRŽAVI

Ja sam, odlični akademici, pod sam kraj prošle godine izdao cjelovito djelo o ovom putovanju, koje sam, po nalogu, pod pokroviteljstvom i na trošak pape Benedikta XIV doista velikoga, veoma darežljiva zaštitnika nauke i učenjaka i ne samo veoma brižna pokrovitelja ove naše Akademije nego i njezina preljubezna oca, prije pet godina poduzeo i konačno doveo do sretna završetka zajedno s o. Kristoforom Le Maire, silno učenim matematičarom naše Družbe. Da njega dobijem za pratioca u vršenju toga doista teškog zadatka, lako sam ishodio i od njega samoga i pape. Budući da i vi to tražite i da papa nalaže, iznijet ću ovdje u sažetu obliku pregled sadržaja toga djela kao i cilj i rezultat čitava toga putovanja. Onoga, koji bi sav taj pothvat želio upoznati temeljitije i potpunije, uputit ću na spomenuto djelo.

Iza posvetne poslanice, kojom sam zajednički u ime nas obojice posvetio čitavo djelo papi, veoma zaslužnom za cijeli taj pothvat, i iza malo opširnijeg predgovora, u kojem sam upravio riječ čitaocu u svoje ime i izvijestio ga o sadržaju toga djela, nalazi se pet knjiga: tri opsežnije, naime prva i posljednje dvije, koje sam napisao ja, i dvije kraće, naime druga i treća, koje je napisao Le Maire.

Prva knjiga sadržava neki povijesni i fizički prikaz toga putovanja; tako sam je naime nazvao. U prvom poglavlju izložio sam osnovu i cilj pri poduzimanju toga putovanja, a u drugom postupak u tom putovanju i rezultat nakon njegova izvršenja. Tu sam tako prikazao sam predmet, da i oni, koji tractavi, ut ab iis quoque, qui geometriam atque omnem computandi rationem vel fastidiunt vel ignorant, totum id perlegi et vero etiam intelligi possit opusculum. Fuit autem duplex ipsius expeditionis scopus, alter ad generalem geographiam, nimirum ad terrestris figurae investigationem pertinens, dimetiendorum meridiani graduum, qui Urbem inter et Adriaticum mare interjacent, alter ad particularem corrigendae geographicae mappae ditionis ejusdem, quam innumeris et crassis ac minime tolerandis erroribus ubique scatere compertum erat; prior quidem praecipuus et multo magis e re totius litterariae Reipublicae, posterior prioris occasione ortus et ad Pontificiam ditionem restrictus. Porro ut ad ipsum devenirem scopum et expeditionis ineundae consilium exponerem, brevem contexui eorum, quae huc usque ad figuram telluris determinandam sunt gesta, historiolam quandam, ut et in exponenda expedicitionis initae ratione rationem ipsam initarum observationem et itinerum nostrorum seriem sum persecutus et nonnulla ad historiam quoque naturalem pertinentia, quorum observandorum se occasio praebuit, quandoque immiscui.

Secundo opusculo Mairius observationum communium pertinentium ad graduum dimensionem exposuit seriem et calculorum arithmeticorum fructus a se collectos, ubi et pauca quaedam, quae ad instrumentorum rationem correctionemque spectant, brevissime attigit, quae quidem ego idcirco multo uberius explicavi quarto opusculo et pluribus schematis atque accuratis demonstrationibus illustravi. Tertio vero opusculo nonnulla, quae ad mappae correctionem pertinebant, quam quidem ex communibus itidem observationibus computaverat ipse atque delineaverat (prodiit autem una cum eodem volumine typis impressa, sed multo ampliore forma quam ut ei posset interferri), proposuit, ubi quae gesta a nobis fuerant, brevi attigit, quae et quibus de causis praetermissa, uberius explicavit; at eorum, quae gesta sunt, fructum sane praecipuum ad ipsius calcem adjecit, uberem nimirum urbium omnium oppidorumque Pontificiae ditionis praecipuorum catalogum cum latitudine ac longitudine geographica singulorum, quas omnino, accuratas esse censemus ita, ut ne unius quidem minuti error habeatur. In ipsa vero mappa habetur sane ingens minorum etiam locorum numerus, quorum positio accuratissime a nobis definita est per observationes geodeticas; nam quae minus certo

ili zaziru od geometrije i od čitave vještine računanja ili ih ne poznaju, mogu s razumijevanjem pročitati do kraja čitavu tu knjigu.

To je putovanje imalo dva cilja. Jedan se odnosio na opću geografiju, naime na ispitivanje oblika Zemlje i na mjerenje meridijanskih stupnjeva, koji leže između Rima i Jadranskog mora, a drugi na posebnu geografiju, da bi se ispravila geografska karta Papinske države, za koju je kartu bilo poznato da je posvuda puna nebrojenih krupnih i nepodnošljivih pogrešaka. Prvi je cilj osobito važan i mnogo je više na korist čitave znanstvene republike, a drugi se pojavio prilikom prvoga te je ograničen na Papinsku državu. Nadalje, da bih došao do samoga cilja i izložio plan pri poduzimanju toga putovanja, sastavio sam kratak historijat svega, što je dosada učinjeno, da bi se odredio oblik Zemlje. Tako sam i u izlaganju izvršenog putovanja naveo postupak primjenjivan kod promatranja i niz naših putovanja, a ponekad sam uvrstio i neke podatke iz prirodopisa, za kojih se promatranje pružila prilika.

U drugoj je knjizi Le Maire iznio niz zajedničkih promatranja u vezi s mjerenjem stupnjeva i rezultate aritmetičkih računa, do kojih je sam došao. Tu se vrlo kratko dotakao i nekih pojedinosti u vezi s instrumentima i njihovim ispravcima. Zato sam ja u četvrtoj knjizi to izložio mnogo opširnije i objasnio s više nacrta i brižno sastavljenih obrazloženja.

U trećoj je pak knjizi naveo neke podatke o ispravljanju geografske karte, koju je na temelju isto tako zajedničkih naših promatranja sam izračunao i nacrtao (ona je štampana zajedno s istim djelom, ali je bila odveć velika formata, da bi se u njega mogla uvrstiti). Tu se ukratko osvrnuo na naš zajednički rad i objasnio, što je izostavljeno i zbog čega, a doista važan rezultat, naime opsežan popis svih gradova i važnijih gradića Papinske države sa geografskom širinom i dužinom svakoga od njih, za koje općenito smatram da su tako brižno proračunate, da se tu ne nalazi pogreška ni od jedne jedine minute, nadodao je na kraju čitavoga djela. Na samoj pak geografskoj karti nalazi se doista golem broj i manjih mjesta, kojih smo položaj pomno utvrdili pomoću geodetskih promatranja. Ona naime mjesta, koja su određena manje izvesno, označena su na samoj karti nekom lunulom ili pak pripadaju determinata sunt, notantur ibidem per lunulam quandam vel ad exiguos quosdam pertinent tractus, quos in adjecto ipsi mappae monito ad lectorem exposui; cui quidem mappae ego itidem nuncupatoriam epistolam adjeci, qua opus e communibus observationibus ope suorum calculorum a Mairio confectum communi nomine ipsi Pontifici dedicavi.

Opusculo quarto, quae ad instrumentorum constructionem et usum pertinent, quae ad correctionem et, ut vocant, rectificationem ipsorum, ad observandi methodum, ad aestimationem atque emendationem errorum, qui in ipso instrumentorum usu atque in deductionibus per erroneas observationes factis possunt irrepere, ad rationem omnem deducendi ex observationibus peractis magnitudinem gradus, tum vero etiam ad accuratam in ipsas nostras observationes inquisitionem ac earum deductionumque collectionem multiplicem, ita fuse atque accurate sum persecutus, ut omnino arbitrer eum etiam, qui summum quoddam tantummdo atque commune practicae astronomiae specimen habuerit, posse eo perlecto opusculo sine ullo errandi periculo idem aggredi opus et meridiani gradum per observationes a se institutas definire, sperem autem lectori harum rerum perito nullam de accurata nostri gradus mensura superfuturam dubitationem. Porro in instrumentis ipsis, quae maxima sane ex parte nova quadam mea methodo et construi et collocari volui, illum in primis curandum duxi, et perquam facile adhiberi possent, possent autem itidem admodum facile ad examen revocari ita, ut errores ab artifice commissi facile itidem et accurate cognoscerentur nec obervationibus obessent quidquam, quarum aestimatio et certa determinatio non ab artificis doctrina atque exercitatione et cura, sed ab observatoris diligentia atque industria penderet. Atque id ipsum ita sum assecutus, ut licet industrium quidem atque attentum, sed novum nec unquam antea in eo instrumentorum genere exercitatum artificem adhibuerim, nihilo tamen minus in observationibus astronomicis quam plurimis, a quibus potissimum totius perquisitionis successus pendet, vix usquam unius minuti secundi discrimen occurat a media omnium definitione.

Opusculo demum quinto in telluris figuram, in cujus gratiam potissimum omnis haec expeditio suscepta est, diligentius aliquanto inquirendum duxi et quae ad eam vel ex aequilibrio

nekojim manjim područjima, koja sam naveo u napomeni čitaocu dodanoj toj karti. Isto tako dodao sam toj karti posvetnu poslanicu, kojom sam taj rad, što ga je na temelju naših zajedničkih promatranja izvršio Le Maire pomoću svojih računa, posvetio zajednički u ime obojice samom papi.

U četvrtoj sam knjizi ono, što se odnosi na konstrukciju i upotrebu instrumenata, na njihovo ispravljanje i tzv. rektifikaciju, na metodu promatranja, na ocjenu i smanjivanje pogrešaka, što se mogu uvući u upotrebu instrumenata i u zaključke izvedene na temelju netočnih promatranja, na čitav postupak pri izvođenju veličine stupnja iz obavljenih promatranja, nadalje također na pomno ispitivanje samih naših promatranja i na mnogostruko sabiranje njih i iz njih izvedenih zaključaka, izložio tako opširno i točno, da doista smatram, da će i onaj, koji je dobio samo neki osnovni i općeniti pojam praktične astronomije, kad pročita tu knjigu, moći pristupiti tom istom poslu bez ikakve opasnosti da će pogriješiti i da će na temelju vlastitih promatranja moći odrediti meridijanski stupanj. Što se pak tiče čitaoca upućena u takav rad, nadam se, da ne će u njemu preostati nikakva sumnja u točno mjerenje našega stupnja.

Nadalje, kod samih instrumenata. koje sam doista najvećim dijelom dao izraditi i namjestiti po nekoj novoj, mojoj metodi, u prvom sam redu smatrao da se moram pobrinuti, da rukovanje njima bude veoma lako i da se oni sami dadu sasvim lako ispitati, tako da se pogreške počinjene od njihova konstruktora na isti način mogu lako i točno uočiti, da ne bi nimalo škodile promatranjima, pa da ocjena i pouzdano određivanje promatranjâ ne zavisi od učenosti, izvježbanosti i nastojanja konstruktora, nego od točnosti i revnosti promatrača, To sam postigao u tolikoj mjeri, da se, iako sam uzeo sebe kao doduše revna i pomnjiva, ali nova i u toj vrsti instrumenata nikada prije toga izvježbana konstruktora, ipak uza sve to u veoma brojnim astronomskim promatranjima, od kojih u prvome redu zavisi uspjeh cjelokupnoga tog ispitivanjima, jedva igdje javlja razlika od jedne sekunde prema prosječnom rezultatu svih promatranja.

Naposljetku, smatrao sam, da u petoj knjizi treba nešto pomnjivije ispitivati oblik Zemlje, radi čega je upravo i poduzeto čitavo ovo putovanje. Zato sam izložio ono, što se od-gravium vel ex dimensione graduum determinandam pertinent, sum prosecutus; illud autem curavi in primis, ut geometriae vim in difficilium sane problematum solutione experirer; nec usquam algebraico sum usus calculo nisi ad colligendas ex geometricis solutionibus breves formulas, quae unico obtutu solutionum ipsarum fructum exhiberent et arithmeticas supputationes dirigerent, nec integrali calculo usquam nisi ad ipsas geometricas solutiones confirmandas.

Porro in hoc postremo opusculo primo quidem generalem exhibui solutionem problematis, quo investigatur figura massae fluidae gravitantis ad datum centrum vi utcumque data per distantias, et maxime notatu dignos peculiares evolvi casus, tum alias gravitatis leges itidem notatu dignas persecutus sum, in quarum altera gravitas constans dirigatur ad bina centra, quae quidem in quiescente fluido requirit Apollonianam ellipsoidem productam, in altera gravitas dirigatur secundum tangentes curvae cujusdam, quam hypothesim Mairanius produxit ad conciliandam cum diurna rotatione figuram ortam a conversione curvae cujusvis circa axem suum; quibus expositis ad eam gravitatem delapsus, quam in natura existere astronomia Newtoni mechanica nos edocuit, aggressus sum problema fluidi homogenei, cujus particulae in se invicem gravitent in ratione reciproca duplicata distantiarum, et Mac-Laurinianis inventis usus, sed, ni fallor, an multo faciliorem simplicioremque redactis forman, inveni ellipsoidem Appolonianam et partim Bernoulliana quadam methodo, partim mea ellipticitatem pro casu exiguae compressionis admodum facile derivavi. Tum et longe difficiliorem pro simplici geometria casum fluidi circumfusi sphaerico nucleo densitatis cujuscumque artificio quodam notatu non indigno expedivi ita, ut eadem mihi formula, ex hac geometrica solutione, obvenerit, quae Clerautio ac D'Alambertio ex analyticis, in cujus formulae usu et quadam velut interpretatione habentur ibi nonnulla, quae cum ego quidem, Academici lectissimi, maxime scitu digna censeam, paullo uberius etiam hic vobis exponam, sed interea hujus opusculi ordinem ac rerum in eo pertractarum seriem persequar.

Post ejusmodi problematum solutiones aggressus sum perturbationes, quas in hac vera gravitatis hypothesi gignunt inae-

nosi na određivanje Zemljina oblika bilo po ravnoteži teških tjelesa ili po izmjeri stupnjeva. No u prvom sam redu nastojao oko toga, da u rješavanju doista teških problema iskušam vrijednost geometrije. Stoga se nigdje nisam poslužio algebarskim računom osim da bih na temelju geometrijskih rješenja sastavio kratke formule, koje će odmah na prvi pogled pružiti rezultat tih rješenja i upravljati aritmetičkim proračunavanjima. Pa ni integralnim računom nisam se poslužio nigdje drugdje nego samo da bih potvrdio geometrijska rješenja.

Nadalje, u toj sam posljednjoj knjizi najprije iznio općenito rješenje problema, u kojem se ispituje oblik tekuće mase, što gravitira prema danom središtu silom na koji mu drago način po udaljenostima, i prikazao posebne slučajeve najvećma vrijedne pažnje. Zatim sam izložio druge zakone sile teže, koji su vrijedni pažnje u jednakoj mjeri. Prema jednome od njih, teža je stalno upravljena na dva središta, pa taj zakon kod tekućine koja miruje traži Apolonijev produljeni elipsoid, a prema drugom zakonu, teža je usmjerena po tangentama neke krivulje. Tu je hipotezu iznio de Mairan, da bi oblik, koji je proizašao od okretanja bilo koje krivulje oko svoje osi, izmirio s dnevnom vrtnjom. Izloživši to, prešao sam na onu težu, čije nam je postojanje u prirodi dokazala Newtonova mehanička astronomija, pa sam pristupio problemu homogene tekućine, čije se čestice međusobno privlače u dvostrukom recipročnom omjeru udaljenosti. Poslužio sam se i Mac-Laurinovim pronalascima, ali sam ih, ako se ne varam, sveo na mnogo lakši i jednostavniji oblik. Tako sam došao do Apolonijeva elipsoida pa dijelom po nekoj Bernoullijevoj metodi, a dijelom po svojoj vlastitoj odatle vrlo lako izveo eliptičnost za slučaj neznatne sploštenosti. Zatim sam i slučaj, koji je za običnu geometriju mnogo teži, naime kad tekućina obavija kuglastu jezgru bilo koje gustoće, nekim umijećem zaista vrijednim pažnje riješio tako, da sam tim geometrijskim rješenjem došao do iste formule, do koje su Clairaut i D'Alembert došli analitikom. U primjeni i u nekom gotovom tumačenju te formule nalaze se na tome mjestu neke postavke, koje ću vam, odlični akademici, jer ih smatram vrlo vrijednima da budu upoznate, i ovdje izložiti nešto opširnije, no međutim nastavit ću izlaganje rasopreda te knjige i niza u njoj raspravljenih pitanja.

Nakon rješenja takvih problema prešao sam na smetnje, što ih prema toj točnoj hipotezi prouzrokuju neravnosti, koje qualitates eae, quae in superficie telluris occurrunt; quas quidem deprehendi multo sane magis obesse directioni gravium, ex qua graduum dimensiones pendent, quam gravium inaequalitati illi, quae ita cum telluris figura connexa est, ut per eam etiam in ejus ellipticitatem liceat inquirere. Exhibui autem admodum expeditam ejusdem perquisitionis rationem et comparationes institui plures praecipui usus, ac omnium maxime accuratis pendulorum isochronorum observationibus, quas inter se haud ita multum dissidentes inveni.

Haec priore capite persecutus, posteriore delapsus sum ad methodum alteram ejusdem perquisitionis per graduum dimensiones, ubi primo quidem exposui, quid gradus sint tam meridiani quam paralleli, quod quidem ipsum peculiari consideratione dignissimum esse arbitror, et sunt nonnulla eo pertinentia, quae facile admodum doctis etiam et exercitatis hominibus possint imponere. Deinde vero ipsam aggressus figurae determinationem per gradus, in iis potissimum immoratus sum, quae pertinent ad ellipsoiden per binos gradus determinandam, sive uterque ad meridianos pertineat sive ad parallelos, sive alter ad meridianum et alter ad parallelum, quorum quidem problematum binas admodum expeditas solutiones exhibui a simplicissimis quibusdam conicarum sectionum proprietatibus repetitas.

Inde autem strata jam via, in ipsam telluris figuram per ipsos inquisivi gradus, quos habemus hucusque accurate definitos, quorum exhibui catalogum, ubi alias alia binaria inter se plurimum dissidentes determinationes prodiderunt; cujus quidem discriminis plures ibidem protuli causas ac illud in primis, nisi me mea fallit opinio jam olim animo concepta et ante annos fere viginti proposita atque evulgata, satis evidenter demonstravi inaequalitates illas, quas in ipsa telluris superficie cernimus, infra eam jure suspicamur, universam hanc figurae terrestris investigationen per gradus ita confundere, ut ejusmodi perquisitionem non tantummodo pro nequaquam absoluta atque perfecta, verum etiam pro vix adhuc inchoata atque tentata habere debeamus.

Haec quidem summa quaedam capita sunt eorum omnium, quae in proposito volumine continentur longe uberius atque plenius pertractata et aliis admixta pluribus, quorum omnium ne mentio fiat, nimis arcti hujusce dissertationis limites nequaquam sinunt. Nunc autem e sigulis opusculis nonnulla ex-

se javljaju na Zemljinoj površini. Pronašao sam, da te neravnosti doista mnogo više smetaju smjeru teških tjelesa, o kojem su ovisna mjerenja stupnjeva, negoli onoj nejednakosti teških tjelesa, koja je tako usko povezana s oblikom Zemlje, da je pomoću nje moguće ispitivati Zemljinu eliptičnost. Izložio sam i vrlo lak način tog ispitivanja i naveo više osobito korisnih usporedbi, a najviše od svega pomoću pomnih promatranja izohronih njihala, za koje sam promatranja pronašao da se međusobno i ne razlikuju tako mnogo.

Pošto sam to iznio u prvom poglavlju, u drugom sam prešao na onu drugu metodu istog ispitivanja, naime pomoću mjerenja stupnjeva. Tu sam najprije izložio, što su stupnjevi koliko meridijana toliko paralele. Smatram, da to zaslužuje posebnu pažnju, a tome pripadaju i neke pojedinosti, koje lako mogu proizvesti jak dojam i na vrlo učene i izvježbane ljude. Prešavši zatim na samo određivanje Zemljina oblika pomoću stupnjeva, zadržao sam se poglavito na onome, što se tiče određivanja elipsoida pomoću dvaju stupnjeva, bilo da obadva pripadaju meridijanima ili paralelama bilo da jedan od njih pripada meridijanu, a drugi paraleli. Za te probleme iznio sam dva vrlo laka rješenja preuzevši ih od nekih sasvim jednostavnih svojstava presjeka stošca.

Pošto sam tako sebi već utro put, ispitivao sam Zemljin oblik pomoću onih stupnjeva, koje dosada imamo točne određene i kojih sam popis iznio. Tu su jedni parovi dali jedna određenja, a drugi druga, međusobno vrlo različita. Na tome istom mjestu naveo sam više uzroka te različnosti i, ako me ne vara moje mišljenje, koje sam već davno u duhu izgradio, a prije gotovo dvadeset godina iznio i objavio, dosta sam očevidno dokazao osobito to, da one neravnosti, koje na Zemljinoj površini zapažamo, a ispod nje s pravom pretpostavljamo, tako ometaju čitavo to ispitivanje Zemljina oblika pomoću stupnjeva, da takvo istraživanje moramo smatrati ne samo nipošto dovršenim ni savršenim nego i jedva započetim i pokušanim.

To su glavne točke svega onoga, što je u spomenutom djelu raspravljeno mnogo opširnije i potpunije i što je spojeno s više drugih pitanja, kojih izlaganje nikako ne dopuštaju odveć uske granice ove rasprave.

cerpam, quae scitu maxime digna arbitror, quae proferam speciminis cujusdam loco.

Ad primum opusculum pertinet, ut monui, ipsum hujusce expeditionis consilium: id unde exortum sit, enarrabo. Insederat mihi alte jam olim suspicio irregularitatis, quam posset in telluris figuram inducere inaequalis textus partium ipsius, quae quidem irregularitas, si inaequalitas ejusmodi sit ingens et in partibus etiam a superficie admodum remotis habeatur, ingens itidem debebit esse; si vero inaequalitas exigua et superficiei proxima, ut ipsi sunt montes ac valles, exiguam inaequalitatem pariet in figura, sed omnem graduum ad ejus determinationem adhibitorum rationem atque investigationem confundet. Id vero ut aliquanto clarius ac uberius exponam, adhibebo hic nonnulla etiam, quae in quinto opusculo innui, et alia quaedam adjiciam.

In primis hoc ipsum nomen figurae terrestris, quod certam quandam atque determinatam significationem videtur habere, habet illam quidem incertam admodum et vagam. Superficies illa, quae maria et lacus et fluvios ac montes et campos vallespue terminat, est illa quidem admodum, nobis saltem, irregularis et vero etiam instabilis, mutatur enim quovis utcumque undarum et glebarum motu; nec de hac telluris figura agunt, qui in figuram telluris inquirunt. Aliam ipsi substituunt, quae regularis quodammodo sit, sit autem illi priori proxima, quae nimirum abrasis haberetur montibus collibusque, vallibus vero oppletis. At haec iterum terrestris figurae notio vaga admodum est et incerta. Uti enim infinita sunt curvarum regularium genera, quae per datum punctorum datorum numerum transire possint, ita infinita sunt genera regularium superficierum, quae tellurem ita ambire possunt atque concludere, ut vel omnes vel datos contingant in datis punctis montes collesque; vel si per medios transire colles ac montes debeat superficies quaedam ita, ut regularis sit et tantundem materiae excludat extra, quantum vacui aeris infra sese concludat usque ad veram hanc, nobis irregularem, telluris superficiem, quam intuemur, infinitae itidem et a se invicem diversae admodum superficies haberi possunt, quae problemati satisfaciant, atque eae ejusmodi etiam, ut nullam, quae sensu percipi possit, praeseferant gibbositatem, quae ipsa vox non ita determinatam continet ideam.

Sada ću pak iz pojedinih knjiga toga djela izlučiti neke pojedinosti, koje je po mojem mišljenju vrlo vrijedno znati, pa ću ih iznijeti kao neki uzorak.

Prvoj knjizi pripada, kako sam spomenuo, sama osnova ovoga putovanja. Ispripovjedit ću, odakle je ona potekla. Već odavna u meni se duboko bilo usadilo nagađanje o nepravilnosti, koju bi u Zemljin oblik mogao unijeti nejednak splet njezinih dijelova. Ako je takva nejednakost golema i ako se nalazi čak u dijelovima veoma udaljenima od Zemljine površine, isto će tako golema morati biti i ta nepravilnost. Ako je pak nejednakost neznatna i u blizini površine, kao što su sama brda i doline, prouzrokovat će u obliku neznatnu neravnost, ali će pobrkati sav postupak, kojim se za određivanje Zemljina oblika uzimaju stupnjevi, kao i čitavo to ispitivanje. No da bih to izložio nešto jasnije i opširnije, iznijet ću ovdje i neke misli, koje sam spomenuo u petoj knjizi, a dodat ću i neke druge.

Najprije sâm taj naziv *Zemljin oblik,* koji naoko ima neko stalno i određeno značenje, u stvari ima značenje veoma nestalno i nejasno. Ona površina, koja ograničava mora, jezera i rijeke, brda, polja i doline, doista je, bar za mene, veoma nepravilna, pa čak i nestalna, jer se na bilo koji način mijenja svakim pokretanjem valova i Zemljinih gruda. No oni, koji ispituju oblik Zemlje, ne raspravljaju o tom njezinom obliku. Mjesto njega uzimaju drugi oblik, koji je nekako pravilan i veoma blizak onom sopmenutom, što bi se dobio, kad bi mu se brda i brežuljci sravnili s tlom, a doline ispunile. Ali i taj je pojam Zemljina oblika opet veoma nejasan i nestalan. Kao što su naime bezbrojne vrste pravilnih krivulja, koje mogu prolaziti kroz dani broj danih tačaka, tako su bezbrojne vrste pravilnih površina, koji mogu obavijati i zatvarati Zemlju na taj način, da u danim tačkama dodiruju ili sva ili dana brda i brežuljke. Ili ako neka površina mora tako prolaziti kroz sredinu brežuljaka i brda, da bude pravilna i da izvana isključi isto toliko materije, koliko ispod sebe uključuje praznog zraka, dok se ne dođe do one prave, za mene nepravilne, Zemljine površine, koju vidimo, isto tako mogu se dobiti bezbrojne i međusobno veoma različite površine, koje zadovoljavaju problem. One mogu biti čak takve, da ne pokazuju nikakvu zamjetljivu grbavost, a ni ta riječ ne sadržava tako određen pojam.

Jam vero ubi etiam vago quodam atque indefinito mentis conceptu ejusmodi figuram nobis confingimus, quae collibus abrasis et montibus ac oppletis vallibus haberi possit, illa ipsa non est omnino ea, quae per graduum dimensiones investigatur. Haec enim est figura quaedam, quam aequilibrii curvaturam appellare possumus, cui nimirum directio gravium est ubique perpendicularis: nam graduum dimensionem instituimus ope penduli in astronomicis instrumentis libere pendentis, a cujus directione pendet positio verticalis puncti, quod appellamus zenith. Porro hujusmodi figuram induit ubicumpue amplior quaevis aquae quiescentis superficies et ipsa nihil omnino in ejusmodi superficiebus nec ejus continuatio per montium viscera turbaretur a quavis in ipsis montibus mutatione facta, nec ab iis nec ab irregulari partium textu penderet quidquam, si gravitas ad totum quoddam centrum dirigeretur. Verum quoniam ipsa gravitas coalescit ex omnibus gravitatibus ad omnes alias terrae particulas directis, a positione et textu earum partium pendet coalescentis gravitatis positio et proinde ipsa pendulorum directio adeoque forma superficiei aequilibrii, quae abrasis montibus in ipso residuo fluido et locis terrestribus haberetur, non eadem, quae ante extiterat, remaneret.

Hinc ejusmodi curva plurimas habere debet irregularitates ab ipso pendentes irregulari textu partium telluris, earum etiam, quae superficiei sunt proximae; quin immo etiam fieri posset, ut nec in se ipsam rediret. Concipiatur per datum punctum superficies quaedam continua, hujusmodi proprietate praedita, ut ubique directio gravium, quam ipsam directionem habet filum penduli pendentis libere, sit eidem perpendicularis. Ea pervadit quidem montium viscera, si punctum illud infra montium ipsorum vertices est situm; sed si in interno telluris textu ingens aliqua haberetur irregularitas, fieri utisque posset, ut ejusmodi superficies undas etiam haberet suas et flexus contrarios atque conversiones, quae si haberentur, circulorum osculatorum radii, quibus solent proportionales poni gradus, in infinitum etiam excrescerent vel evanescerent et in utrovis casu in negativas etiam abirent. Minor autem inaequalitas in textu ipso flexiones ejusmodi nequaquam inducit; potest tamen admodum facile circulorum osculatorum adeoque et graduum seriem ita turbare, ut eorum differentiae, exiguae utique etiam ipsae respectu totius et

No kad već nekim nejasnim i neodređenim poimanjem zamišljamo sebi takav oblik, koji bi se mogao dobiti, kad bi se brežuljci i brda sravnili s tlom, a doline ispunile, to nije nipošto onaj oblik, koji se istražuje mjerenjem stupnjeva. Ovo je naime nekakav oblik, koji možemo nazvati krivuljom ravnoteže i kojemu je doista smjer teških tjelesa svagdje okomit. Mjerenje stupnjeva vršimo naime pomoću viska, koji u astronomskim instrumentima slobodno visi i od čijeg smjera zavisi položaj vertikale tačke, koju nazivamo zenit. Nadalje, takav oblik poprima posvuda neka veća površina mirne vode, pa taj oblik u takvim površinama niti njegovo nastavljanje kroz utrobu brda ne bi uopće nimalo remetila bilo kakva promjena u samim brdima, pa on ne bi nikako zavisio ni od njih ni od nepravilna spleta njihovih dijelova, kad bi teža bila upravljena nekako prema čitavom središtu. Ali, budući da sama teža nastaje stapanjem svih teža upravljenih na sve druge male dijelove Zemlje, položaj teže, koja nastaje stapanjem, a tako i sam smjer viska zavisi od položaja i spleta tih dijelova. Zbog toga oblik površine ravnoteže, koji bi nakon izravnanja brda postojao u preostaloj tekućini i u mjestima na Zemlji, ne bi ostao isti kao prije.

Zato takva krivulja mora imati vrlo mnogo nepravilnosti, koje zavise od samoga nepravilnog spleta Zemljinih dijelova, pa i onih, koji su vrlo blizu površine, štaviše moglo bi se dogoditi, da se ta krivulja ne vrati na samu sebe. Neka se kroz danu tačku zamisli neka neprekinuta površina s takvim svojstvom, da smjer teških tjelesa — a taj smjer ima nit viska, koji slobodno visi — bude svagdje na nju okomit. Ako se ta tačka nalazi niže od vrhova samih brda, ta površina prolazi kroz njihovu unutrašnjost. No kad bi u unutrašnjem spletu Zemlje bila neka golema nepravilnost, moglo bi se zacijelo dogoditi da takva površina ima i svoje valove i svoje suprotne prijevoje i izvijanja. Kad bi došlo do toga, radiusi oskulatornih kružnica, kojima se obično daju proporcionalni stupnjevi, rasli bi ili bi se smanjivali do neizmjernosti, pa bi i u jednom i u drugom slučaju prelazili u negativne vrijednosti. Manja pak neravnomjernost u samom Zemljinom spletu ne dovodi nipošto do takvih prijevoja, no ona ipak vrlo lako može toliko poremetiti niz oskulatornih kružnica, pa čak i stupnjeva, da njihove razlike, koje su same svakako neznatne s obzirom na quae ad figurae terrestris determinationem adhibentur, admodum irregulares evaderent; ac fieri facile posset illud etiam, ut ejusmodi superficies continuata circa universam tellurem ad illud punctum, ex quo digressa est, nequaquam regrederetur, sed vel supra vel infra ipsum abiret.

Haec ego quidem cum jam olim animo agitassem, viderem autem haberi passim pro definita demonstrataque per lapponienses et gallicas mensuras telluris forma ita compressa, ut nec cum newtoniana quidem determinatione nec cum isochronorum pendulorum longitudinibus consentire posset, admisso quodam regulari telluris textu, americanorum autem graduum editio differretur, occasionem aliquam peroptabam, qua mihi ipsi in hasce graduum mensuras et per eas in telluris figuram liceret inquirere: et quidem illud mihi in primis ad irregularitatem aliquam quaesitae figurae evincendam aptissimum fore videbatur, si bini illi meridianorum binorum gradus in eadem latitudine, diversis vero longitudinibus caperentur.

Nam initio quidem telluris figura censebatur sphaerica, et ex unici cujuscumque gradus mensura in totam ipsius magnitudinem geographi inquirebant tribuebantque inaequalitates eas, quae in diversis gradibus definitis occurrerent, vitio instrumentorum atque observationum negligentiae astronomorum. Postea quam et per mechanicas rationes innotuit telluris formam sphaericam esse non debere et astronomia atque omnis observandi ratio multo magis exculta est, diligentius in ipsam graduum mensuram est inquisitum ac, ubi a Mac-Laurino est demonstratum homogeneum fluidum circa axem revolutum debere induere ellipseos Apollonianae figuram, quam bini gradus satis determinant, creditum est binos ad ejusmodi determinationem satis remotos a se invicem gradus abunde esse; ubi autem nec plura binaria inter se cohaerere vel suspicari licuit vel deprehensum est, ad alias hypotheses est itum. At in iis omnibus simplicitatis cujusdam et regularitatis tenacissimi ubique philosophi illud retinuerunt semper telluris formam ortum ducere a curva quapiam circa axem suum revoluta ita, ut meridiani omnes inter se penitus aequales essent et sectiones axi perpediculares circularem haberent formam; quam ipsam ob causam meridianorum admodum diversorum gradus pro gradibus meridiani cujuspiam ejusdem habuerunt.

Quid vero, si ea sit terrestris figurae irregularitas, quod ex iis, quae supra diximus, omnino suspicari licet, ut ipsi

cjelinu, a koje se uzimaju za određivanje Zemljina oblika, postanu sasvim nepravilne. Lako može doći i do toga, da se takva površina, koja neprekinuto ide oko čitave Zemlje, nikada ne vrati na onu tačku,, od koje je pošla, nego da ode ili poviše ili ispod nje.

Kako sam ja već odavna o tome razmišljao i vidio, da se na temelju laponskih i francuskih mjerenja općenito uzima kao utvrđen i dokazan tako spljošten oblik Zemlje, da se ne može uskladiti ni s Newtonovim zaključkom ni s dužinama izohronih njihala, jer je prihvaćen nekako pravilan Zemljin splet, a kako se objavljivanje američkih stupnjeva odgađalo, živo sam želio neku priliku, koja bi mi omogućila da sam ispitujem te mjere stupnjeva i preko njih sam Zemljin oblik. Da bi se pak dokazalo, da je traženi oblik nekako nepravilan, činilo mi se da će u prvom redu biti najprikladnije, ako se uzmu dva stupnja dvaju meridijana u istoj geografskoj širini, ali u različitim dužinama.

U početku se naime matralo, da Zemlja ima oblik kugle, pa su geografi na temelju mjerenja jednoga jedinog bilo kojeg stupnja ispitivali veličinu čitave Zemlje, a one nejednakosti, što su se pojavljivale u različitim već određenim stupnjevima, pripisivali su netočnosti instrumenata i nemaru astronomâ pri promatranju. Pošto je i zbog mehaničkih razloga postalo jasno, da Zemlja ne mora imati oblik kugle, i pošto su se astronomija i čitav način promatranja mnogo više usavršili, pomnije se stalo ispitivati i samo mjerenje stupnjeva. Kad je pak Mac-Laurin dokazao, da homogena tekućina u okretanju oko osi mora poprimiti oblik Apolonijeve elipse, koju dovoljno određuju dva stupnja, mislilo se, da su za takvo određivanje dovoljna dva međusobno dosta udaljena stupnja. Kako se nije moglo ni naslutiti niti se uočilo, da se ni više parova međusobno ne podudara, prešlo se i na druge hipoteze. No u svemu tome filozofi su, svagdje uporno zastupajući neku jednostavnost i pravilnost, uvijek smatrali, da Zemljin oblik potječe od neke krivulje, koja se tako okreće oko svoje osi, da su svi meridijani međusobno potpuno jednaki i da presjeci okomiti na os imaju oblik kružnice. Upravo zbog toga stupnjeve sasvim različitih meridijana izjednačavali su sa stupnjevima bilo kojega istog meridijana.

Što onda, ako je nepravilnost Zemljina oblika tolika — a to je slobodno naslućivati na temelju onoga, što smo prije

36

quoque meridiani inaequales sint et paralleli a circulis abludant? Si id ipsum investigandum susciperem, an non novum quoddam perquisitionis genus inirem in re per haec nostra tempora usque adeo pervulgata? At ejusmodi investigatio nulla alia ratione certius institui potest quam si bini meridianorum gradus in diversis longitudinibus, in eadem vero latitudine determinentur; nam parallelorum ipsorum gradus multo minus accurate definiri possunt et si paralleli sint omnino circuli, non tantum cujuscumque ex ipsis, sed etiam meridianorum gradus, ubi ad eundem parallelum pertinent, inter se debent esse omnino aequales.

Desiderabam igitur occasionem ejusmodi, qua meridiani gradum dimetiri mihi liceret in ea latitudine alicubi, in qua alius jam in diversa longitudine satis esset accurate definitus. Obtulit autem se mihi occasio ejusmodi per aestatem anni 1750, et cum Lusitaniae Rex aliquot e nostra Societate homines in mathematicis versatos disciplinis in Brasiliam mittendos exposceret ad geographicas permutandarum com Hispanis regionum mappas delineandas et limites definiendos, ultro me obtuleram in alium Orbem libentissime navigaturus, si illud mihi concederetur, ut, ceteris peractis, possem alicubi prope Aequatorem regiis impensis dimetiri meridiani gradum, quem cum Quitensi conferrem.

Id cum rescisset Sylvius Cardinalis Valentius, quem fato nuper ereptum mihi doleo ingemiscens et dolebo dum vita supererit, immortalis memoriae vir et de Republica Litteraria atque omni genere bonarum artium optime meritus, tam longi itineris causas sciscitatus, ubi audiit, pro ea, qua pollebat, animi vi interrogavit, an idem in Pontificia quoque ditione praestari posset, et cum ex me intellexisset aptissimam sane esse camporum ac montium dispositionem ad dimetiendos saltem duos meridiani gradus, quorum medius cum postremo in meridionali Gallia definito conferri posset, rem detulit ad Pontificem sapientissimum et litterarum itidem amantissimum, qui mihi illico per ipsum Cardinalem Valentium significavit se omnino velle, iter illud omitterem et non in America, sed in Pontificia ditione perquisitionem ejusmodi instituerem, ea in me suscepta provincia; in qua administranda ut Mairium mihi adjungerem, quemadmodum supra innui, impetravi, ipsi vero Mairio, geographiae nimirum amantissimo, illud etiam suggessi posse totius geographicae mappae ditionis Pontificiae corretionem:

kazali — da su i sami meridijani nejednaki i da se paralele ne podudaraju s kružnicama? Kad bih se prihvatio istraživanja upravo toga, zar ne bih u tom problemu, koji je u ovo naše vrijeme tako opće poznat, započeo neku novu vrstu ispitivanja? Takvo se ipak istraživanja ne može sigurno izvesti ni na koji drugi način nego ako se točno odrede dva meridijanska stupnja u različitim geografskim dužinama, ali u istoj širini. Stupnjevi samih paralela mogu se naime određivati s mnogo manje točnosti, a ako su paralele općenito kružnice, međusobno moraju biti jednaki stupnjevi ne samo bilo koje paralele, nego i stupnjevi meridijana, kad pripadaju istoj paraleli.

Stoga sam želio da mi se pruži takva prilika, da bih mogao mjeriti meridijanski stupanj negdje na onoj geografskoj širini, na kojoj je drugi koji meridijanski stupanj već dovoljno točno određen na različitoj dužini. Takva mi se prilika pružila u ljetu god. 1750. Kad je portugalski kralj tražio nekoliko ljudi iz naše Družbe upućenih u matematičke nauke, da ih pošalje u Braziliju radi izrade geografskih karata za krajeve, koje je imao zamijeniti sa Španjolcima, i radi određivanja granica, sam se ponudih, spreman da vrlo rado otplovim u Novi svijet, ako mi se dopusti da nakon obavljenih ostalih zadataka negdje u blizini ekvatora na kraljev trošak mjerim meridijanski stupanj, koji bih usporedio sa stupnjem u Quitu.

Kad je to saznao kardinal Silvije Valenti, kojega mi je smrt nedavno ugrabila, zbog čega se uzdišući žalostim i žalostit ću se, dok god budem živ, muž besmrtne uspomene i vrlo zaslužan za republiku nauke i za svaku vrstu plemenitih umijeća, zapita me za uzrok tako duga putovanja. Čim ga je od mene čuo, onom sebi svojstvenom pronicavošću zapita, da li bi se to moglo izvesti i u Papinskoj državi. Kad je pak od mene saznao, da je raspored ravnica i polja u toj državi doista vrlo prikladan za mjerenje bar dvaju meridijanskih stupnjeva, od kojih bi se onaj u sredini mogao usporediti s krajnjim stupnjem izmjerenim u južnoj Francuskoj, iznese to pred premudroga papu, koji isto tako silno voli nauku. On me preko samoga kardinala Valentija obavijesti, da svakako želi, da ne pođem na to putovanje i da takvo istraživanje ne poduzimam u Americi, nego u Papinskoj državi, preuzevši na sebe taj zadatak. Za izvršenje toga ishodio sam, kako sam gore spomenuo, da za druga u poslu dobijem Le Maire-a. Samome pak Le Maire-u, zaista silnom ljubitelju geografije, iznio sam i misao, da bi se instituí, quam ejus potissimum nomine Cardinali Valentio proposui et consilio ab ipso arrepto ac expeditione imperata omnem instrumentorum apparatum diligenter curavi et una cum ipso Mairio observationes atque itinera aggressus sum, in quibus fere triennium impendimus; biennium vero partim in calculis et scriptione atque impressione, partim in minorum locorum positionibus per amicos determinandis, donec, ut innui, sub exitum superioris anni volumen ipsum et mappam ad Pontificem delata vulgavimus.

Et haec quidem omnia hic aliquanto distinctius enarranda censui, ut ex hisce ipsis et ex aliis, quae proponam inferius, cognoscat, qui forte Leodiendis Encyclopedici diarii aprilem elapsi anni 1755 mensem non in italica lucensi editione, in qua caput huc pertinens omissum est, sed in leodiensi gallica forte perlegerit, quae in Italia geruntur atque imprimuntur.

His expositis, excerpam partim e primo, partim e secundo et quarto opusculo, quae satis sint, ut innotescat, quid et quo successu peractum sit ad habendam accuratam unius medii gradus mensuram.

Tria, ut nostis, ad eam determinationem requiruntur: mensura actualis basis cujuspiam, series triangulorum inter bina extrema loca prope eundem aliquem meridianum sita ejusque ad ipsum meridianum positio et observationes astronomicae in iisdem binis locis institutae. Priora illa duo exhibent intervallum inter binos parallelos per observationum astronomicarum loca transeuntes sive meridiani terrestris arcum iisdem parallelis interceptum; postremum definit arcum meridiani caelestis iisdem parallelis interjacentem, ex quibus facile per proportionum regulas deducitur, quantum uni gradui intermedio debeatur.

Pro astronomicis observationibus selegimus hinc ipsam urbem Romam, inde Ariminum, quod a Romano meridiano parum admodum distare Blanchinus, communissimum et admodum enormem hujusce partis geographiae Italicae errorem corrigens, jam demontraverat. Et hic quidem in hoc Romano Collegio, ibi vero in media fere urbe, in aedibus Francisci Garampii Ariminensis Patricii, doctissimi et cultissimi viri ac in Academia nostra notissimi, cujus nimirum adhuc adolescentis ingenium et

također moglo izvršiti ispravljanje čitave geografske karte Papinske države. To sam upravo u njegovo ime predložio kardinalu Valentiju. Kad je on prihvatio moj savjet i odredio to naučno putovanje, pomno sam se pobrinuo da u potpunosti pripremim instrumente. Nakon toga dao sam se zajedno s Le Maire-om na promatranja i putovanja, za što smo utrošili gotovo tri godine. Dvije smo pak godine uložili dijelom u računanje, pisanje i štampanje, a dijelom u određivanje položaja manjih mjesta preko prijateljâ, dok nismo, kako sam spomenuo, potkraj prošle godine objavili samo djelo i geografsku kartu posvetivši ih papi.

Smatrao sam, da sve to treba ovdje izložiti nešto opširnije, da iz ovoga i još drugoga, što ću niže navesti, onaj koji možda pročita aprilski svezak *Enciklopedijskog dnevnika* iz Liège-a za proteklu 1755. godinu, i to ne u talijanskom izdanju iz Lucche, u kojem je izostavljeno poglavlje, koje se odnosi na ovo, nego u francuskom izdanju iz Liège-a, sazna, što se u Italiji radi i štampa.

Pošto sam to izložio, navest ću izvatke dijelom iz prve knjige, dijelom iz druge i četvrte, koji će biti dovoljni da se sazna, što je i s kakvim uspjehom izvršeno, da bi se dobila točna mjera jednoga, srednjega stupnja.

Za to određivanje traži se, kako znate, troje: mjerenje neke stvarne baze, niz trokuta postavljenih između dva krajnja mjesta uz isti meridijan zajedno s položajem toga niza prema samome meridijanu i astronomska promatranja izvršena na ta dva mjesta. Prvo dvoje daje razmak između dviju paralela, koje prolaze preko mjestâ astronomskih promatranja, odnosno daje luk zemaljskog meridijana omeđen tim istim paralelama, a ono posljednje određuje luk nebeskog meridijana, što leži između tih istih paralela. Iz toga se pravilima o razmjerima lako dade izvesti, kolik dio pripada jednome, srednjem stupnju.

Za astronomska promatranja odabrali smo na jednoj strani sam grad Rim, a na drugoj Rimini, za koji je već Bianchini dokazao da je vrlo malo udaljen od rimskog meridijana ispravljajući time vrlo uobičajenu i jako krupnu pogrešku ovoga dijela zemljovida Italije. Ovdje smo promatrali u ovom Rimskom kolegiju, a ondje gotovo u sredini grada, u kući riminskoga patricija Frančeska Garampija, veoma učena i obrazovana muža i dobro poznata u našoj Akademiji. Njegovu se astronomiae in primis amorem vestra suspexit Bononia et immortale illud vestrum decus Eustachius Manfredius publice collaudavit.

Binas bases selegimus, ut, altera deducta ex altera triangulorum intermediorum ope, seriem ipsam triangulorum confirmaremus, primam hic prope Urbem in Appia via a sepulcro Metellae, quod prope S. Sebastiani aedem eminet in eo loco, quem dicunt Capo di Bove, ad Columnensis familiae praediolum tribus citra Albanam urbem passuum millibus ipsam intercipiens Appiam viam in eo loco, quem appellant le Frattochie, secundam vero in Ariminensi littore ab Aprusae ostio urbi ipsi quam proximo Orientem versus, quarum utraque per octo circiter Romana milliaria protenditur.

Pro poligono assumpsimus septem vertices montium interjectos Roman inter et Ariminum et praeterea hinc quidem tholum D. Petri, inde vero humiliorem collem mari et Ariminensi littori proximum, quem dicunt Monte Luro. Sunt autem montes ipsi Januarius in Sabino imminens oppido Columbariae, Ciminus Viterbio proximus et imminens Soriano, Fionchus a Spoletina urbe haud ita multum disjunctus et imminens Ancajano, Tesius Perusiae, Penninus Nuceriae, Catria Callio et Cantiano proximus ac demum Carpegna imminens vico ejusdem nominis. Porro prima basis cum Januario monte, secunda cum hoc postremo Carpegnae triangulum continet crurum paru admodum inaequalium et intermediae magnitudinis inter bases ipsas ac longiora latera, quae ab ipsis basibus ad medium utrinque crescunt ita, ut quod inter Sorianensem et Perusinum montem interjacet, sit milliariorum quam proxime 60. Nec vero ullus totius poligoni angulus plus aequo aut exiguus est aut ingens, quod quidem ipsam poligoni ipsius egregiam constitutionem indicat.

Non est hic locus proferendi mensuras omnes et observationum seriem pertexendi. Ea omnia in memorato volumine, qui velit, inveniet in secundo opusculo, et in quarto opusculo videbit omnia uberius explicata tribus capitibus: primo quidem, quae pertinent ad observationes astronomicas institutas ope sectoris, secundo, quae pertinent ad poligoni dimensiones ac positionem, tertio vero, quae ad basim. Summam quandam exhibeo eorum, quae maxime notatu digna sunt, ac primo quidem, ordine prorsus inverso ejus, quem in eodem volumine adhibui,

talentu, još dok je bio sasvim mlad, i osobito ljubavi prema astronomiji divila vaša Bologna, a Eustahije Manfredi javno je pohvalio tu vašu besmrtnu diku.

Odabrali smo dvije baze, da bismo pomoću trokuta između njih izveli jednu bazu iz druge i utvrdili sâm niz trokuta. i to prvu ovdje kod Rima na Apijevoj cesti od Meteline grobnice, što se uz crkvu sv. Sebastijana diže na mjestu nazvanu *Capo di Bove*, do malena posjeda obitelji Colonna, koji na tri tisuće koraka s ovu stranu grada Albe prekida Apijevu cestu na mjestu prozvanu *Le Frattochie*, a drugu na riminskoj obali od ušća Ause, koje je vrlo blizu samoga grada, pa dalje prema istoku. Jedna i druga baza protežu se u dužini od otprilike osam rimskih milja.

Za poligon uzeli smo sedam vrhova brda, koja se dižu između Rima i Riminija, i osim toga s ove strane kupolu sv. Petra, a s one oniži brežuljak sasvim uz more i riminsku obalu, koji nazivaju *Monte Luro*. Ta su brda: *Gennaro* u sabinskom kraju, koji se diže poviše grada Palombare, *Cimini* blizu Viterba i poviše Soriana, *Fionchi*, koji nije tako mnogo udaljen od grada Spoleta, a diže se poviše sela Ancaiano, *Tesio* blizu Perugie, *Pennino* blizu Nocere, *Catria* blizu mjesâ Cagli i Canziano i naposljetku *Carpegna*, što se diže poviše istoimenog sela. Nadalje, prva baza s brdom Gennaro, a druga s onim posljednjim brdom Carpegna tvori trokut vrlo malo nejednakih krakova i srednje veličine između tih baza i duljih stranica, koje od samih baza prema sredini s jedne i druge strane rastu tako, da udaljenost između brda nad Sorianom i brda nad Perugiom iznosi otprilike 60 milja. Nijedan pak kut čitavog poligona nije ni manji ni veći nego što treba, a to pokazuje, da je sam poligon izvrsno smješten.

Nije ovdje mjesto da iznosim sva premjeravanja i da nabrajam niz promatranja. Tko bude želio, naći će sve to u drugoj knjizi spomenutog djela, a u četvrtozj vidjet će sve to opširnije izloženo u tri poglavlja, i to u prvom ono, što se odnosi na astronomska promatranja pomoću sektora, u drugom ono, što se odnosi na mjerenje i položaj poligona, a u trećem ono, što se odnosi na bazu. Ovdje iznosim samo neki pregled onoga, što je najvrednije istaći. Najprije ću, obrnutim redom nego sam postupao u tom istom djelu, govoriti o bazama, zatim dicam de basibus, tum de poligono ac demum de astronomicis observationibus initis per sectorem.

Prima eorum, que ad basim pertinent, cura mihi fuit, ut mensuram haberem satis accuratam et tutam collatamque cum iis, quas reliqui Parisienses Academici in hac ipsa perquisitione adhibuerunt. Ea de re ad Mairanium perscripsi, qui regiae Parisiensis Academiae est a secretis et mihi ab eadem datus pro litterario commercio, Correspondentem appellant. Is ab eodem Langletio, qui gallicam, americanam, lapponiensem curaverat, ex eodem modulo hexapedam ferrreae regulae insculptam ac in pedes divisam et digitos ac digitorum partes et a se ipso ope lentis admodum acutae revocatam ad tratinam correctamque ad me Roman transmisit. Ego ipsam hoc anno una cum Condaminio, celeberrimo americanae expeditionis socio, contuli cum hemihexapeda ferrea, quam ipse Parisiis Roman secum advexerat, nec ullum discrimen, quod sensu satis percipi posset (licuisset autem vigesimam lineae partem, immo et minorem multo admodum evidenter dignoscere), deprehensum est. Porro cum, antequam ejusmodi regula Roman advecta esset, Romanae basis dimensionem essemus aggressi, alteri ego ferreae itidem regulae insculpseram binis tenuissimis foraminulis terminans lineam palmorum Romanorum 9, qua in utraque basi dimetienda usi sumus et quam deinde pluries et pluribus methodis cum Parisiensi hexapeda contulimus et rationes earum mensurarum obtinuimus binas, quarum utraque a media, qua usi sumus, nonnisi unica centesima parte discrepavit: altera nimirum exhibuit linearum partes centesimas 89129, altera 89131, quod discrimen ne unius quidem hexapedae errorem in totius mensuram gradus potest inducere.

Jam vero Romanam basim semel, solo difficiliore aliquanto et iniquiore ob imbres effusos ac admodum variabili tempestate, dimensi sumus, Ariminensem per maris littus utique magis aequale et summa quidem hyeme, sed admodum constanti caloris gradu, nec altera hujusce baseos mensura discrepavit ab altera, nisi tantummodo per sesquipollicem. Posteriorem hanc quidem basim in binas partes ob exiguam littoris curvaturam divisimus, angulis ejus trianguli ita observatis majore quadrante, ut, quod ego quidem accurate in quarto opusculo demonstravi, si in angulo a nobis adhibito error 20 secundorum commissus esset, qui quidem evitari omnino et potuit et debuit, error inde in ipsam basim non nisi dimidii palmi, in

o poligonu i naposljetku o astronomskim promatranjima pomoću sektora.

U vezi s bazom najprije sam se pobrinuo da dobijem mjeru dovoljno točnu, sigurnu i uspoređenu s onim mjerama, kojima su se upravo u tom istraživanju služili ostali pariški akademici. O tome sam pisao De Mairanu, koji je tajnik Kraljevske pariške akademije i kojega mi je ona dala za naučnu vezu, pa sam nazvan dopisnim članom. On mi pošalje u Rim toaz,* koji je istim modulom urezao u željeznu motku, razdijelio na stope, palce i dijelove palca te sâm pomoću leće vrlo točno ispitao i ispravio onaj isti Langlois, koji je izradio francuski, američki i laponski toaz. Ja sam ga ove godine zajedno sa La Condamine-om, glasovitim učesnikom američke ekspedicije, usporedio sa željeznim polutoazom, koji je on sam dovezao sa sobom iz Pariza u Rim. Nije se pronašla nikakva zamjetljiva razlika (a bilo je moguće potpuno jasno uočiti i dvadeseti, čak i mnogo manji dio crte). Nadalje, kad smo se, prije nego je takva mjera dovezena u Rim, prihvatili mjerenja rimske baze, ja sam u drugu, isto tako željeznu motku urezao pravac od devet rimskih pedalja obilježujući ga na kraju sa dvije vrlo tanke rupice. Tom smo se mjerom služili pri mjerenju jedne i druge baze. Kasnije smo je više puta i pomoću više metoda uspoređivali s pariškim toazom i dobili dva rezultata tih mjera, od kojih se jedan i drugi razlikovao od srednje mjere, kojom smo se služili, za cigli stoti dio: jedna je naime mjera dala 89 129, a druga 89 131 stotih dijelova crte.

Već smo jedamput bili izmjerili rimsku bazu na tlu nešto nepogodnijem i neravnijem zbog pljuskova i po vrlo promjenljivu vremenu, a riminsku bazu uz morsku obalu, koja je svakako ravnija, i to usred zime, ali pri vrlo postojanom stupnju vrućine. Jedna izmjera ove baze razlikovala se od druge samo za palac i pol. Ovu drugu bazu podijelili smo zbog male krivine na dva dijela, a kutove onog trokuta tako smo pomoću većeg kvadranta promatrali, da je odatle — što sam točno dokazao u četvrtoj knjizi — kad bi uzetom kutu bila počinjena pogreška od 20 sekunda, koja se doista i mogla i morala pot-

* Franc. *toise*, lat. *decempeda*.

gradum vero non nisi palmorum 5 sive pedum cirtiter duorum provenire debuerit.

In iis dimetiendis utebamur tigillis crassioribus, quae supra tripodes, quos ego excogitaveram admodum commodos, collocabantur in directum et in horizontali linea, quam ope libellae diligenter explorabamus, pendulo adhibito, ubi novum tigillum vel altius vel demissius ob soli inaequalitatem majorem, quam motus tripodum ferret, collocari oportebat. Pluries autem in singulos dies tum terna palmorum 9 intervalla, in quae lamellarum punctorumque in iis insculptorum ope singula tigilla diviseramus, cum ferrea nostra regula conferebamus ope ferrei fidelis, ut vocant, circini longitudinis ejusdem, tum filo tenso definiebamus exiguam et ad aeris mutationem perpetuo nonnihil variatam tigillorum ipsorum curvaturam, ut ratio haberi posset minimorum quorumvis errorculorum. Praeterea in eadem capsula cum regula illa ipsa ferrea servabamus ad umbram Rheamurianum thermometrum, ut caloris effectus in producenda regula eadem cognosci posset et corrigi; ac plures habentur in ipso illo quarto opusculo meae methodi accuratissimae omnium ejusmodi errorum corrigendorum, quas adhibuimus cum eo successu optimo tanti consensus, et eas facile videre poterit, qui velit.

Jam vero reductionibus adhibitis omnibus atque correctionibus, Romanam basim, redactam ad mensuram hexapedae debitam Rheamuriani thermometri gradibus 14, invenimus passuum (quorum quilibet continet pedes Romanos 5, palmos vero 6 2/3) 8034.67 sive hexapedarum 6139.66, Ariminensem vero passuum 7901.14, hexapedarum 6037.62, ex qua poligoni ope, de quo jam dicturus sum, priorem illam per angulos observatos et continuam laterum deductionem invenimus passuum 8033.4, uno circiter passu minorem, quod in basi multo minus accurate et iniquiore tam solo quam coeli temperie determinata post tot angulorum seriem, tot laterum deductiones diligentiam potius observatorum et adhibitarum methodorum vim satis evincit.

Poligoni imaginem quandam exhibeo in fig. 1, quae magnitudines exprimit ac positiones ex veris quantitatibus satis proxime definitas. Ea in memorato volumine est fig. 2, tab. 1. Est ibi *bc* basis Romana, *La* basis Ariminensis, *A* tholus D. Petri

puno izbjeći, smjela proisteći za bazu pogreška samo od polovice pedlja, a za stupanj pogrešaka samo od pet pedalja ili otprilike od dvije stope.

Za mjerenje baza upotrebljavali smo deblje motke. One su se u smjeru baze i u horizontalnoj crti postavljale na tronoške, koje sam pronašao, i to vrlo prikladne. Horizontalnu smo crtu pomno ispitivali pomoću libele. Kad je pak neravnost tla bila odveć velika, da bi to moglo podnijeti micanje tronožaka, tako da je novu motku trebalo postaviti više ili niže, služili smo se viskom. Više smo puta na dan sad tri razmaka od 9 pedalja, na koje smo pomoću pločica i na njima urezanih točkica bili podijelili svaku motku, uspoređivali s našom željeznom mjerom pomoću željeznog t. zv. vjernog šestara iste duljine, sad neznatnu i prema promjeni vremena stalno nešto različitu krivinu samih motki određivali napetom niti, da bi se moglo voditi računa i o bilo kojim najsitnijim pogreškama. Osim toga u istoj kutiji s onom željeznom mjerom čuvali smo u sjeni Réaumure-ov toplomjer, da bi se mogao ustanoviti i ispraviti utjecaj topline na produživanje te iste mjere. U četvrtoj knjizi navedeno je više mojih vrlo točnih metoda za ispravljanje svih takvih pogrešaka. Te smo metode primjenjivali s vrlo dobrim uspjehom, pa su one naišle na veliko odobravanje. Tko bude želio, moći će ih lako upoznati.

Nakon već izvršenih svih redukcija i ispravaka pronašli smo, da rimska baza, svedena na točnu mjeru toaza uz 14 stupnjeva Réaumure-ova toplomjera, ima 8034.67 koraka* (od kojih svaki iznosi 5 rimskih stopa, odnosno 6 i $^2/_3$ pedlja) ili 6139 toaza, a riminska baza 7901.14 koraka ili 6037.62 toaza. Iz riminske baze pomoću poligona, o kojem namjeravam govoriti odmah nakon ovoga, promatranjem kutova i neprestanim izvođenjem stranica pronašli smo, da rimska baza iznosi 8033.4 koraka, otprilike za jedan korak manje. Kako se radi o bazi, koja je bila određena s mnogo manje točnosti i na nepovoljnijem tlu po lošijim vremenskim prilikama, poslije niza tako brojnih kutova i poslije izvođenja tako mnogo stranica, to dovoljno dokazuje, da su promatrači bili pažljivi, a primijenjene metode vrijedne.

Neki nacrt poligona iznosim na sl. 1, koja pokazuje veličine i položaje približno određene na temelju pravih količina. U

* Lat. *passus,* rimska mjera za duljinu. Sastoji se od 2 zakoračaja i iznosi 1,489 m.

65

in urbe Roma, *L* Aprusae ostium Ariminensi urbi proximum, *An* meridianus per D. Petri tholum traductus; cetera per se patent. Quae signa in verticibus montium, quae in basium extremis longissime prospectanda erexerimus, abunde in ipso volumine exposui. Ibidem ubique summa diligentia cepimus angulos omnes ope quadrantis pedum Parisiensium trium et mobilis regulae cum telescopio ac telescopii fixi de more. Quadrantis autem ipsius rectificationem instituimus ope instrumenti cujusdam, quod excogitavi et capite secundo opusculi quarti diligentissime descripsi summa cum cura et successu. Quoniam in ipso signorum centro non licebat quadrantem collocare, summa semper cum diligentia correctionem ahdibuimus illam, quae debetur reductioni ad centrum signi ejusdem. In plurimis eorundem locorum, adhibito pendulo, ope quadrantis ejusdem cepimus reliquorum punctorum depressiones infra horizontem vel elevationes supra; et ubi id ipsum quandoque non licuit, satis in ipso opusculo quarto exposui, qua ratione id suppleri posset sine ullo periculo errandi in iis, quae deducuntur, ita, ut error sub sensum cadere non possit. Ope autem harum altitudinum depressionumque observatarum anguli omnes poligoni ad horizontem reducuntur, quod et nos praestitimus, ac alteram Mairius opusculo 2, alteram ego methodum opusculo 4 exposui idem facile per sphaericam trigonometriam perficiendi.

Porro in triangulis non ad horizontem redactis trium angulorum summa a gradibus 180 per pauca tantummodo secunda differt, uti videre est in tabula, quam Mairius proponit opusculo 2, quod ipsas observationes commendat plurimum; sed easdem illud etiam magis comprobat, quod supra meminimus, quod nimirum Romana basis ex Ariminensi per seriem triangulorum deducta vix uno passu diversa obvenerit ab observata.

Superest, ut illud moneam summam a nobis in eo quoque diligentiam fuisse adhibitam, ut extrema poligoni puncta cum locis observationum astronomicarum per minora triangula conjungeremus. Deinde et illud, ut poligoni positionem respectu meridiani definiremus, quod praestitimus Arimini in Garampianis aedibus ope solis orientis, Romae in hoc Romano Collegio ope occidentis perquam exiguo inter utramque definitionem discrimine, ex quo, uti in ipso opusculo quarto demonstravi,

spomenutom djelu to je sl. 2 na tabli I. Ondje je *bc* rimska baza, *La* riminska baza, *A* kupola sv. Petra u Rimu, *L* ušće Ause blizu grada Riminija, *An* meridijan, što prolazi kroz kupolu sv. Petra, a ostalo je jasno samo po sebi. Koje smo signale podigli na vrhuncima brda, a koje na krajevima baza, da bi izdaleka bili uočljivi, opširno sam izložio u samome djelu. Na tim smo istim mjestima svagdje vrlo pomno mjerili sve kutove kvadrantom od tri pariške stope, pokretnom mjerom sa teleskopom i teleskopom pričvršćenim na uobičajen način. Ispravljanje pak samoga kvadranta vršili smo nekim instrumentom, koji sam izumio nakon vrlo pomna razmišljanja i s velikim uspjehom, a sasvim sam ga točno opisao u drugom poglavlju četvrte knjige. Kad nije bilo moguće namjestiti kvadrant u samo središte signala, uvijek smo vrlo pažljivo vršili korekciju, koja pripada svođenju na središte istog signala. Na većini tih mjesta upotrebili smo visak i istim kvadrantom mjerili spuštanje ostalih točaka ispod horizonta ili njihovo dizanje iznad njega. A ako ponekad to mjerenje nije moguće, na koji se način ono može nadomjestiti bez velike opasnosti da se pogriješi u izvodima, tako da se pogreška ne može zamijeniti, dovoljno sam izložio u četvrtoj knjizi. Na temelju promatranja tih podizanja ili spuštanja svi se kutovi poligona svode na horizont, a to smo proveli i mi. U drugoj knjizi iznio je Le Maire jednu metodu, a u četvrtoj sam ja iznio drugu, kako se to može lako izvesti pomoću sferne trigonometrije.

Nadalje, u trokutima, koji nisu svedeni na horizont, zbroj triju kutova razlikuje se od 180° samo za malo sekunda, kako se može vidjeti na tablici, koju iznosi Le Maire u drugoj knjizi, a to uvelike podiže vrijednost samih promatranja. No njih još više potvrđuje ono, što sam gore spomenuo, naime da je rimska baza, izmjerena iz riminske pomoću niza trokuta, ispala jedva za jedan korak različita od izmjere izvršene u njoj samoj.

Preostaje da istaknem, kako smo vrlo pomno pazili i na to, da manjim trokutima spojimo krajnje točke poligona s mjestima astronomskih promatranja, a zatim i na to, da odredimo položaj poligona s obzirom na meridijan. To smo u Riminiju vršili u Garampijevoj kući pomoću izlaska sunca, a u Rimu u ovom Rimskom kolegiju pomoću zalaska. Između jednoga i drugog određivanja pojavila se vrlo neznatna razlika, iz koje, kako sam dokazao u četvrtoj knjizi, može u određivanje stupvix ullus error, qui sensu percipi possit, in gradus determinationem possit induci; quarum quidem posterior multo adhuc accuratior censenda est, ut ibidem demonstravi, ubi etiam omnem ejus perquisitionis theoriam satis, ni fallor, accurate exposui.

Jam vero ut harum observationum fructum proponam, reductionibus omnibus rite adhibitis et adhibita positione poligoni, quam Romae observavimus, quae, uti diximus, multo est accuratior et ab altera parum admodum differt, ex Ariminensi basi bis et aequiore solo definita per actualem mensuram, intervallum inter parallelos per bina observationum astronomicarum loca transeuntes inventum est hexapedarum Parisiensium 123221.3.

Superest, ut ad astronomicas observationes pro caelesti arcu definiendo faciamus gradum. Nostis profecto, caelestem arcum interceptum inter parallelos transeuntes per binorum locorum vertices definiri observando distantiam a zenith fixae cujuspiam in utroque loco in ipso appulsu ad meridianum et assumendo distantiarum differentiam, si ea utrobique ad eandem jaceat caeli plagam, ac earundem summam, si ad oppositas. Cavendum autem, ut fixae, quae seliguntur, sint proximae ipsi zenith, potissimum idcirco, ut refractiones, quae in majoribus ab eo distantiis sunt et majores et minus certo cognitae et vero etiam variabiles, errorem aliquem non pariant. Deinde, si observatio utrobique eodem tempore non instituatur, habenda est ratio trium motuum fixarum, qui jam satis sunt cogniti, nimirum praecessionis aequinoctiorum, aberrationis luminis et nutationis axis, ut observationes diversis diebus institutae reduci possint ad idem commune tempus, qua reductione rite facta, observationes, si satis accuratae sint, quae inter se pugnantes videntur maxime, evadunt omnino conformes. Praeterea observatio instituenda est longiore instrumento et ita accurate diviso atque rectificato, ut unius etiam vel alterius minuti secundi error evitetur; nam unius secundi error in gradu integro commissus, qui hexapedas continet circiter 67000, errorem hexapedarum 16 secum trahit. Demum observationes instituendae sunt plures, ut ex earum consensu certius de re tota constare possit.

nja jedva ući kakva zamjetljiva pogreška. Ono drugo od tih određivanja treba smatrati još mnogo točnijim, kako sam dokazao na istom mjestu, gdje sam i čitavu teoriju tog ispitivanja izložio, ako se ne varam, dovoljno točno.

No već treba da iznesem rezultat tih promatranja. Pošto smo u redu proveli sve redukcije i utvrdili položaj poligona, koji smo promatrali u Rimu i koji je, kako smo rekli, mnogo točniji, a vrlo se malo razlikuje od drugog položaja, što je stvarnim mjerenjem bio određivan iz riminske baze dvaput i na ravnijem tlu, pronašli smo, da razmak između paralele, koje prolaze kroz dva mjesta astronomskih promatranja, iznosi 123221.3 pariškog toaza.

Preostaje da prijeđemo na astronomska promatranja izvršena za određivanje nebeskog luka. Zacijelo znate, da se nebeski luk između paralela, koje prolaze kroz vrhove dvaju mjesta, određuje promatranjem udaljenosti neke zvijezde stajačice od zenita na jednom i drugom mjestu u samom prolazu kroz meridijan. Pri tome se uzima razlika udaljenosti, ako stajačica na jednom i drugom mjestu leži na istoj strani neba, a njihov zbroj, ako leži na suprotnim stranama.

Treba ipak paziti, da stajačice, koje se odabiru, budu što bliže samom zenitu, osobito zato, da refrakcije, koje u većim udaljenostima od zenita nisu samo veće nego i premalo poznate, pa čak i promjenljive, ne prouzrokuju kakvu pogrešku. Zatim, ako se promatranje ne vrši na jednom i drugom mjestu u isto vrijeme, treba voditi računa o tri kretanja stajačica, koja su već dovoljno poznata, naime o precesiji ekvinokcija, o skretanju svijetla i o pomicanju osi, da bi se promatranja izvršena u različite dane mogla svesti na isto zajedničko vrijeme. Obavi li se to svođenje u redu, i ona promatranja, samo ako su dovoljno točna, koja se pričinjaju međusobno sasvim suprotna, u potpunosti se slažu. Osim toga promatranje se mora vršiti pomoću instrumenta veće duljine i tako točno razdijeljena i ispravljena, da se može izbjeći pogreška čak od jedne sekunde. Pogreška naime od jedne sekunde počinjena u čitavom stupnju, koji sadržava 67000 toaza, vuče sa sobom pogrešku od 16 toaza. Napokon, treba vršiti više promatranja, da bi se prema njihovu slaganju sigurnije moglo utvrditi čitavo činjenično stanje.

Haec omnia nos quidem diligentissime cavimus et duas potissimum observavimus fixas, nimirum α Cygni et μ Ursae majoris, quarum utraque ab utroque zenith distabat multo minus quam tribus gradibus, et haec quidem posterior multo minus quam binis. Porro hae potissimum fixae ad rem aptissimae censendae sunt, quod illa prior utrobique ad boream jacebat, haec posterior erat binis zenith interjecta, quod nutationis axis nulla erat in his habenda ratio, cum aequatoris polus, qui eo motu circellum quendam vel potius exiguam discribit ellipsim, esset eo maxime tempore respectu earum ad oppositas partes jacentium ad sensum stationarius, nimirum prope ipsum transitum ab accessu ad recessum in altera et in altera viceversa a recessu ad accessum; reliquorum autem binorum motuum utramvis alter eo tempore admovebat ad polum, alter ab eo removebat. Quod ad instrumentum attinet, erat id quidem sector pedum Parisiensium 9 cum egregio sane telescopio, qui quam idoneus fuerit ad observationes et facile et quam accuratissime instituendas, et quae a nobis adhibita diligentia sit ad minimos etiam quosvis errorculos evitandos, partim superius innui, partim innuam inferius, sed ille tantum rem satis percipiet, qui primum quarti opusculi caput perlegere non dedignabitur.

Quod autem pertinet ad observationum numerum, in primis utramque fixam observavimus Romae anno 1752 martio mense, tum Arimini aprili et majo, deinde iterum Romae decembri, ut nimirum Ariminenses observationes binis Romanis includerentur, quarum trium priores satis proximae essent inter se ad eximendum in iis etiam omnem metum, qui forte fixarum motus nondum satis cognitos arbitrarentur, mediae autem a postremis ita distarent, ut is motus, qui intra annum est maximus, aberrationis luminis Bradleyanae post dimidium circiter annum maximum interea evagationem pateretur. Deinde tribus illis temporibus non singulas nos quidem instituimus observationes, sed multas semper et sectoris limbo jam in Orientem, jam in Occidentem obverso. Si post adeo varias observationum combinationes, post tantam diligentiam adhibitam idem ubique semper habeatur consensus in testibus inter se adeo discrepantibus, uti sunt illae binae fixae contrariis et positionibus praeditae et motibus, an non extra omnem dubitandi causam caelestis arcus, cujus accurata determinatio et omnino necessaria est et maxime periculosa, pro accurata et certissime definita haberi debet?

Na sve to dosta smo pomno pazili i promatrali upravo dvije stajačice, naime α u Labudu i μ u Velikom medvjedu. Obadvije su bile udaljene od jednoga i drugoga zenita mnogo manje od tri stupnja, a druga od njih mnogo manje od dva. Nadalje, upravo te dvije stajačice treba smatrati vrlo prikladnima za to promatranje zbog toga, što je prva na jednoj i drugoj strani ležala prema sjeveru, a druga se nalazila između dva zenita i što kod njih nije trebalo voditi računa o pomicanju osi, jer je pol ekvatora, koji tim kretanjem opisuje neki mali krug ili, točnije, sitnu elipsu, upravo u to vrijeme s obzirom na njih, što su ležale na suprotnim stranama, bio prividno nepomičan, naime kod jedne blizu samog prijelaza od primicanja na odmicanje, a kod druge obrnuto od odmicanja na primicanje. Od preostalih pak dvaju kretanja jedno je koju mu drago od njih u to vrijeme primicalo polu, a drugo odmicalo od njega.

Što se tiče instrumenta, to je bio sektor od 9 pariških stopa s doista izvrsnim teleskopom. Koliko je on bio prikladan za lako i vrlo točno vršenje promatranjâ i kakvu smo pažnju ulagali, da bismo izbjegli čak i najmanje bilo kakve pogreške, dijelom sam već prije izložio, a dijelom ću izložiti kasnije.

Što se pak tiče broja promatranja, jednu i drugu stajačicu najprije smo promatrali u Rimu u mjesecu martu god. 1752., zatim u Riminiju u aprilu i maju, pa ponovo u Rimu u decembru, naime tako, da su promatranja u Riminiju bila izvršena između dva niza promatranja u Rimu. Od ta tri niza promatranja već su prva međusobno bila vremenski vrlo blizu, tako da su mogla otkloniti svaki strah čak i od onih, koji možda smatraju, da kretanja stajačica nisu još dovoljno poznata, a ona srednja promatranja bila su vremenski toliko udaljena od posljednjih, da je ono kretanje Bradleyeve aberacije svijetla, koje je u toku jedne godine vrlo veliko, poslije otprilike pola godine dopuštalo najveće zastranjivanje. Nadalje, u ta tri vremenska odsjeka nismo vršili samo pojedinačna promatranja, nego uvijek mnogo njih, i to okrećući limb sektora sad prema istoku, sad prema zapadu. Kad se nakon tako raznolikih kombinacija promatranjâ i nakon toliko mnogo uložene pažnje posvuda javlja uvijek isto slaganje kod svjedoka, koji se međusobno tako jako razlikuju, kao što su to one dvije stajačice sa svojim suprotnim položajima i kretanjima, zar se ne može bez svake sumnje smatrati točnim i potpuno sigurnim naše određenje nebeskog luka, kojega je točno utvrđivanje općenito potrebno, ali veoma opasno?

6 8

Jam vero habetur in opusculo 2 omnium observationum series, atque ibi videre est in prima classe earum, quae Romae sunt habitae, pro α Cygni 6, pro μ Ursae 5, in secunda Ariminensi pro priore 7, pro posteriore itidem 7, in tertia iterum Romana pro priore 11, pro posteriore 7, nec usquam in singulis observationum fasciculis habetur discrimen a medio majus uno secundo nisi per fractionem perquam exiguam et fere semper discrimen totum intra unius secundi fractionem exiguam tantummodo cotinetur. Priores itidem Romanae cum posterioribus in μ Ursae intra unum fere secundum conventiunt, in α Cygni discrepant per 2″.7, quod ceteroquin exiguum discrimen debetur omnino partim alicui inaequalitati in ejus fixae motibus, sunt enim etiam inter fixas, quae, praeter inaequalitatem praecessionis aequinoctiorum, suos habent perquam exiguos peculiares motus, partim instrumento, cujus post translationem variati nonnihil, ih objectivi vitri collocatione in primis, non eadem penitus pars est adhibita; nam observationum vitio tribui non potest, cum in singulis iis ipsis fasciculis tot observationum nulla a medio magis distiterit quam per exiguam unius secundi fractionem. Verum et ibi assumpto mediorum medio, id ab utroque differt adhuc per unicum secundum et secundi fractionem perquam exiguam.

Verum summus observationum consensus et arcus caelestis determinatio accurata potissimum se prodit in tabella, quam ego exhibui in ipso fine capitis primi opusculi 4, ubi habentur et distantiae a zenith e singulis fasciculis erutae redactae ad 4 martii ejus anni 1752 ac correctae per refractionem, 4 determinationes arcus caelestis erutae e combinationibus observationum priorum Romanarum cum Ariminensibus et Ariminensium cum posterioribus Romanis utriusque fixae et demum 6 media assumpta inter binos quosvis ex iis arcubus cum medio omnium simul. Eam hic tabellam exhibeo utique notatu dignissimam.

No u drugoj se knjizi nalazi niz svih promatranjâ. Tu se može vidjeti, da je u prvoj skupini onih, koja su održana u Rimu, za α u Labudu izvršeno 6 promatranja, a za μ u Velikom medvjedu 5, u drugoj skupini, riminskoj, za prvu stajačicu 11 i za drugu 7 promatranja, pa ipak se u pojedinim bilježnicama promatranjâ nigdje ne nalazi razlika veća od prosjeka za jednu sekundu, nego za vrlo sitan njezin dio te se gotovo uvijek čitava razlika sastoji od sitna dijela jedne sekunde. Isto se tako prva rimska promatranja slažu s onim kasnijima kod μ Velikog medvjeda gotovo do u jednu sekundu, a kod α Labuda razlikuju se za 2″7. Uostalom tu neznatnu razliku treba zacijelo pripisati dijelom nekoj nejednakosti u kretanjima te stajačice (i među stajačicama ima ih, koje osim nejednakosti precesije ekvinokcija imaju svoja posebna, vrlo sitna kretanja), a dijelom instrumentu, koji se nakon premještanja nešto izmijeni, osobito u smještaju objektiva, pa se ne upotrebljava sasvim isti njegov dio. Spomenuta se naime razlika ne može pripisati pogrešci promatranjâ, kad u pojedinim onim bilježnicama nijedno od tako brojnih promatranja ne odstupa od prosjeka za više od sitnog dijela jedne sekunde. Ali ako se i tu uzme prosjek svih prosjeka, on se razlikuje od jedne i druge krajnosti još uvijek samo za jednu sekundu i sitan njezin dio.

No potpuno podudaranje promatranjâ i točno određivanje nebeskog luka najbolje se očituje u tablici, koju sam iznio na samom svršetku prvog poglavlja četvrte knjige, gdje se još nalaze udaljenosti od zenita svedene na 4. marta one 1752. godine i ispravljene refrakcijom, zatim četiri određenja nebeskog luka dobivena na temelju kombinacija prvih rimskih promatranja jedne i druge stajačice s riminskima kao i riminskih promatrajna s drugim rimskim i naposljetku šest prosječnih vrijednosti između bilo koja dva od tih lukova zajedno s projećnom vrijednosti sviju. Ovdje iznosim tu tablicu, koja potpuno zaslužuje da bude poznata.

DISTANTIA a ZENITH

Ex observationibus	α Cycni	μ Ursae
Romanis	2° 30' 20".7	0° 50' 0".8
Ariminensibus	0 20 34 .6	1 19 46 .6
Romanis posterioribus	2 30 23 .4	0 49 59 .4
Arcus ex 1 et 2	2 9 46 .1	2 9 47 .4
2 et 3	2 9 48 .8	2 9 46 .0

Media ex binis quibusque eorum arcuum			
Ex 1 et 2	2° 9' 47".4	Ex 2 et 3	2° 9' 48".2
1 et 3	2 9 46 .7	2, 4	2 9 47 .4
1 et 4	2 9 46 .0	3, 4	2 9 46 .7
Medium ex omnibus 4 arcubus simul			2° 9' 47".0

Jam vero obvenaret intervallum huic arcui debitum, uti diximus, hexapedarum 123221.3. Quare si fiat, ut 2°9′ 47″ = 7787″ ad 1° = 3600″, ita 123221 ad quartum prodeunt pro uno gradu hexapedae 56966.3. Verum ob correctiunculas quasdam, quarum mentionem et Mairius fecit, quas autem ego et in primo opusculo innuo et in quarto uberius expono, adjici possunt hexapedae 13, ut evadat gradus Romam inter et Ariminum medius 56979, quem ego quidem omnino censeo potius tantillo majorem vero quam minorem.

Porro ut innotescat, cui latitudini is gradus debeatur, determinanda erat Romani poli altitudo. Eam Mairius in ipso 3 opusculo definivit non ex harum binarum fixarum observationibus, sed ex pluribus aliis, quas habuimus Romae alterius fixae, nimirum β Aurigae, quam Arimini nunquam satis distincte observare nobis licuit per eos dies, soli nimirum nimis proximam. Eas conferens cum admodum accuratis et consentientibus inter se observationibus circa eandem fixam habitis a Cassino anno 1740, intulit altitudinem poli in Romani Collegii Musaeo 41° 53′55″ et ad Thermas Diocletiani ad Blanchinianum gnomonem 41°54′10″.17 aliquanto minorem quam a Blanchino inventa fuerat, cujus discriminis causam alteram, incertum nimirum penumbrae marginem a Blanchino observatae in solari imagine, Mairius exhibet, alteram indicat tantummodo nec vero exprimit, repetenda autem est ab erroribus quibusdam, quos ego in

UDALJENOST OD ZENITA

Po promatranjima	α u Labudu	μ u Vel. medvj.
rimskim	2° 30' 20".7	0° 50' 0".8
riminskim	0 20 34 .6	1 19 46 .6
drugim rimskim	2 30 23 .4	0 49 59 .4
Luk iz 1 i 2	2 9 46 .1	2 9 47 .4
Luk iz 2 i 3	2 9 48 .8	2 9 46 .0

Srednje vrijednosti iz svaka dva od tih lukova			
Iz 1 i 2	2° 9' 47".4	Iz 2 i 3	2° 9' 48".2
1 i 3	2 9 46 .7	2 i 4	2 9 47 .4
1 i 4	2 9 46 .0	2 i 4	2 9 46 .7
Srednja vrijednost iz sva 4 luka zajedno			2° 9' 47".0

Razmak, koji pripada tom luku, već je, kako smo rekli, dobio veličinu od 123221.3 toaza. Stoga, ako se postavi razmjer 2°9′47″ (7787″) : 1 (3600″) = 123221 : četvrtom članu, za jedan stupanj dobiva se 56966.3 toaza. No zbog nekih sitnih korekcija, koje je spomenuo i Le Maire i koje ja u prvoj knjizi samo dodirujem, a u četvrtoj opširnije izlažem, može se dodati 13 toaza, tako da stupanj između Rima i Riminija iznosi 56979 toaza, koji ja općenito smatram radije nešto malo većim nego manjim.

Nadalje, da bi se saznalo, kojoj širini pripada taj stupanj, trebalo je utvrditi visinu rimskog pola. Nju je u trećoj knjizi odredio Le Maire ne na temelju promatranja onih dviju stajačica, nego na temelju višekratnih promatranja druge stajačice, što smo ih vršili u Rimu, naime β u Vozaču, koju u Riminiju u one dane nismo nikada mogli jasno promatrati, jer je bila odveć blizu sunca. Uspoređujući ta promatranja s onim vrlo točnim i međusobno podudarnim promatranjima te iste stajačice, koja je god. 1740. vršio Cassini, Le Maire je utvrdio visinu pola u muzeju Rimskog kolegija na 41°53′55″, a kod Dioklecijanovih terma po Bianchinijevu gnomonu na 41°54′10″17, nešto manju od one, koju je našao Bianchini. Le Maire jedan uzrok navodi, naime nestalan rub polusjene, koju je Bianchini promatrao u sunčevoj slici, a drugi uzrok samo označuje, ali ga ne izlaže. Taj drugi uzrok treba tražiti u nekim pogreipsa ejus gnomonis constructione deprehendi ac habentur et in directione meridianae lineae et in divisionibus; atque unum ex iis maxime patentem in Tyconica quadam scala aeri incisa in marmore ad caput ipsius meridianae lineae parieti affixo cum aliis pluribus, tum in primis Condaminio ostendi superioribus mensibus, ex quo constat Blanchinum artifici minus perito indulsisse plus aequo et ipsi fidentem nimis ne inspexisse quidem eam partem, in qua vel sola intervallorum numeratio errorem prodit, cum in 900 particulas reapse divisa ibi sit centesima gnomonis pars, quae in 1000 dividi debuit, et numeris ibidem adscriptis dicitur esse divisa in 1000.

Jam vero si latitudini 41°53′55″ addatur dimidium inventi caelestis arcus, nimirum 1°4′54″, habetur latitudo 42°58′49″ sive proxime 42°59′ vel fere 43°, cui debetur gradus ille medius a nobis inventus. Is est minor per hexapedas 69 illo, quem Cassinus a Thury cum Caillio definivit in Gallia australi pro latitudine 43°31′ dimidio gradu tantummodo excedente nostram, hexapedarum 57048, quo ex regulari figura deberet esse, uti facile demonstratur, minor per hexapedas tantum 8. Quamobrem jam hinc videre licet curvae aequilibrii irregularitatem quandam; sed hac de re iterum redibit sermo inferius.

Et haec quidem e secundo opusculo excerpenda censui, adjectis pluribus e primo et quarto; e tertio satis erit excerpere tabulam longitudinum ac latitudinum, de qua superius injecta est mentio, quam omnibus per Europam et geographis et astronomis utilissimam fore confido et gratissimam, in qua computanda Mairius diligentiam adhibuit summam. Eam ad calcem totius opusculi apponam. In ea habentur etiam minuta secunda, prout ex observationibus immediate sunt eruta pro iis locis, in quibus observationes initae sunt, quae plerumque erant campanariae turres omnium editissimae vel altiora aliqua loca circa mediam urbem selecta.

Illud unum hic praeterea monendum censeo, quod ad eandem tabulam pertinet, latitudinem Urbini hic obvenire fere 5 minutis minorem ea, quam Blanchinus definiverat, ac in aliis etiam locis occurrunt apud ipsum nonnulla a nostris discrimina. Ea de re videndum id, quod Mairius monet sub ipsum tertii opusculi finem. Nos quidem instrumentis usi sumus multo aptioribus et fere omnia loca deducta a nobis sunt per trian-

škama, koje sam ja pronašao u samoj konstrukciji, a nalaze se i u smjeru meridijanske linije i u razdjelnim crticama. Jednu od tih pogrešaka, i to najočitiju, na nekoj Tychovoj u mjed urezanoj ljestvici, koja se nalazi na mramornoj ploči pričvršćenoj o zid kod početka same meridijanske linije, pokazao sam prošlih mjeseci mnogim drugima, a posebno La Condamine-u. Odatle proizlazi, da se Bianchini više nego je trebalo oslonio na premalo vješta majstora i da, suviše se u njega pouzdavajući, nije ni pregledao onaj dio, na kojem već sama brojčana oznaka razmakâ odaje pogrešku, jer je stoti dio gnomona ondje stvarno razdijeljen na 900 dijelića, a isto se ondje napisanim brojevima kaže, da je razdijeljen na 1000 dijelića.

Ako se pak geografskoj širini od 41°53′55″ doda polovica pronađenoga nebeskog luka, naime 1°4′54″, dobiva se širina od 42°58′49″ ili približno 42°59′ ili gotovo 43°, kojoj pripada onaj srednji stupanj, što smo ga pronašli. On je za 69 toaza manji od onoga, što ga je Cassini de Thury zajedno sa De la Caille-om utvrdio u južnoj Francuskoj na 57048 toaza za širinu od 43°31′, koja samo za polovicu stupnja prelazi našu. Da je oblik Zemlje pravilan, naš bi stupanj, kako je lako dokazati, morao biti manji samo za 8 toaza. Stoga se već odatle može vidjeti neka nepravilnost krivulje ravnoteže. No na taj će se problem naše izlaganje kasnije ponovo vratiti.

To sam smatrao vrijednim da navedem iz druge knjige, nadodavši više toga iz prve i četvrte. Iz treće knjige bit će dovoljno da iznesem tablicu geografskih dužina i širina, koju sam već prije spomenuo. Čvrsto se nadam, da će ta tablica, u čije je proračunavanje Le Maire uložio vrlo mnogo pažnje, biti silno korisna i ugodna svim evropskim i geografima i astronomima, Iznijet ću je na kraju ovoga djelca. U njoj su navedene i sekunde, kako su na temelju promatranjâ neposredno utvrđene za ona mjesta, na kojima su se vršila promatranja, a to su većinom bili najviši zvonici ili druga kakva viša mjesta odabrana u sredini grada.

Osim toga smatram, da ovdje treba da upozorim još i na ovo, što se tiče te iste tablice, naime da u njoj geografska širina Urbina ispada gotovo za pet minuta manja od one, koju je utvrdio Bianchini. A i kod drugih mjesta javljaju se kod njega neke razlike prema našim rezultatima. O tome treba pogledati ono, na što Le Maire upozorava potkraj treće knjige. Mi smo se doista služili mnogo prikladnijim instrumentima gulorum seriem productam ope quadrantis non ita exigui, muniti duplici telescopio, et inchoatam a stationibus poligoni definitis per maximum quadrantem radio pedum Parisiensium trium, praeter nonnulla aliis, sed satis accuratis, definita methodis, uti est ea, qua definitur locus, ex quo tria loca jam definita observentur, cujus methodi calculum exponit Mairius in hoc opusculo tertio, constructionem prorsus elementarem ego sub finem opusculi 4. Et quidem nostra Urbini positio, in qua tam immanis Blanchino error subrepsit, definita est per duo tantummodo triangula a binis poligoni stationibus, quam tertium triangulum ita confirmat, ut vix trium hexapedarum discrimen habeatur. Quamobrem de nostra determinatione dubitari omnino non potest.

Ut vero ad quartum opusculum faciamus gradum et nonnulla ex iis, quae ad ipsum pertinent, proferamus selecta e pluribus, quae hic persequi non licet, indicabo quaedam, quae maxime notatu digna sunt in instrumentis, quae mihi quidem videntur nova; ego sane illud ingenue fateri possum me eadem vidisse nusquam; spero autem non inutilia fore astronomiam practicam exercentibus qualiacumque inventa haec mea; sed qui ea satis exposita desiderat, ipsum oportet omnino consulat opusculum quartum, in quo non totum quantum modo instrumentum, sed singulae ejus partes atque usus ipsarum partium illustrantur schematis ad rem aptissimis.

Primo quidem figura 2, quae hic est eadem ac in memorato volumine fig. 1, tab. 2, exhibet sectorem vel potius crucem quandam, qua definivimus fixarum distantias a zenith et ejus collocationem. *BDM* est ferrea regula, quae ad rectos angulos excurrit ad latus utrumque in *E* et *E'* atque ipsi altera *FF'* cochleis adstringitur aliquanto superior. In *C* est capsula quaedam ispi ferruminata ita, ut ope vertibuli aperiri possit atque concludi, quae acum continet tenuissimo fundi puncto respondentem, quod punctum habetur pro centro sectoris et ex quo pendet filum penduli *CO*. Est autem *HH'* tubus telescopii e tenui ferrea lamina (ferrum album Galli dicunt), qui per multa crassa et brevissima brachiola quaedam *SS'* ex aurichalco arctissime adstringitur regulae ipsi ferreae itidem ferruminatus, quod totam machinam firmissimam reddit atque inflexilem. Vitrum objectivum excipit in *H* capsula quaedam ex aurichalco, quod ipsi capsulae est nonnihil excentricum, ut ejus conver-

i gotovo smo sva mjesta proračunavali produljenim nizom trokuta pomoću ne tako malena instrumenta opremljena dvostrukim teleskopom. Taj smo niz trokuta započeli od stanica poligona, koje smo odredili vrlo velikim kvadrantom s polumjerom od tri pariške stope. Sva smo mjesta osim nekih odredili drugim, ali dovoljno točnim metodama, kakva je npr. ona, kojom se određuje mjesto, iz kojega se promatraju tri već određena mjesta. Račun te metode izlaže Le Maire u trećoj knjizi, a potpuno jednostavnu konstrukciju ja potkraj četvrte knjige. A ipak je kod nas položaj Urbina, pri kojemu se Bianchiniju potkrala tako strašna pogreška, određen samo sa dva trokuta iz dvije stanice poligona. Taj je položaj tako potvrđen trećim trokutom, da se dobiva razlika od jedva tri toaza. Stoga se u naše određivanje uopće ne može sumnjati.

Ali da bismo prešli na četvrtu knjigu i u izboru iznijeli nešto od onoga, što je u njoj sadržano, a ovdje se ne može opširnije izlagati, upozorit ću na neke pojedinosti u instrumentima, koje potpuno zaslužuju da budu istaknute, a meni bar čine se novima. Ja doista mogu iskreno izjaviti, da ih nigdje nisam vidio. Kakvi god bili ti moji pronalasci, nadam se, da ne će biti bez koristi onima, koji se bave praktičnom astronomijom. No tko želi opširnije izlaganje toga, treba svakako da posegne za četvrtom knjigom, u kojoj su ne samo cijeli instrument, nego i pojedini dijelovi i upotreba tih dijelova zorno predočeni vrlo prikladnim nacrtima.

Najprije slika 2, koja je ovdje ista kao sl. 1 na tabli 2 u sopmenutom djelu, prikazuje sektor ili, točnije, neki križ, kojim smo određivali udaljenosti stajačica od zenita i njegov položaj.

BDM je željezna motka, koja kod *E* i *E'* s jedne i druge strane prelazi u pravi kut. S njom je nešto poviše pričvršćena vijcima druga željezna motka *FF'*. U *C* je neka kutijica zalemljena na tu motku tako, da se pomoću šarki može otvoriti i zatvoriti. Ona sadržava iglu, koja odgovara vrlo tankoj točki na dnu. Ta se tačka smatra središtem sektora i iz nje visi nit viska *CQ*. Na slici je *HH'* cijev teleskopa od tankoga željeznog lima (Francuzi ga zovu *fer-blanc*), koja je mnogim debelim, ali vrlo kratkim mjedenim sponama *SS'* također lemljenjem sasvim tijesno pričvršćena uz željeznu motku. To čini čitavu napravu silno čvrstom i krutom. U *H* neka čahura od mjedi drži objektiv, koji je prema samoj čahuri nešto ekscentričan, sione etiam ingenti intra aliam itidem aurichalcicam et crassam ac cum ipsa ferrea regula ferruminatam possit centrum objectivi vitri tantillum accedere ad regulam ipsam ferream vel ab illa recedere ac ope cochleae ubi libeat adstringi, quod quidem prodest plurimum ad reddendum quantumlibuerit accurate parallelum plano sectoris axem telescopii. Circa *C* habetur tubus aurichalcicus crassus e posteriore sui parte adhaerens regulae ferreae nec ulla ratione connexus cum tubo telescopii, qui telescopii tubus ita ibi abrumpitur, ut tamen inferne ipsi inseri possit tubus brevior e posteriore sui parte resectus, intra quem alius adhuc brevior ocularem deferens lentem possit admoveri objectivo vitro vel inde removeri ad libitum pro diversa oculorum constitutione, nullo interea impresso motu aut tremore illi tubo aurichalcico.

Porro ipsi illi aurichalcico tubo crasso affabre tornato ex interiore parte inseritur alter itidem aurichalcicus affabre tornatus e parte exteriore ita, ut magna solum adhibita vi converti possit circa proprium axem ac promoveri vel retrahi; atque inferiori ejus margini adnexa sunt bina tenuissima argentea fila se ad angulos rectos accurate decussantia, tensa ope lamellae elasticae et immobilia, quae liberis illis tubuli ipsius motibus ita admoveri possint objectivo vitro vel removeri, ut in ipso medio ejus foco constituta parallaxim omnem objecti, quantum fieri potest, evitent, et converti ita, ut alterum plano sectoris evadat parallelum, alterum perpendiculare. In tubo autem inferiore illo tubulum deferente cum oculari lente habentur fenestrae, quae aperiri possint et cocludi, ut interdiu lucem exludant, noctu filorum illuminationem permittant, quae per lucernam ad latus appositam praestatur admodum facile.

Quam haec omnia commoda sint et utilia ad facilem et accuratam observationem, norunt harum rerum periti et in ipso opusculo 4 exponitur, at, quod eo maxime pertinet, est ipse sectoris limbus *EE'*. Supra regulae ferreae faciem habetur ferruminata amplior aurichalcica lamina, tum supra ipsam adsunt laminae tres per totam ejus longitudinem protensae, quarum extremae duae cum priore illa interiore cohaerent firmissime, tertia inter eas potest excurrere et promoveri versus *E'* vel retrahi versus *E* ad libitum, fere par integrum pollicem, ope

da se i pri njezinu jaku okretanju unutar druge čahure, isto tako mjedene, debele i zalemljene na samu željeznu motku središte objektiva može nešto malo približiti željeznoj motki, odnosno udaljiti od nje i pomoću vijka pričvrstiti bilo gdje. To mnogo koristi da se os teleskopa namjesti tako, da bude, koliko se želi točno, paralelna ravnini sektora. Oko *C* nalazi se debela mjedena cijev, koja svojom stražnjom stranom čvrsto prianja uz željeznu motku, a nikako nije spojena sa cijevi teleskopa. Ta je cijev teleskopa ondje tako presječena, da se ipak odozdo može u nju uvući kraća cijev, presječena na stražnjoj strani, a u njoj se druga, još kraća cijev s okularom može po volji primaknuti objektivu ili se od njega udaljiti, prema različitom ustrojstvu oka, a da se pri tome kod one mjedene cijevi ne izazove nikakvo pomicanje ni trešnja.

Nadalje, u tu se debelu mjedenu cijev s unutarnje strane majstorski istokarenu uvlači druga također mjedena cijev, majstorski istokarena s vanjske strane, tako da se samo primjenom velike sile može okretati oko svoje osi i pomicati naprijed ili natrag. Na njezinu donjem rubu pričvršćene su dvije vrlo tanke srebrne žice, koje se križaju točno pod pravim kutom, a napete su pomoću male elastične pločice i nepomične. One se uz slobodne pokrete one manje cijevi mogu tako primaći objektivu ili se odmaći od njega, da smještene u sredini njegova žarišta izbjegavaju, koliko je god moguće, svaku paralaksu predmeta, te se mogu tako okretati, da jedna od njih postane paralelna s ravninom sektora, a da druga postane okomita na nju. U onoj pak donjoj cijevi, koja nosi manju cijev s okularom, nalaze se prozorčići, koji se mogu otvarati i zatvarati, tako da danju isključuju svjetlost, a noću omogućuju osvjetljenje onih žica, koje se lako postizava svjetiljkom smještenom sa strane.

Kako je sve to prikladno i korisno za lako i točno promatranje, znaju oni, koji se u to razumiju, a to se izlaže u samoj četvrtoj knjizi. No ono, što tome najviše pridonosi, jest sam limbus sektora *EE'*. Iznad prednjeg dijela željezne motke nalazi se zalemljena veća mjedena pločica, a povišе nje pružaju se tri pločice po čitavoj njezinoj dužini. Od njih su dvije krajnje vrlo čvrsto priljubljene uz onu prvu unutarnju, a treća se može među njima po volji micati i primicati prema *E'* ili se povlačiti prema *E* gotovo za čitav palac pomoću vijka, kocochleae, cujus manubrium extans ad E figura exprimit, quae exhibet etiam laminae intermediae procursum ad E'. Ipsi cochleae prope manubrium adnexus est indiculus, qui partes singularum cochleae conversionum exhibet notatas in circumferentia circuli, cujus planum axi cochleae perpendiculare admodum oblique visum pariter figura indicat; lamina vero mobilis non arcum circuli, sed rectam continet lineam, transversis ad angulos rectos lineolis (multo melius fuisset tenuja notare rotunda puncta), divisam in partes aequales, et alias habet in superiore margine divisiones, quae notant integras conversiones cochleae eam promoventis.

Laminae ipsius longitudo est Parisiensium pollicum 14; sunt autem a linea media ad foraminulum in centro C pedes Parisienses 9; assumpti nimirum sunt singuli ad d, tum ad d' ac deinde ad D, tum terni priores simul translati in D' ac deinde in C. Usus autem hujus laminae est summus in primis ad rectificationem sive ad explorandam divisionum aequalitatem, tum ad angulos accurate determinandos. Ducta enim tenui lineola in superficie vitri polita et vitro agglutinato laminis fixis ita, ut lamella mobili nihil procurrente ad E' congruat ea lineola ad sensum cum fine primae earum partium, in quas ipsa lamina mobilis est secta, promoveri potest per cochleam eadem lamina mobilis et, lente adhibita, vel etiam si libeat microscopio, notari, quot integrae conversiones cochleae et conversionis unius particulae respondeant illi parti, notando appulsum lineolae utriusque eam terminantis ad lineolam vitri laminae ipsi contiguam et, dum ea movetur, immotam. Tum retracta lamella in priorem locum et iterata observatione, quantum libet, ut ne de unica quidem particula dubitari possit, quod ope microscopii est admodum facile (in meo sectore tres ejusmodi particulae uni secundo minuto respondebant), potest detrahi vitrum ac promoveri ita, ut congruat ad sensum eo modo cum fine secundae partis, et ibi agglutinari, tum iterum promoveri lamina et notari, quid ipsi secundae parti respondeat. Profecto etiam si ejus spirae non accurate aequales essent, quoniam eaedem in utroque adhibentur casu, discrimen si quod sit, erit autem semper aliquod, utcumque industrius sit artifex, exhibebitur sine ullo errore sensibili; nam is in exiguo numero particularum ejus discriminis evanescet; verum facile est in ipsas quoque et spiras et spirarum partes inquirere praestando vel id,

jega držak, što viri kod E, prikazuje slika, koja ujedno pokazuje i pomak srednje pločice prema E'. Na vijku je uz držak pričvršćena mala kazaljka, koja pokazuje dijelove pojedinih okretaja vijka zabilježene na obodu kruga. Ravninu toga kruga okomitu na os vijka, koja se čini suviše kosom, također pokazuje slika. Pomična pak pločica nema kružni luk, nego ravnu crtu s crticama okrenutim pod pravim kutom (bilo bi mnogo bolje označiti sitne okrugle tačke), razdijeljenu na jednake dijelove. Na gornjem rubu ima ona druge razdjelbe, što bilježe potpune okretaje vijka, koji je pomiče.

Sama je pločica duga 14 pariških palaca; od srednje crte do rupice u središtu C ima 9 pariških stopa. Po jedna je naime stopa uzeta kod d, kod d' i zatim kod D, a onda su prve tri stope zajedno prenijete na D' pa na C. Korist te pločice vrlo je velika u prvom redu za ispravljanje, odnosno za ispitivanje jednakosti razdjelbi, a zatim za točno određivanje kutova.

Povuče li se naime po glatkoj površini stakla tanka crtica i priljubi li se staklo uz one učvršćene pločice tako, da se pomična pločica nimalo ne pokreće prema E', a da se ta crtica vidljivo poklapa s krajem prvoga od onih djelića, na koje je pomična pločica razdijeljena, ta se pomična pločica može pomoću vijka pomicati naprijed, pa se upotrebom leće ili, ako je po volji, mikroskopa može ustanoviti, koliko potpunih okretaja vijka i djelića jednog okretaja odgovara onom dijelu, pazeći, kad će obje crtice, što zatvaraju taj dio, dodirnuti crticu na staklu, koja je tik uz pomičnu pločicu i koja, dok se ona miče, ostaje nepokretna. Tad se pločica povuče na prijašnje mjesto, pa se to promatranje po volji ponavlja, da se ne bi moglo sumnjati ni za jedan djelić. To je pomoću mikroskopa lako (na mojem sektoru tri su takva djelića odgovarala jednoj sekundi). Staklo se može maknuti i potisnuti naprijed, tako da se na taj način vidljivo poklapa s krajem drugoga dijela, i tu priljubiti, pa ponovo pomaći pločicu naprijed i utvrditi, što odgovara tom drugom dijelu. Zacijelo, ako zavoji vijka i ne budu točno jednaki, kad se već isti zavoji upotrebljavaju u oba slučaja, bude li kakve razlike — a neke će razlike uvijek biti, ma koliko savjestan bio konstruktor — ona će se pokazati bez ikakve zamjetljive pogreške. Kod malog naime broja djelića, koji pokazuju neku razliku, pogreška će se izgubiti.

ut eadem laminae mobilis lineola transeat sub binis laminae vitreae a se distantibus intervallo ex. gr. unius spirae, vel id, ut binae ejusmodi lineolae designatae in lamina mobili per unius spirae intervallum, potest secunda spira conferri cum prima atque ita possunt omnes et laminae partes et cochleae spirae vel quivis partium et spirarum numeri inter se conferri.

Et haec quidem in eo opusculo multo uberius explicantur, ut et alia multa adduntur huc pertinentia, inter quae illud etiam ostenditur, quo pacto ope hujus laminae in hoc sectore haberi possit per divisiones solas quidquid habetur in Bouguerii methodo partium radii aliquotarum quae arcui limbi insculpantur. Quod autem ad usum pertinet in angulis determinandis, satis patet, directo telescopio in fixam et pendulo *CQ* aberrante hinc vel inde a medio limbo, prout limbus ipse Orienti obvertitur vel Occidenti, binas distantias ipsius fili ab ipso medio computatas in recta laminae mobilis exhibere binas tangentes binorum angulorum, quorum semisumma, etiam ubi axis telescopii, plano quidem limbi parallelus, sed non item medio sectoris radio, ab ipso nonnihil aberrat, exhibet distantiam fixae a zenith. Porro ad ejusmodi distantiam obtinendam, immoto post observatam fixam instrumento et filo cadente utcumque inter binas divisiones laminae mobilis, satis est ipsam mobilem laminam ope cochleae ita promovere, ut divisio proxima accurate congruat cum penduli filo, et patet illico ex cochleae conversionibus ac postremae conversionis particulis, quid integris partibus addendum praeterea sit; hujusmodi vero definitionem intervalli instituere licet, quotcumque vicibus libeat; et eam quidem instituebamus saepe ambo ope lentis satis acutae aptatae ipsi instrumento alter post alterum cum summo consensu et duarum ad summum vel trium particularum discrimine ultra unum minutum secundum non assurgente.

His indicatis potius quam satis expositis, dicendum aliquid de suspensione et facili usu. Brachium *Aaa' A'* ferreum satis figura indicat, ut et machinae mobilitatem in *A'* circa axem verticalem ac praeterea regulae ferreae et totius sectoris conversionem in *B* circa axem horizontalem, qui quidem axes non est necesse ut habeant ejusmodi positiones accuratas, et motus

No lako je podvrći ispitivanju i same zavoje i njihove dijelove ili tako, da ista crtica pomične pločice prijeđe pod dvije crtice staklene pločice udaljene u razmaku od, na primjer, jednoga zavoja, ili tako, da dvije takve crtice označene na pomičnoj pločici budu u razmaku od jednog zavoja, pa da se drugi zavoj može usporediti s prvim. Na taj se način mogu međusobno usporediti i svi dijelovi pločice i svi zavoji vijka, odnosno koji mu drago broj dijelova i zavoja.

To se u spomenutoj knjizi izlaže mnogo opširnije, a tako se ondje dodaju i mnoge druge pojedinosti, koje pripadaju ovamo. Među njima se pokazuje i to, na koji se način pomoću te pločice može kod takvoga sektora samo na temelju razdjelbi dobiti sve ono, što se dobiva Bouguerovom metodom alikvotnih dijelova radiusa, koji se urezuju u luk limba. Što se pak tiče upotrebe, upravi li se teleskop na stajačicu i zastranjuje li njihalo *CQ* s ove ili s one strane od sredine limba prema tome, da li se sam limb okreće prema istoku ili prema zapadu, dovoljno je jasno, da dvije udaljenosti same niti od sredine izračunate na prednjem dijelu pomične pločice pokazuju dvije tangente dvaju kutova, kojih poluzbroj — i onda kada os teleskopa, doduše paralelna s ravninom limba, ali ne i sa srednjim radiusom sektora, od njega nešto zastranjuje — daje udaljenost stajačice od zenita.

Nadalje, da bi se dobila ta udaljenost, kad je instrument poslije promatranja stajačice nepomičan i kad nit njihala na bilo koji način pada između dvije crte pomične pločice, dovoljno je samu pomičnu pločicu pomoću vijka tako pomicati naprijed, da se najbliža crta podudara s niti njihala. Po okretajima vijka i po dijelovima njegova posljednjeg okretaja jasno se vidi, što osim toga treba dodati cijelim dijelovima. Takvo određivanje razmaka može se poduzimati koliko se god puta hoće. Mi smo obojica jedan iza drugoga često to poduzimali služeći se lećom smještenom u instrument. Naša su promatranja pokazivala najveći sklad, a razlika od dva ili, najviše, tri djelića nije prelazila jednu sekundu.

Pošto sam to više natuknuo nego dovoljno izložio, treba nešto reći o vješanju tog instrumenta i njegovoj lakoj upotrebi. Slika jasno pokazuje željezni krak *Aaa' A'* kao i pokretnosti naprave u *A'* oko vertikalne osi, a osim toga u *B* okretanje željezne motke i čitava sektora oko vodoravne osi. Nije nužno da te osi imaju tako točan položaj, a pokreti moraju biti vrlo debent esse admodum liberi. Regula Ggg' G' est itidem ferrea et crassa, muro vel crassiori tigno infixa ad Gg, quae itidem ad partes G' debet habere aliquid muro vel solo innixum, quod omnem ejus motum impediat. Ea collocabatur ad sensum in directione meridianae lineae et habet plura cochleata foramina, per quae traducuntur cochleae IF, IF', quae ad partes FF' tantummodo innituntur regulae transversae FF', ut eam possint vel ex utraque vel ex altera tantum parte propellere, prout opus fuerit, bina autem fila FKL, $F'K'L'$ adnexa in FF' ipsi regulae et supra regulam GG' traducta trahunt totum sectorem ope ponderum LL' et ipsis apprimunt cochleis. Demum brachiolum NOV ope binarum cochlearum in N adstringitur regulae GG', ubicumque libuerit in R vel ad partes G', ut figura exprimit, vel ad oppositas, prout sector in alteram inclinatus partem fit vel in alteram et ope cochleae ST adstringitur ipsi ferreum itidem instrumentum propius vel remotius respectu puncti O, ut libuerit, ut nimirum cochlea XP possit totum sectorem urgere in E' vel in E et magis vel minus inclinare.

Jam vero mirum sane, quam facile hisce adjumentis instrumento debita positio datur et firmiter perseverat. Primum ope cochleae alterius IF ita convertitur, ut limbus EE' acquirat directionem meridianae lineae, quod facile praestabatur designata ipsa linea in inferiore solo et collocato oculo supra limbum EE' ac ea cochlea promota vel retracta, donec dotam limbi faciem simul ad eam lineam meridianam appellere conspiceretur: tum vero aeque promota vel retracta utraque cochlea IF, adducebatur planum sectoris ad planum verticale, quod indicabat filum penduli CQ vix non contingens ipsum limbum. Eo pacto instrumentum jam erat in plano Meridiani, in quo plano inclinabatur ope cochleae XP ita, ut fixa appelleret ad filum telescopii plano sectoris perpendiculare, per quod ad filorum intersectionem deveniret. Porro impedientibus cochleis IF accessum ad regulam GG', ponderibus L, L' recessum cochlea descensum versus V, suo ipsius pondere et multo magis ponderibus L', L', ubi fila FK nonnihil inclinarentur ad partes R, recessum, adeo firma erat instrumenti collocatio, ut aliquando per horas 6 positione observationis sibi relicta ne unius quidem minuti secundi discrimen invenerim. Conversio autem instrumenti, detractis ponderibus L,L' et post conversionem restitutis, facillime et perquam brevis-

slobodni. Motka Ggg' G' isto je tako željezna i debela, a kod Gg učvršćena je u zid ili u deblju gredu. I na stranama G' mora imati neki oslonac o zid ili o tlo, koji bi spriječio svako njezino micanje. Namještala se zamjetljivo u pravcu meridijanske crte. Na njoj je više rupa za vijke, kroz koje se provode vijci IF i $I'F'$. Oni se samo na stranama FF' oslanjaju na poprečnu motku FF' da je mogu potisnuti naprijed bilo s obje strane ili samo s jedne, kako bude potrebno. Dvije pak žice FKL i $F'K'L'$, spojene su u FF' sa samom motkom i provedene iznad motke GG', vuku čitav sektor pomoću tegova LL' i pritišću ga samim vijcima. Naposljetku, maleni se krak NOV pričvršćuje u N sa dva vijka uz motku GG', gdje se god to zaželi u R ili na stranama G' kako pokazuje slika, ili na suprotnim stranama, prema tome, kako se sektor naginje na jednu ili na drugu stranu. Pomoću vijka ST pričvršćuje se uza nj instrument isto tako željezan, bliže ili dalje s obzirom na točku O, kako se zaželi, da bi naime vijak XP mogao potiskivati čitav sektor prema E' ili prema E i više ga ili manje nagibati.

Doista je neobično, kako se lako pomoću tih sredstava daje instrumentu valjan položaj i kako on u njemu čvrsto ustraje. Najprije se pomoću jednog vijka IF tako okreće, da limb EE' dobiva smjer meridijanske crte. To se lako postizavalo na taj način, što bi se dolje na tlu nacrtala crta, pa bi se oko namjestilo poviše limba EE'. Onaj bi se vijak pomicao naprijed ili povlačio natrag, dok se ne bi vidjelo, da čitava prednja strana limba dodiruje onu meridijansku crtu. Tada bi se pak oba vijka IF jednako primakla ili odmakla, pa bi se ravnina sektora dovodila u vertikalnu ravninu, koju je pokazivala nit njihala CQ, koja je gotovo dodirivala sam limb. Na taj je način instrument već bio u ravnini meridijana, u kojoj se nagibao pomoću vijka XP tako, da stajačica naiđe na žicu teleskopa okomitu na ravninu sektora i tako dođe do točke, u kojoj se žice međusobno sijeku. Nadalje, kako su vijci IF sprečavali pristup do motke GG', tegovi LL' odmak od nje, vijak svojom vlastitom težinom i još mnogo više tegovima $L L'$ spuštanje prema V, a kad bi se žice FK nešto nagibale na strane R, odmak, instrument je bio namješten tako čvrsto, da sam ga katkada ostavljao po 6 sati u položaju promatranja, pa ne bih našao razliku ni od jedne sekunde. Kad bi se skinuli tegovi $L L'$, koji su se poslije okretanja vraćali na mjesto, simo tempore praestabatur. Idcirco autem apposita fuerat aliquanto altior illa transversa regula *FF'*, ut conversione facta conspectum facilem limbi non impediret regula *GG'* cum cochleis *FF'*.

Ope hujus conversionis admodum facile licebat etiam explorare, an axis telescopii esset parallelus plano sectoris, de quo parallelismo tam sollicitus extitit Bouguerius, atque id ipsum fiebat etiam ignorato penitus statu horologii caeteroquin aequabilis. Nam obverso primo die limbo sectoris versus Occidentem, secundo versus Orientem, tertio itidem versus Occidentem et notatis momentis appulsuum, si intervalla temporum inter primam et secundam observationem ac inter secundam et tertiam notata ab horologio aequalia sunt, axis est parallelus; si inaequalia, et fiat, ut unum intervallum ad quartam differentiae inventae partem, ita integer circulus ad quartum, ea erit deviatio axis telescopii a plano sectoris in partibus paralleli fixae, quae per notas methodos facile reducitur ad partes circuli maximi. Porro et hoc theorema in illo ipso opusculo admodum facile demonstratur et aliae methodi traduntur ei affines ac illustrantur exemplis et exhibetur methodus computandi errores, qui oriri possint ex data deviatione limbi a positione lineae meridianae vel plani sectoris a plano verticali, ac alia quam plurima traduntur, quae ad sectorem ejusque partes atque ad observationes pertinent et correctionem errorum ac aestimationem eorum, qui in nostris observationibus possunt irrepsisse. Sed de iis nulla hic quidem mentio fieri potest.

Quamobrem sectore omisso indicabo tantummodo instrumentum quoddam, quod ego ad quadrantis rectificationem tuto peragendam et vero etiam facile, parari mihi jussi, tentatis antea pluribus aliis methodis, quae mihi quidem videntur multo minorem accurationem exhibere. Id instrumentum videre est hic in fig. 3., quae est eadem ac in memorato volumine fig. 5, tab. 3, in qua quidem tabula exhibeo etiam plures ipsius partes seorsum majore forma delineatas. Est *NCL* telescopium fixum,*DCG* regula mobilis cum telescopio, cui deest infra *fF* tubus lentem ocularem deferens, qui nimirum ope vertibuli constituti, in *Ff* infra fila argentea tensa de more et se decussantia in foco elevari poterat observatione peracta, ut appare-

instrument bi se okrenuo vrlo lako i za sasvim kratko vrijeme. Ona poprečna motka *FF'* bila je nešto poviše dodana zato, da nakon okretaja motka *GG'* s vijcima *FF'* ne sprečava lak pogled na limb.

Pomoću tog okretanja moglo se vrlo lako i ispitati, da li je os teleskopa paralelna s ravninom sektora, za koju je paralelnost bio toliko zabrinut Bouguer. To se vršilo ne vodeći nimalo računa o stanju sata inače ispravnoga. Okrene li se naime limb sektora prvoga dana prema zapadu, drugoga dana prema istoku, i trećega ponovo prema zapadu i zabilježe li se momenti primaka, ako su vremenski razmaci između prvoga i drugoga i između drugoga i trećega promatranja, zabilježeni na satu, jednaki, os je paralelna. Ako su pak nejednaki i ako se desi, da se jedan razmak odnosi prema četvrtini pronađene razlike kao čitav krug prema svojoj četvrtini, to će biti skretanje osi teleskopa od ravnine sektora u dijelovima paralele stajačice. To se skretanje poznatim metodama lako svodi na dijelove najvećeg kruga.

Tako se u spomenutoj knjizi vrlo lako dokazuje i taj teorem i iznose i osvjetljuju primjerima druge njemu srodne metode, a izlaže se i metoda izračunavanja pogrešaka, koje bi mogle nastati iz danog skretanja limba od položaja meridijanske crte ili pak iz skretanja sektorove ravnine od vertikalne ravnine. Tu se navode i druge, vrlo brojne pojedinosti, koje se odnose na sektor i njegove dijelove, na promatranja i na ispravljanje i ocjenjivanje pogrešaka, koje su se mogle uvući u naša promatranja. No o tome se doista ne može ovdje ništa iznositi.

Stoga ću, napustivši sektor, samo nešto natuknuti o nekom instrumentu, koji sam za sebe dao izraditi, da bih sigurno i lako mogao vršiti ispravljanje kvadranta. Prije toga iskušao sam više drugih metoda, koje, čini mi se, pokazuju mnogo manje tačnosti. Taj se instrument može ovdje vidjeti na sl. 3, koja je ista kao sl. 5 na tablici 3 u spomenutom djelu. Na toj tabli posebno pokazujem više njegovih dijelova nacrtanih u većem mjerilu. *NCL* je učvršćen teleskop, a *DGG* pomična motka s teleskopom. Ispod nje nije naslikana cijev *fF* s okularom, koja se pomoću šarki postavljenih u *Ff* između žica, uobičajeno napetih i namještenih unakrst u fokusu, mogla nakon promatranja podići, da se pojavi prozorčić motke s glatkim ret fenestra regulae munita vitro polito cum linea tenui in inferiore ejus superficie tendente ad centrum et per divisiones factas in limbo *ABKI* designante angulum binorum telescopiorum.

Porro in primis in *i'I'* apponi curavi instrumentum ex metallo, quod limbo quadrantis adstringi potest ope cochlearum, ubi libuerit, ac ipsi regulae ferreae *DG* ita adstringitur, ut ope alterius cochleae, quam videre est infra *I'* et quae totam machinulam trajicit, possit regula ipsa per exiguum arcum, qui a recta linea non abludat ad sensum, promoveri ac retrahi cum fenestra et telescopio, definito motu regulae ipsius per integras conversiones cochleae et conversionis partes de more; movebat enim indiculum ipsa cochlea, cujus apex per circellum, qui oblique hic cernitur, excurrebat. Eidem autem regulae cochleis itidem adstringebam alterum instrumentum ferreum *GMABHEehbam G*, quod limbo superimpositum linqueret liberum ipsius limbi prospectum ultra gradus 45.

Jam vero huic instrumento ex inferiore parte agglutinabam bina vitra *Pp, Qq*, quorum inferiores superficies contingerent ipsum limbum et lineolas tenues haberent ac motu regulae excurrerent per ipsam limbi faciem. Porro disponebam primo ipsa vitra ita, ut distarent a se invicem proxime per 45 gradus, tum adstringebam quadranti instrumentum *i'I'* et ope cochleae movebam regulam cum vitris ac notabam numeros, qui responderent appulsui lineolae primi vitri ad initium divisionum et lineolae secundi ad gradum 45, quo pacto facile innotescebat discrimen inter priores 45 gradus, et regulam eo adducebam, ut primi vitri lineola esset proxima gradui 45 adeoque lineola secundi gradui 90 et iterum adstricto *i'I'* limbo quadrantis eodem pacto conferebam idem vitrorum intervallum cum posterioribus 45 gradibus, unde fiebat, ut innotesceret ipsum quoque discrimen inter hosce semiquadrantes, atque id ipsum accuratissime, nam licebat vel acuta uti lente vel etiam microscopio. Eodem pacto adductis ad se invicem vitris et in propiore situ agglutinatis machinae ferreae, licebat conferre inter se gradus tricenos, denos, quinos, singulos, sed gradus etiam denos ac multo magis singulos licebat inter se conferre per binas lineolas in eodem vitro ad illa intervalla designatas ac singulos et singulorum partes multo melius per unicam lineo-

staklom i s tankom crtom na donjoj površini, koja crta ide prema središtu i razmacima na limbu *ABKI* označuje kut dvaju teleskopa.

Nadalje, najprije sam kod *i' I'* dao namjestiti metalni instrument, koji se vijcima, gdje se god želi, može pričvrstiti uz limb kvadranta. On je tako pričvršćen i uz samu željeznu motku *DG*, da se drugim vijkom, koji se može vidjeti niže od *I'* i koji prebacuje čitavu tu malenu napravu, sama motka preko malena luka, što se ne razlikuje primjetno od ravne crte, može s prozorčićem i teleskopom pomicati naprijed i natrag. Pri tome se pomicanje same motke po običaju određuje čitavim okretajima i dijelovima okretaja vijka. Sitnu je naime kazaljku pomicao vijak, kojega je vrh virio preko malena kruga, koji se ovdje vidi u kosom položaju. Na tu sam istu motku pričvršćivao također vijcima drugi željezni instrument *GAMBHEehbam G*, da postavljen iznad limba ostavlja slobodan pogled preko 45 stupnjeva na sam limb.

Na taj sam pak instrument s donje strane tako sljubljivao dva stakla *Pp* i *Qq*, da su njihove donje površine dodirivale sam limb, imale tanke crtice i kretanjem motke pomicale se po prednjoj strani limba. Ta sam stakla, nadalje, tako raspoređivao, da su međusobno bila udaljena za oko 45 stupnjeva. Zatim sam uz kvadrant pričvršćivao instrument *i' I'*, vijkom pomicao motku sa staklima i bilježio brojeve, koji su odgovarali dodiru crtice prvoga stakla kod početka razdjelbe i dodiru crtice drugoga stakla kod 45. stupnja, čime je lako postajala poznata razlika između prvih 45 stupnjava. Motku sam primicao dotle, da crtica prvog stakla bude sasvim blizu 45. stunja, a crtica drugoga sasvim blizu 90. stupnja. Ponovno pričvrstivši limb kvadranta *i' I'*, na jednak sam način uspoređivao isti razmak stakala za drugih 45 stupnjeva. Time je postajala poznata, i to vrlo točno, sama razlika između tih polukvadranata, jer je bilo moguće služiti se oštrom lećom ili čak teleskopom. Na isti su se način stakla međusobno približavala i na bližem mjestu priljubljivala uz željeznu napravu, pa se moglo međusobno uspoređivati po 30, 10, 5 i po 1 stupanj. No po 10 stupnjeva, a još više po 1 mogao se uspoređivati pomoću dviju crtica označenih u tim razmacima na staklu. Po jedan pak stupanj i dijelovi jednoga mogli su se uspoređivati mnogo bolje pomoću lam designatam in illo fenestrae vitro inter *fi'*, *Fl'*. Sed haec indicasse sit satis; cogor enim et multa, quae huc pertinent, et alia multo plura, quae ad ipsum spectant quadrantem ejusque usum ac errores et aestimationem correctionemque errorum, omnino praetermittere.

Illud unum mihi omnino temperare non possum, quin hic exhibeam, quod pro aestimatione errorum, qui committi potuerint, exposui sub ipsum finem capitis 2 opusculi 4. Quoniam omnia poligoni latera deducuntur ex basi per analogias petitas ex angulis triangulorum, in quibus ab alio triangulo ad alium transitur, determinatio cujusvis lateris pendet a basi et a numero angulorum duplo numeri triangulorum, quae requiruntur, ut ad illud latus deveniatur. Jam vero error, qui provenit in quodvis latus, est ad latus ipsum ut error, qui committitur in basi, ad basim, quae quidem cum paucos digitos accurata extiterit (nam in secunda Ariminensi mensura vix deprehensum est sesquidigiti discrimen a prima), error ex illa ortus haberi potest pro nihilo in quovis latere, ac relinquuntur errores ex angulis. Porro demonstravi hoc theorema: »Ut tangens anguli cujusvis adhibiti in eruendo eo latere ad sinum erroris sui, ita id latus ad suum errorem.« Hinc autem si errores omnium angulorum supponantur aequales, facile deducitur errores ex iis ortos in eodem latere fore reciproce, ut tangentes ipsorum, vel directe ut cotangentes, adeoque invento per id theorema errore, qui debetur errori dato anguli gr. 45 habentis pro cotangente radium, qui radius dicatur 1, summa omnium errorum, qui ex omnibus angulis adhibitis profluunt in datum latus, habebitur admodum facile, si summa omnium cotangentium eorundem ad radium = 1 ducatur in eum errorem respondentem angulo gr. 45.

Porro ex hac theoria supponendo in angulis minoribus, qui respondent basibus et qui idcirco cum multo majore diligentia definiti a nobis sunt (nam minorum angulorum cotangentes

jedne jedine crtice označene na onom staklu prozorčića između *fi*, i *Fl'*.

No neka bude dovoljno da sam to samo natuknuo. Prisiljen sam naime potpuno izostaviti mnogo toga, što pripada ovamo, i još više drugoga, što se odnosi na sam kvadrant, njegovu upotrebu, pogreške i njihovu procjenu i ispravljanje.

Ne mogu se nikako suzdržati od toga, da ovdje ne iznesem svoje izlaganje iz kraja drugog poglavlja četvrte knjige o procjeni pogrešaka, koje su se mogle počiniti. Budući da se sve stranice poligona izvode iz baze po analogijama uzetim iz kutova trokutâ, u kojima se od jednog trokuta prelazi na drugi, određivanje bilo koje stranice zavisi od baze i od broja kutova, dvostrukoga od broja trokuta, koji se traže, da bi se došlo do te stranice. No pogreška, koja proistječe za bilo koju stranicu, odnosi se prema samoj stranici onako, kako se pogreška, koja se počini u bazi, odnosi prema toj bazi. Kako je pak baza izmjerena točno do na malo palaca (kod drugog je naime mjerenja u Riminiju ustanovljeno, da razlika od prvog mjerenja iznosi jedva palac i po), pogreška potekla od baze može se u bilo kojoj stranici potpuno zanemariti, tako da preostaju samo pogreške potekle od kutova.

Nadalje, dokazao sam ovaj teorem: K a k o s e t a n g e n s b i l o k o j e g a k u t a u z e t a u p r o n a l a ž e n j u s t r a n i c e o d n o s i p r e m a s i n u s u s v o j e p o g r e š k e, t a k o s e t a s t r a n i c a o d n o s i p r e m a s v o j o j p o g r e š c i. Odatle se pak, ako se pretpostavi, da su pogreške svih kutova jednake, lako izvodi, da će pogreške potekle od njih biti u istoj stranici obrnute kao njihovi tangensi ili izravne kao kotangensi. Kad se tako pomoću toga teorema pronađe pogreška, koja pripada danoj opgrešci kuta od 45^0, koji za kotangens ima polumjer, a taj polumjer neka bude 1, lako će se dobiti zbroj svih pogrešaka, što iz svih uzetih kutova proistječu za danu stranicu, ako se zbroj svih tih kotangensa, koji su jednaki polumjeru = 1, svede na pogrešku, koja odgovara kutu od 45^0.

Na temelju te teorije, nadalje sam u manjim kutovima, koji odgovaraju bazama i koje smo zato odredili mnogo pažljivije (jer kotangensi manjih kutova rastu više nego što treba), pret-

79

excrescunt plus aequo), errorem secundorum 5 et in reliquis secundorum 10, qui errores conspirent omnes et habita ratione omnium 22 angulorum, per quos ex Ariminensi basi eruitur Romana, progressu facto per 11 triangula, quae adhibentur, inveni in ipsam Romanam basim computatam potuisse irrepere errorem passuum $6^1/_2$ sive hexapedarum 5. Sed error vix unius irrepsit passus, ut vidimus supra, cum nimirum et angulorum errores multo minores extiterint 10 secundis et, quod caput est, alii alios omnino destruere debeant et in immensum improbabilis sit omnium in eandem partem conspiratio.

Quoniam per pauciores angulos eruuntur priora latera, error in iis minor timeri potest quam in postrema basi. Si is in omnibus timeretur proportionalis angulorum adhibitorum numero et consideretur reductionem angulorum ad horizontales et laterum ad meridianam lineam, quae posterior reductio fit per illa perpendicula *Bd, Ce,* etc., quae videre est in fig. 1, nullum errorem sensibilem posse parere ob angulos rectis proximos, qui ubique adhibentur, patebit ad summum timeri posse errorem in toto gradu, qui ad gradum sit, ut est dimidius error in basi computanda ortus ad basim; nimirum cum ea sit plus quam decima pars unius gradus et ejus error unius passus, timeri ad summum potest error passuum 5 vel hexapedarum minus quam 4 in toto gradu inde ortus. Ex astronomicis autem observationibus error integri minuti secundi omnino timeri non potest in arcu toto $2^0 10'$ post illum tantum consensum, quem vidimus. Quare in gradu toto timeri potest error minor dimidio ejus, quem unum secundum secum trahit, qui cum trahat hexapedas 16, timeri poterit inde error minor hexapedis 7 adeoque si error astronomicus cum geodetico conspiraret, vix 10 hexapedarum errorem timere liceret in toto gradu; quo quidem ego olim deveniri posse nequaquam credidissem, observandi scilicet methodo et instrumentis nondum ita perfectis. Inde autem constat discrimen 69 hexapedarum, quod invenimus, non observationibus tribuendum esse, sed irregulari curvae aequilibrii, de qua jam agemus facto gradu ad opusculum 5; nam postremum opusculi 4 caput, quod agit de iis, quae

postavio pogrešku od 5 sekunda, u ostalim kutovima pogrešku od 10 sekunda, a te se sve pogreške slažu. Vodio sam računa o sva 22 kuta, pomoću kojih se iz riminske baze određuje rimska, pa sam prešao na 11 trokuta, koji se primjenjuju. Na temelju svega toga pronašao sam, da se u izračunatu rimsku bazu mogla uvući pogreška od 6 i $^1/_2$ koraka ili od 5 toaza. No stvarno se, kako smo prije vidjeli, uvukla samo pogreška od jedva jednoga koraka, jer su i pogreške kutova bile mnogo manje od 10 sekunda i jer, što je glavno, jedne pogreške moraju otklanjati druge te, naposljetku, jer nije vjerojatno, da bi se sve one bezgranično složile na istoj strani.

Budući da se prve stranice određuju pomoću manjeg broja kutova, kod njih se možemo bojati manje pogreške nego kod kraja baze. Ako je ta pogreška, koje se bojimo, kod svih stranica proporcionalna broju uzetih kutova i ako se uzme u obzir, da svođenje kutova na horizontalne i stranica na meridijansku crtu (to drugo svođenje nastaje pomoću onih okomica *Bd, Ce* itd., koje se mogu vidjeti na sl. 1) ne može prouzrokovati nikakvu zamjetljivu pogrešku zbog kutova, koji su vrlo bliski pravima i koji se posvuda uzimaju, bit će jasno, da se u krajnjem slučaju možemo u čitavom stupnju bojati pogreške, koja se odnosi prema stupnju onako, kako se polovica pogreške proistekle iz izračunavanja baze odnosi prema bazi. Kako je naime baza veća od desetine stupnja, a njezina pogreška iznosi jedan korak, u najgorem slučaju možemo se odatle bojati za čitav stupanj pogreške od 5 koraka, odnosno od nepuna 4 toaza. No prema astronomskim promatranjima i nakon onog slaganja, koje smo vidjeli, za čitav luk od $2^0 10'$ ne možemo se uopće bojati pogreške od pune sekunde. Stoga se kod čitavog stupnja možemo bojati pogreške za polovicu manje od one, koju za sobom vuče jedna sekunda. Kako pak pogreška od jedne sekunde vuče za sobom pogrešku od 16 toaza, moći ćemo se odatle bojati samo pogreške manje od 7 toaza. Čak kad bi se astronomska pogreška združila s geodetskom, mogli bismo se za čitav stupanj bojati pogreške od jedva 10 toaza. Nekoć, dok metoda promatranja i instrumenti nisu još bili tako usavršeni, ja nikako ne bio bio povjerovao, da se može doći do takvih rezultata. Iz toga pak slijedi kao utvrđeno, da se pronađena razlika od 69 toaza ne može pripisati promatranjima, nego nepravilnoj krivulji ravnoteže, o kojoj ćemo već govoriti, kad prijeđemo na petu knjigu. Posljednje naime poglavlje če-

380

pertinent ad mensuram basis, ne delibare quidem concessum est.

Omissis omnibus, quae pertinent ad hypotheses gravitatis directae ad unicum centrum, quae initio quinti opusculi diligenter sum persecutus, notabo illud tantummodo, in omnibus ejusmodi hypothesibus tellurem, si quiescat, debere esse sphaericam, si convertatur circa proprium axem, debere induere formam ellipsoidis cujusdam compressae ad polos, sed genitam conversione curvae cujusdam, quae facile definitur, circa axem aequatoris ita, ut paralleli omnes sint circuli et meridiani omnes sint aequales inter se in curva aequilibrii, quaecumque sit inaequalitas textus in partibus solidis et utcumque montes assurgant, subsidant valles. Quare cum noster gradus adeo differat a Gallico in eadem fere latitudine definito, nec discrimen ab errore observationum repeti possit, omnes ejusmodi gravitatis hypotheses par hanc nostram observationem excluduntur a natura.

Deinde omissis iis, quae pertinent ad alias gravitatis hypotheses, quas initio attigi et quae, ut eas eodem opusculo sum persecutus, laborant itidem eodem vitio, gradum faciam ad figuram, quae haberi debet in hypothesi gravitatis Newtonianae, quam astronomia mechanica usque adeo commendat. Ac primo quidem si fluidum homogeneum ea vi praeditum quiescat, satis patet ipsum debere induere figuram sphaericam; si autem gyret circa proprium axem, debet induere figuram ellipsoidis Apollonianae compressam ad polos, quod quidem habetur etiam, si adsit praeterea vis quaecumque vel attractiva ad centrum vel repulsiva a centro proportionalis distantiae ab eodem plano. Id quidem demonstravi tam ostendendo vim in ejusmodi figura fore perpendicularem superficiei, quam binos rectilineos canales e quovis puncto prodeuntes et ad superficiem terminatos fore in aequilibrio, quod posterius solum sufficeret; nam illud generaliter demonstravi, quotiescumque habeatur indefinite aequilibrium binorum quorumvis rectilineorum canalium e quovis puncto prodeuntium et terminatorum ad superficiem quam in se redeuntium, et haberi in superficie vim ipsi superficiei perpendicularem, quod hanc tractationem multo reddit simpliciorem quam ubi curvilineorum etiam canalium habenda sit ratio. Id autem aequilibrium habetur, ubi semiaxes sint reciproce proportionales toti gravitati

tvrte knjige, koje raspravlja o onome, što se odnosi na mjerenje baze, nije nam ovdje moguće ni dodirnuti.

Izostavivši sve, što se odnosi na hipoteze o teži usmjerenoj na jedno jedino središte, o čemu sam pomno raspravljao u početku pete knjige, istaknut ću samo to, da prema svim takvim hipotezama Zemlja, ako miruje, mora imati oblik kugle, a ako se okreće oko svoje osi, mora poprimiti oblik nekog elipsoida spljoštena na polovima, ali da je taj oblik nastao okretanjem neke krivulje, koju je lako odrediti, oko osi ekvatora, tako da su sve paralele kružnice, a svi meridijani međusobno jednaki u krivulji ravnoteže, kakva god bila nejednakost spleta u krutim dijelovima i kako se god brda uzdigla, a doline ulekle. Stoga, budući da se naš stupanj toliko razlikuje od francuskoga, koji je određen na gotovo istoj geografskoj širini, a ta se razlika ne može tražiti u pogrešci promatranjâ, sve se takve hipoteze o teži ovim našim promatranjem isključuju iz prirode.

Zatim, izostavivši ono, što se odnosi na druge hipoteze o teži, kojih sam se dotakao u početku, a koje, kako sam ih u istoj knjizi izložio, boluju od iste mane, prijeći ću na oblik, koji se mora dobiti po Newtonovoj hipotezi o teži i koji mehanička astronomija neprestano i snažno podupire.

U prvom redu, ako homogena tekućina obdarena tom silom miruje, sasvim je jasno, da mora poprimiti oblik kugle; ako se pak vrti oko vlastite osi, mora poprimiti oblik Apolonijeva elipsoida spljoštenog na polovima. To se događa i onda, kad se osim toga nalazi tu koja mu drago sila bilo privlačna prema središtu ili odbojna od središta, proporcionalna udaljenosti od iste ravnine. To sam dokazao upozoravajući ne samo da će kod takva oblika sila biti okomita na površinu, nego i da će dva ravna kanala, koji izlaze iz bilo koje tačke i završavaju na površini, biti u ravnoteži. Već bi i to posljednje bilo dovoljno. Općenito sam naime dokazao ovo: D o k s e g o d n e o g r a n i č e n o o d r ž a v a r a v n o t e ž a d v a j u r a v n i h k a n a l a, k o j i i z l a z e i z b i l o k o j e t o č k e i z a v r š a v a j u n a p o v r š i n i t e s e v r a ć a j u u s e b e, o d r ž a v a s e n a p o v r š i n i s i l a o k o m i t a n a n j u. To čini ovo naše razlaganje mnogo jednostavnijim nego kad bismo se morali obazirati i na krivudave kanale. Ta se pak ravnoteža održava, kad su poluosi obrnuto proporcionalne čitavoj teži (hoc nomine appellabo vim, quae coalescit ex gravitate primitiva et vi centrifuga) in eorum verticibus.

Jam vero ellipticitatem ellipseos genitricis inquirens sive differentiam axium divisam per axem alterum pro casu, quo ea sit exigua, inveni communem et jam cognitam: nimirum est gravitas ad 5/4 vis centrifugae sub aequatore, ut semidiameter aequatoris ad ejus differentiam a semiaxe, vel posita ratione vis centrifugae ibidem ad gravitatem n ad m, semidiametro aequatoris r, differentia semidiametrorum x, est ellipticitas $\frac{x}{r}=\frac{5_n}{4_m}$; cumque facile demonstretur esse $\frac{n}{m}=\frac{1}{289}$ satis proxime, ut itidem demonstravi, evadit ratio $\frac{x}{r}=\frac{1}{231}$ proxima Newtonianae $\frac{1}{230}$.

Praeterea in hac hypothesi homogeneitatis et exigua compressione invenitur incrementa gravitatis totius ab aequatore ad polum esse proxime, ut quadrata sinuum latitudinis, ut sinus versos latitudinis duplicatae.

Quod si non habeatur fluidum homogeneum, sed nucleus solidus sphaericus fluido alterius densitatis et exiguae altitudinis circumfusus, tum vero sequenti artificio in figuram inquisivi ejusdem fluidi. Concipio quidquid materiae redundat in nucleo, quem assumo densiorem fluido, supra fluidi densitatem abire in centrum et inde attrahere non in ratione reciproca duplicata distantiarum, sed in ratione earundem directa: tum soluto nucleo quaero figuram aequilibrii, quae ex iis, quae demonstrata sunt, est ellipsois, in qua totae gravitates in axium verticibus sint reciprocae, ut distantiae a centro sive ut semiaxes ellipseos genitricis. Jam hic concipio illius materiae collectae in centro actionem in ipso quidem polo manere, sed mutari deinde in ratione reciproca duplicata distantiarum, non in simplici directa, ut in figura determinanda assumpseram, et quoniam hac mutatione facta aequilibrium amittitur solum, quia fluidum versus aequatorem magis distans a centro amittit aliquid ponderis ob eam actionem ibi imminutam, non auctam, ut erat prius (nam infra eum limitem mutatio circumquaque

(tim ću imenom nazvati silu, koja nastaje stapanjem prvotne teže i centrifugalne sile) na svojim vrhovima.

Kad sam pak ispitivao eliptičnost elipse proizvodnice, odnosno razliku osî podijeljenu jednom od osi za slučaj da je ona sitna, pronašao sam onu opću i već poznatu eliptičnost, naime da se teža pod ekvatorom odnosi prema 5/4 centrifugalne sile kao što se polumjer ekvatora odnosi prema njegovoj razlici od poluosi ili, ako se uzme, da se centrifugalna sila odnosi prema teži kao $n:m$, da je polumjer ekvatora r, a razlika polumjera x, onda je eliptičnost izražena ovako: $\frac{x}{r}=\frac{5n}{4m}$. Kako se pak lako dade dokazati, da je dosta približno $\frac{n}{m}=\frac{1}{289}$, što sam također dokazao, proizlazi omjer $\frac{x}{r}=\frac{1}{231}$, vrlo blizak Newtonovu $\frac{1}{230}$.

Osim toga, u toj se hipotezi homogenosti i u neznatnoj spljoštenosti nalazi i to, da su povećanja čitave teže od ekvatora prema polu otprilike kao dvadrati sinusa geografske širine, odnosno kao sinusi versusi dvostruke geografske širine.

Ali ako nema homogene tekućine, nego ako je kruta okrugla jezgra okružena tekućinom druge gustoće i neznatne visine, ovakvom sam umješnošću ispitivao oblik te tekućine: Zamišljam, da sav suvišak materije u jezgri, koju pretpostavljam gušćom od tekućine, odlazi u središte i da odatle privlači ne u obrnutom omjeru s kvadratom udaljenosti, nego u izravnom omjeru s udaljenostima. Tada, riješivši jezgru, stao sam tražiti oblik ravnoteže. Po onome, što je dokazano, to je elipsoid, u kojem su sve teže na vrhovima osî recipročne, kao udaljenosti od središta ili kao poluosi elipse proizvodnice. Tad sam već zamislio, da djelovanje materije sakupljene u središtu ostaje u onom polu, ali da se zatim mijenja u obrnutom omjeru s kvadratom udaljenosti, a ne u njihovu jednostavnu i izravnu omjeru, kako sam bio pretpostavio u određivanju oblika. Budući da se tom promjenom samo gubi ravnoteža, jer prema ekvatoru tekućina, više udaljena od središta, gubi nešto od težine zbog toga, što je ono djelovanje tu smanjeno, a ne povećano, kako je bilo prije (jer ispod te granice promjena je aequalis fit), concipio ubique effundi, quantum satis est fluidi ad restituendum aequilibrium; ac ubi exigua sit ellipticitas, invenio id augmentum esse perquam exiguum non modo respectu integrorum semiaxium ellipseos genitricis, sed etiam respectu eorum differentiae, ut adeo pro hac nova curva aequilibrii prior illa ellipsis assumi possit sine ullo metu erroris ad ipsas differentias distantiarum pertinentis: verum gravitates in axium verticibus invenio non esse ita proxime in ratione reciproca ipsorum semiaxium, ut earum differentia divisa per alteram ex ipsis exprimat ellipticitatem, sed incrementa gravitatis ab aequatore ad polos adhuc perseverare proportionalia sinubus versis latitudinum duplicatarum. Quod si jam concrescat nucleus, id aequilibrium non turbat; at si materia in centro redundans diffundatur per nucleum, ut is evadat densior fluido, vis agens in particulas fluidi ex demonstratis a Newtono manebit eadem. Quare figura et discrimen gravitatis manebit ut prius.

Jam vero si ratio densitatis nuclei ad fluidum sit p ad t, erit ellipticitas sive $\frac{x}{r} = \frac{n}{2m\left(1-\frac{3t}{5p}\right)}$ et differentia gravitatis in polo et eaquatore divisa per gravitatem in eaquatore erit $\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$. Multa sunt notatu dignissima, quae ad hasce formulas pertinent, quae in meo quinto opusculo sum persecutus: evolvam hic unum aut alterum, ut initio promisi.

In primis priorem formulan ibi inveni plurimum abludere a Bernoulliana, quae habetur in dissertatione de maris aestu ac, uti jam est notum, profluxit ex fallaci theoria omnino erronea, licet eadem illa dissertatio egregiis compertis plenissima summum virum vel ipsa sola ac insignem primiti ordinis mathematicum ostendat: deinde inveni eam optime consentire cum formulis longe alia methodo deductis a Clerautio in opusculo de telluris figura et D'Alambertio de ventorum origine, summis itidem et immortalis famae viris. Quoniam vero, ut ipse prior D'Alambertius notavit, ubi $5\,p = 3\,t$, formula evadit infinita et, ubi $5\,p < 3\,t$, migrat in negativum et exhibet non sphaeroidem compressam ad polos, sed productam, diligenter

svagdje bila jednaka), zamislio sam, da se posvuda izlijeva onoliko tekućine, koliko je dovoljno da se uspostavi ravnoteža. Gdje je pak eliptičnost malena, pronalazim, da je i to povećanje vrlo maleno ne samo s obzirom na čitave poluosi elipse proizvodnice, nego i s obzirom na njihovu razliku. Zato se za tu novu krivulju ravnoteže može uzeti ona prva elipsa bez ikakva straha od pogreške, koja bi bila u vezi sa samim razlikama udaljenosti. Ali nalazim, da teže na vrhovima osi nisu toliko približno u obrnutom omjeru prema poluosima, da bi njihova razlika, podijeljena jednom od njih, izrazila eliptičnost, nego da se povećanja teže od ekvatora prema polovima još uvijek održavaju proporcionalna sinusima versusima dvostrukih širina. Ako se pak jezgra zgusne, to ne ometa ravnotežu, ali ako se materija, koja u središtu pretječe, širi po jezgri, tako da jezgra postane gušća od tekućine, sila, što djeluje na čestice tekućine, ostat će, prema Newtonovim dokazima, ista. Zato će oblik i razlika teže ostati isti kao i prije.

Međutim, ako se gustoća jezgre odnosi prema tekućini kao p prema t, eliptičnost ili $\frac{x}{r}$ bit će $\frac{n}{2m\left(1-\frac{3t}{5p}\right)}$. a razlika teže na polu i na ekvatoru razdijeljena težom na ekvatoru bit će $\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{p-3t}$. Ima još mnogo pojedinosti vrlo vrijednih da budu izložene, koje se odnose na te formule. O tome sam raspravljao u svojoj petoj knjizi. Iznijet ću ovdje neke od njih, kako sam u početku obećao.

Najprije sam utvrdio, da se ona prva moja formula vrlo mnogo razlikuje od Bernouillijeve, koja se nalazi u njegovoj raspravi O morskoj plimi i oseci i koja je, kako je već poznato, potekla iz krive, potpuno pogrešne teorije, iako ta ista rasprava, puna izvanrednih spoznaja, već sama pokazuje, da je to velik muž i znamenit prvorazredni matematičar.

Zatim sam našao, da se ona prva moja formula vrlo dobro slaže s formulama, koje su sasvim drugačijom metodom izveli Clairaut u djelu O obliku Zemlje i D'Alembert u djelu O postanku vjetrova, obojica isto tako veliki muževi, kojih je slava besmrtna. No budući da ta formula, kako je prvi to primijetio D'Alembert, kad je $5\,p = 3\,t$, postaje exposui, quae ad utrumque pertinent ex hisce prima fronte paradoxis: nam inde eruitur, si nuclei densitas *p* ita sit minor densitate fluidi *t*, ut satis accedat ad rationem *3 ad 5*, posse utcumque exigua rotationis celeritate haberi figuram plurimum compressam; deinde et illud, ubi densitas nuclei sit adhuc minor quam in ea ratione, posse haberi vi rotationis diurnae, que ceteroquin gravitatem sub aequatore minuit, figuram non compressam ad polos, sed productam.

Porro notavi illud, formulas hasce habere locum etiam in hoc casu densitatis majoris nuclei, in quo materia redundante ipsius nuclei amandanda in centrum et inde attrahente, concipiendum est addi nucleo materiam, quae ipsum reducat ad aequalem densitatem cum fluido et haberi in centro tantundem materiae repellentis in eadem ratione, quo pacto determinatio manet eadem et bina, quae adjecta sunt, cum actiones habeant contrarias et se elidentes, figuram nihil turbare, in casu autem valoris negativi haberi quidem aequilibrium in ea figura, quam exhibet formula, sed non posse haberi consistentem statum et, quavis utcumque minima mutatione facta, fluidum non redire ad eam figuram, sed inde sponte magis recedere, prorsus ut in mea theoria virium in natura existentium accidit in virium limitibus iis, quos appello non cohaesionis, in quibus, aucta distantia binorum punctorum a se invicem, transitur ab attractione ad repulsionem. Hinc si massa ejusmodi quiescens et sphaerica converti incipiat circa proprium axem, non producetur, ut aequilibrii figuram ei vi centrifugae debitam assequatur, sed elevabitur sub aequatore semper magis et dissolvetur, antequam deveniat ad formam ullam aequilibrii, quod quidem suspicor D'Alembertium nequaquam an'madvertisse neque hoc aequilibrii non consistentis notasse genus.

Eaedem formulae exhibent elegantissimum theorema a Clerautio alia methodo inventum, quod huc reducitur. Considerentur binae fractiones pro singulis binorum casuum nuclei homogenei et heterogenei, prima differentiae semiaxis, a semidiametro aequatoris divisae per hanc semidiametrum, quam fractionem diximus ellipticitatem, secunda differentiae gravi-

beskonačna, a kad je $5\,p < 3\,t$, prelazi u negativnu i daje sferoid, koji nije na polovima spljošten, nego produžen, pomno sam izložio ono, što se odnosi na jedan i drugi od tih naoko paradoksa. Odatle se naime dokučuje: Ako je gustoća jezgre *p* toliko manja od gustoće tekućine *t*, da se dosta približava omjeru 3 : 5, može se na bilo koji način neznatnom brzinom rotacije dobiti vrlo spljošten oblik. Odatle se zatim dokučuje i ovo: Kad je jezgrina gustoća još uvijek manja nego u gornjem omjeru, može se djelovanjem sile dnevne rotacije, koja inače pod ekvatorom smanjuje težu, dobiti oblik ne spljošten na polovima, nego produžen.

Opazio sam nadalje i to, da se te formule mogu primijeniti i na slučaj kad materija same jezgre pritječe te se uklanja u središte i odatle privlači, pa treba zamisliti, da se jezgri dodaje materija, koja će je ponovo dovesti do gustoće jednake gustoći tekućine, i da se u središtu nalazi isto toliko materije, koja u istom omjeru odbija. Na taj način određenje oblika ostaje isto, a ono dvoje, što je dodano, budući da su im djelovanja suprotna i da se poništavaju, nimalo ne poremećuje oblik. U slučaju pak negativne vrijednosti treba zamisliti, da se ravnoteža doduše održava u onom obliku, koji pokazuje formula, ali da se ne može održati ustrajno stanje i da se tekućina bilo kojom i na koji mu drago način izvršenom promjenom ne vraća u onaj oblik, već da se sama od njega udaljuje potpuno onako, kako se u mojoj t e o r i j i s i l a, š t o p o s t o j e u p r i r o d i, dešava kod onih granica sila, koje granice nazivam nekohezionima, a u kojima se, kad se međusobna udaljenost dviju točaka povećava, od privlačnosti prelazi na odbojnost. Stoga, ako se takva masa, koja miruje, a ima oblik kugle, počne vrtjeti oko svoje osi, ne će se, da bi postigla oblik ravnoteže, što pripada toj centrifugalnoj sili, produljivati, nego će se pod ekvatorom sve više izdizati i raspasti, prije nego dođe do ikakva oblika ravnoteže. Naslućujem, da upravo to D'Alembert nije uopće primijetio i da nije uočio tu vrstu nepostojane ravnoteže.

Te iste formule iznose vrlo elegantan teorem, koji je drugom metodom pronašao Clairaut. On se svodi na ovo: Za svaki od dva slučaja, naime za homogenu i za heterogenu jezgru uzmimo u razmatranje dva razlomka. Prvi je razlika poluosi od polumjera ekvatora podijeljena tim polumjerom. Taj razlomak nazivamo eliktičnošću. Drugi je razlomak razlika teže tatis in aequatore et polo divisae per hanc posteriorem, quam hic dicam fractionem gravitatis: eae binae fractiones in casu homogeneitatis aequales sunt, uti et supra diximus, ac utriuslibet expressio est $\frac{5n}{4m}$, in casu vero heterogeneitatis sunt diversae ita, ut illa, quae habetur in casu homogeneitatis, sit media arithmetica proportionalis inter ipsas. Si enim prima formula, dempta fractione denominatoris, reducatur ad hanc $\frac{5n}{2m} \times \frac{p}{5p-3t}$ et addatur secundae $\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$, earum summa erit $\frac{5n}{2m} \times \frac{5p-3t}{5p-3t}$ sive $\frac{5n}{2m}$ dupla illius mediae $\frac{5n}{4m}$; unde constat illud: si media telluris densitas sit major densitate marium, debere differentiam gravitatis ab aequatore ad polos esse majorem quam $\frac{1}{231}$ totius gravitatis, sed ellipticitatem debere esse tantundem ea minorem et non, ut Newtonus affirmaverat, itidem majorem.

Et haec quidem pertinent ad regulares figuras, quas pertractavi; nam de elliptico nucleo agere omisi et, cur omiserim, expressi. Persecutus autem praeterea sum mutationes, quas montes, qui prominent, et valles, quae dehiscunt, possent inducere in aequilibrii curva, atque illud demonstravi, quod jam olim in dissertatione de telluris figura demonstraveram, globum, cujus radius sit unius milliarii geographici, si extet supra superficiem terrae, attractione sua detorquere pendulum positum sibi ad latus per integrum minutum primum et augere gravitatem solum 1/20000000 sui parte, omnino insensibili, eundem autem globum depressum infra superficiem terrae, ubi penduli positionem nihil turbat, augere gravitatem 1/3438 sui parte, quod quidem penduli ad secunda oscillantis longitudinem augeret 1/8 parte unius lineae, quae pars in experimentis pendulorum facile deprehendi potest. Aliorum autem globorum ratio est ipsis proportionalis in eorum contactu. Quod si non aliquis habeatur mons, sed stratum quoddam ac latum jacens et satis longe protensum, multo majorem parit devia-

na ekvatoru od teže na polu podijeljena težom na polu. Ovdje ću ga nazvati razlomkom teže. U slučaju homogenosti jezgre ta su dva razlomka, kako smo već prije kazali, jednaka. Izraz bilo kojega od njih jest $\frac{5n}{4m}$. U slučaju pak heterogenosti jezgre oni su različiti, i to tako, da je razlomak, koji se uzima za slučaj homogenosti, njihova srednja aritmetička proporcionala. Ako se naime prva formula, pošto joj se ukloni razlomak u nazivniku, svede na ovu formulu $\frac{5n}{2m} \times \frac{p}{5p-3t}$ i doda drugoj $\frac{5n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$ njihov će zbroj biti $\frac{5n}{2m} \times \frac{5p-3t}{5p-3t}$ odnosno $\frac{5n}{2m}$, dakle dvostruko veći od one srednje vrijednosti $\frac{5n}{4m}$. Iz toga se utvrđuje ovo: Ako je srednja gustoća kopna veća od gustoće mora, razlika teže od ekvatora do polova mora biti veća od $\frac{1}{231}$ teže, ali eliptičnost mora biti isto toliko od nje manja, a ne isto toliko veća, kako je ustvrdio Newton.

To se odnosi na pravilne oblike, o kojima sam govorio. Izostavio sam naime izlaganje o eliptičnoj jezgri i istakao, zašto sam to izostavio. Osim toga raspravljao sam o promjenama, koje u krivulju ravnoteže mogu unijeti brda što strše i doline što zjape. Dokazao sam i ono, što sam nekoć već bio dokazao u raspravi O obliku Zemlje, naime: Ako kugla s polumjerom od 1 geografske milje stoji iznad Zemljine površine, svojom privlačnošću otklanja njihalo smješteno uza nj za čitavu minutu i povećava težu samo za $\frac{1}{20000000}$ sebe, a to je potpuno nezamjetljiva vrijednost. Ta ista pak kugla potisnuta ispod Zemljine poršine, gdje nimalo ne poremećuje položaj njihala, povećava težu za $\frac{1}{3438}$ sebe. To bi duljinu njihala, koje oscilira na sekunde, povećalo za $\frac{1}{8}$ crte, a taj se dio crte može lako zamijeniti u pokusima s njihalima. Omjer pak drutionem, nam ejusmodi stratum semicirculare et protensum ad 50 milliaria, altum autem passibus 100 parit, ut ibidem innui et alibi demonstravi, deviationem secundorum 25.

Porro jam hinc patet, quantum turbare possint regularem formam curvae aequilibrii montes, qui prominent, ac ipsi etiam colles et juga, tum valles, quae opposita ratione agunt, et si observator haec evitet, addensationes materiae vel vacuitates non ita ingentes positae oblique prope superficiem infra ipsam, quas nulla observatoris diligentia vitare potest. Si in binis extremis arcus unius gradus habeatur deviatio 15 secundorum in partes oppositas, gradus augeri debet vel minui $\frac{1}{200}$ sui parte, nimirum hexapedis 475, quo discrimine vix Lapponiensis gradus a Quitensi differt. At ejusmodi effectum gignit mons vel materiae aggestio aut cavitas, quae aequivaleant globo habenti quartam milliarii partem pro radio et jugum aequivalens strato 60 passuum altitudinis, quae quidem in tellure passim occurrunt, ut jam hinc videre liceat admodum exiguam affulgere posse spem regularis progressus in graduum observatorum differentiis nec ad ejusmodi irregularitatem in graduum differentiis adeoque in curvatura curvae aqeuilibrii nimis exiguam esse hanc asperitatem et irregularitatem superficiei terrestris, quam cernimus; quin immo nisi montes plerumque vacui essent vel densitatem mediam densitate media telluris haberent multo minorem, omnino multo major haberetur in graduum differentiis irregularitas, quam reapse huc usque exhibuerint observationes, de quibus agemus paullo inferius.

Patet autem, unde fieri potuerit, ut noster gradus brevior obveniret; quod ego quidem jam olim in mente habueram et in ipso expeditionis initio affirmaveram saepe, me censere deprehensum iri per observationes, quas instituebamus; hic autem in primo expressi opusculo et Mairius libens adoptavit expressitque in secundo. Observationes astronomicae institutae sunt Romae et Arimini, inter quas urbes totum assurgit Italiae solum usque ad Appenninum jugum, quo solo utrobique sectoris

gih kugala proporcionalan im je u njihovu dodiru. No ako to nije neko brdo, nego neko ravno tlo, koje leži nisko, a široko je i proteže se dosta u duljinu, ono prouzrokuje mnogo veći otklon, jer takvo polukružno ravno tlo protegnuto do 50 milja, a visoko 100 koraka prouzrokuje, kako sam na istom mjestu spomenuo, a drugdje dokazao, otklon od 25 sekunda.

Nadalje, iz toga se jasno vidi, kolik poremećaj u pravilnu obliku krivulje ravnoteže mogu izazvati brda, koja se dižu visoko, pa čak i brežuljci i uzvisine, a zatim i doline, koje djeluju u suprotnom smislu. No ako promatrač izbjegne sve to, iste poremećaje mogu izazvati gomilanja materije ili praznine ne tako goleme, smještene koso u blizini površine, ali ispod nje, a njih ne može izbjeći nikakva promatračeva pažljivost. Ako se na dva kraja luka od 1 stupnja nalazi otklon od 15 sekunda na suprotne strane, stupanj se mora povećati ili smanjiti za $\frac{1}{200}$ sebe, naime za 475 toaza, a to je razlika, koju jedva pokazuje laponski stupanj prema stupnju izmjerenu u Quitu. Takvo djelovanje proizvodi brdo ili nagomilana materija ili šupljina, koji djeluju jednako kao kugla s polumjerom od jedne četvrtine milje i s uzvisinom, koja djeluje kao ravno tlo visoko 60 koraka. Na takve pojave nailazimo na više mjesta širom Zemlje, tako da se već iz toga može vidjeti, kako može sinuti vrlo slaba nada u pravilan napredak kod razlika promatranih stupnjeva i kako za takvu nepravilnost u razlikama između stupnjeva, pa čak i u zakrivljenosti krivulje ravnoteže ta neravnost i nepravilnost Zemljine površine, koju jasno vidimo, nije previše malena. Štaviše, da brda nisu ponajviše prazna i da nemaju prosječnu gustoću mnogo manju od prosječne gustoće Zemlje, javljala bi se u razlikama stupnjeva nepravilnost mnogo veća od one, što su je dala dosadašnja promatranja, o kojima ćemo govoriti malo kasnije.

No jasno se vidi, kako je moglo doći do toga, da naš stupanj ispadne kraći. To sam ja doista već davno imao u pameti, a i pri samom početku našeg putovanja često sam tvrdio, da će se to pronaći pomoću promatranja, koja smo vršili. Ovdje sam pak u prvoj knjizi to izložio, a Le Maire prihvatio i izložio u drugoj knjizi.

Astronomska su se promatranja vršila u Rimu i u Riminiju. Između tih gradova tlo Italije uzdiže se prema Apeninpendulum flectente introrsum adeoque removente a se invicem bina zenith, arcus caelestis intermedius excrevit et minor hexapedarum numerus pro intermedio gradu relictus est. Quoniam autem discrimen hexapedarum a Gallico illo gradu evasit 69, quarum 8 debentur differentiae latitudinum adeoque remanet discrimen 61, quod respondet secundis 4, discrimen debitum toti arcui intercepto Romam inter et Ariminum excedenti nonnihil gradus duos respondebit secundis 8. Quare si Pirenaei montes Gallicum gradum contraria actione nihil produxerunt et inaequalitates nullae infra superficiem telluris delitescentes perturbationem aliquam induxerunt, satis fuit ad ejusmodi inaequalitatem pariendam in singulis extremis deviatio penduli sectoris respondens 4 secundis, quam potest parere stratum soli perpetuum, interjectum ejusdem densitatis cum media densitate telluris, crassum tantummodo passibus 16, crassitudine nimirum perquam exigua.

Praeterea patet illud, si in graduum differentiis inveniatur irregularitas ingens et in pendulorum isochronorum differentiis exigua, id fore indicio ejusmodi irregularitatem oriri ex irregularitate, quam videmus in superficie telluris, non ex aliquo inaequali textu satis infra ipsam.

Transeundum hic esset ad consulendas observationes, sed praemittere oportet, quae pertinent ad definiendam figuram telluris per gradus. Cogor hic etiam omittere partem multo maximam eorum etiam, quae pertractavi capite 2 opusculi 5; adhuc tamen innuam solutionem generalem problematis, quo in ellipsi utcumque compressa ex datis binis meridiani gradibus obtinetur ratio axium. In primis meis Sectionum Conicarum elementis per simplicem finitam geometriam demonstravi radios circulorum osculatorum, quibus proportionales sunt gradus, esse ut cubos normalium: constat autem esse normalem axi ad ordinatam vel subnormalem, ut est radius ad cosinum vel sinum latitudinis. Hinc datis binis gradibus in binis latitudinibus datis habetur ratio binarum normalium adeoque etiam binarum et ordinatarum et subnormalium. Porro demonstravi hoc elegans theorema: esse differentiam quadratorum binarum ordinatarum quarumcumque utriuslibet ex binis ellipseos axibus ad differentiam quadratorum binarum subnor-

skom sljemenu. Kako je to tlo skretalo na jednoj i na drugoj strani njihalo prema unutra i naizmjence udaljavalo od sebe oba zenita, srednji je nebeski luk porastao, a za srednji je stupanj preostao manji broj toaza. Budući da je razlika od onoga francuskog stupnja iznosila 69 toaza, od kojih 8 pripada razlici geografskih širina, tako da ostaje razlika od 61 toaza, koja odgovara vrijednosti od 4 sekunde, razlika, što pripada cijelom luku između Rima i Riminija, koji nešto prelazi dva stupnja, odgovarat će vrijednosti od 8 sekunda. Stoga, ako Pirenejsko gorje protivnim djelovanjem nije nimalo produljilo francuski stupanj i ako ispod Zemljine površine nisu bile skrivene nikakve nejednakosti pa nije došlo ni do kakva poremećaja, za prouzrokovanje takve nejednakosti bilo je dovoljno skretanje sektorova njihala na krajevima, koje bi odgovaralo vrijednosti od 4 sekunde. To skretanje može prouzrokovati ravno, neprekinuto tlo, koje leži između krajeva i koje je iste gustoće sa srednjom Zemljinom gustoćom i debelo samo 16 koraka, naime vrlo malene debljine.

Osim toga jasno je i ovo: Ako se u razlikama stupnjeva nalazi golema nepravilnost, a u razlikama izohronih njihala neznatna, to će biti znak da takva nepravilnost potječe od nepravilnosti, koju vidimo na površini Zemlje, a ne od nekoga nejednakoga spleta dosta ispod površine.

Sada bi trebalo prijeći na ispitivanje promatranjâ, ali prije toga treba iznijeti ono, što se odnosi na određivanje Zemljina oblika pomoću stupnjeva. I ovdje sam prisiljen izostaviti najveći dio onoga, što sam izložio u drugom poglavlju pete knjige. Ipak ću spomenuti opće rješenje problema, kojim se u ma koliko spljoštenoj elipsi iz dvaju danih stupnjeva meridijana dobiva odnos osî. U početku svojeg djela *Elementi konusnih presjeka* pomoću jednostavne, ograničene geometrije dokazao sam, da se polumjeri oskulatornih kružnica, kojima su stupnjevi proporcionalni, odnose kao kubusi normala. Poznato je pak, da se normala na os odnosi prema ordinati, odnosno subnormali, kako se polumjer odnosi prema kosinusu, odnosno sinusu širine. Stoga, ako su dana dva stupnja u dvije dane širine, dobiva se omjer dviju normala, a tako i dviju ordinata i subnormala. Nadalje sam dokazao ovaj elegantni teorem: *Razlika kvadrata dviju bilo kojih ordinata koje mu drago od dviju osi elipse odnosi se prema razlici kvadrata dviju subnormala* malium, ut est quadratum axis illius ejusdem ad quadratum axis alterius. Habetur igitur haec ratio adeoque ellipticitas.

Ex eo theoremate erui hujusmodi formulam pro specie ellipseos. Sit semiaxis = *1*, semidiameter aequatoris = x, gradus propior aequatori = g, remotior G, sinus prioris latitudinis ad radium = *1* sit s, posterioris = S, cosinus illius c, hujus C,

erit $$\frac{1}{xx} = 1 - \frac{G^{2/3} - g^{2/3}}{G^{2/3} S^2 - g^{2/3} s^2}$$

Hanc autem formulam pro casu ellipticitatis exiguae reduxi ad aliam prorsus conspirantem cum celebri Maupertuisiana, si litterae pro aequivalentibus substituantur, nimirum valor differentiae semidiametri aequatoris a semiaxe evasit $\frac{G-g}{3\,(GSS - gss)}$ quae, si alter gradus sit in aequatore, alter in polo, evadit multo simplicior, nimirum $\frac{G-g}{3\,G}$ cumque ob semiaxem = *1* et proxime aequalem semidiametro aequatoris eadem formula exhibeat ipsam ellipticitatem, habebitur hujusmodi theorema: »Triens differentiae graduum sub polo et aequatore divisus per gradum sub aequatore exhibet ellipticitatem«.

Ope hujus theorematis via sternitur multo facilior ad inveniendam ellipticitatem e binis gradibus quibuscumque; nam ex iis facile invenitur differentia graduum sub aequatore et polo ope hujus theorematis, quod et Newtono innotuit ac ego demonstravi et jam olim et in eo opusculo iterum: »decrementa* graduum ab aequatore ad polum sunt ut quadrata sinuum latitudinis vel ut sinus versi latitudinis duplicatae«, uti et de gravitatis incrementis superius diximus. Si enim fiat, ut differentia dimidiorum sinuum versorum binarum latitu-

* Ovdje je očiti lapsus ili samog Boškovića ili što je vjerojatnije prepisivača Truheljke. Trebalo bi stajati incrementa. U hrvatskom tekstu prevedeno je već ispravljeno s rječju povećavanja. U Voyage-u str. 474 — Caput 292, gdje se razmatra isti problem stoji »l'angmeutation des degres« — povećavanja stupnjeva. N.Č.

onako, kako se kvadrat osi te iste odnosi prema kvadratu druge osi. Dobiva se dakle taj razmjer, pa tako i eliptičnost.

Iz tog teorema izvukao sam ovakvu formulu za vrstu elipse: Neka poluos bude = *1*, polumjer ekvatora = x, stupanj bliži ekvatoru = g, stupanj udaljeniji od njega = G, sinus prve širine uz radius = *1* neka bude = s, sinus druge širine = S, kosinus one prve = c, a ove druge = C. Formula

će glasiti $\frac{1}{xx} = 1 - \frac{G^{2/3} - g^{2/3}}{G^{2/3} S^2 - g^{2/3} s^2}$: Tu sam pak formulu za slučaj male eliptičnosti sveo na drugu, koja se potpuno slaže s onom glasovitom formulom Maupertuis-ovom, ako se mjesto odgovarajućih vrijednosti uzmu slova, naime vrijednost razlike polumjera ekvatora od poluosi proizašla je $\frac{G-g}{3\,(G\,SS - g\,ss)}$. Ako je jedan stepen na ekvatoru, a drugi na polu, ta formula postaje mnogo jednostavnija, naime $\frac{G-g}{3\,G}$, a kako zbog poluosi, koja = 1 i približno jednaka polumjeru ekvatora, ista formula pokazuje samu eliptičnost, imat ćemo ovakav teorem: Trećina razlike stupnjeva pod polom i ekvatorom podijeljena stupnjem pod ekvatorom, pokazuje eliptičnost.

Pomoću tog teorema utire se mnogo lakši put do iznalaženja eliptičnosti iz dva bilo koja stupnja. Iz njih se naime lako pronalazi razlika stupnjeva pod ekvatorom i pod polom pomoću ovog teorema, koji je bio poznat i Newtonu, a koji sam ja dokazao i već davno i ponovo u toj knjizi: Povećanja stupnjeva od ekvatora prema polu jesu kao kvadrati sinusa širine ili kao sinusi versusi dvostruke širine, kao što smo prije kazali i o povećanjima teže. Dogodi li se naime, da se razlika polovice sinusa versusa odnosi prema radiusu (naime prema polovici promjera, a ta je razlika sinusa versusa dvostrukih širina 0^0 i 90^0, odnosno lukova 0^0 i 180^0), a tako i razlika onih dvaju dinum ad radium (nimirum ad dimidium diametri, quae est differentia sinuum versorum latitudinum duplicatarum 0^0 et 90^0 sive arcuum 0^0 et 180^0), ita differentia illorum binorum graduum ad quartum, habebitur differentia graduum sub polo et aequatore, cujus triens dividi potest per utrumvis gradum datum, cum omnes gradus a se invicem parum differant, ut habeatur quaesita ellipticitas proxima verae.

Eodem prorsus artificio e binis pendulorum isochronorum longitudinibus, quae sunt gravitatibus proportionales, habetur facile differentia earum, quae haberi debent sub polo et aequatore, quae differentia deinde divisa per alteram longitudinem exhibet illam, quam supra diximus fractionem gravitatis, quae subducta a duplo valoris illius $\frac{4n}{5m}$, quae est ellipticitas, et fractio gravitatis pro casu homogeneitatis sive ab $\frac{1}{231}$ relinquit ellipticitatem pro casu heterogeneitatis ob illam arithmeticam continuam proportionem, de qua supra egimus.

Hinc igitur stratam jam habemus viam ad inquirendum in figuram telluris tam ope pendulorum, quam ope graduum. Selegi ex pendulis isochronis 5, quorum longitudines tum habebam maxime certas ab Academicis Parisiensibus recens observatas sub aequatore a Porto Bello, a Petit Goave, Parisiis, Pelli. Selegi itidem 5 gradus, quos habemus accurate definitos, sub aequatore, ad promontorium Bonae Spei, hic in ditione Pontificia, in Gallia Boreali et in Lapponia, adhibita huic postremo illa correctione, quae adhibita est etiam a Bouguerio et praeter quam alias adhibendas non esse, utut ab aliis nuper adhibitas, demonstrari facile potest. Proponam hic 4 tabellas eo pertinentes, quarum priores duae pertinent ad longitudines pendulorum isochronorum, posteriores ad meridiani gradus. In prima et tertia habetur in prima columna locus observationis, in secunda columna latitudo observationi respondens, in tertia dimidium sinus versi ejus latitudinis duplicatae, in quarta mensurae ipsae pendulorum vel graduum, in quinta differentiae a prima, in sexta differentiae illae stantibus prima et postrema mensura, differentiae omnes essent proportionales sinubus versis, in septima demum error sive discrimen harum, quae haberi deberent, ab illis, quae revera sunt habitae. Atque haec pertinent ad primam et tertiam tabulam; in secunda et

stupnjeva prema četvrtom članu, dobit će se razlika stupnjeva pod polom i ekvatorom. Njezina se trećina, budući da se svi stupnjevi međusobno vrlo malo razlikuju, može podijeliti kojim mu drago danim stupnjem, da bi se dobila tražena eliptičnost, najbliža pravoj.

Potpuno istim umijećem iz dviju dužina izohronih njihala, koje su proporcionalne težama, lako se dobije razlika onih dužina, koje se moraju nalaziti pod polom i ekvatorom. Nadalje, ta razlika, podijeljena jednom od tih dužina, daje razlomak, koji smo prije nazvali razlomkom teže. Taj razlomak, oduzet od dvostruke vrijednosti razlomka $\frac{4n}{5m}$, koji je eliptičnost i ujedno razlomak teže za slučaj homogenosti, odnosno oduzet od $\frac{1}{231}$ ostavlja eliptičnost za slučaj heterogenosti zbog one neprekidne aritmetičke proporcije, o kojoj smo prije govorili.

Odatle dakle već imamo utrt put do istraživanja Zemljina oblika pomoću njihala, toliko pomoću stupnjeva. Od izohronih njihala odabrao sam pet, kojih sam dužine tada imao najpouzdanije i koje su pariški akademici nedavno promatrali pod ekvatorom, u Porto Bello, u Petit Goave, u Parizu i u Pellu. Isto sam tako odabrao pet stupnjeva, koje imamo pomno određene pod ekvatorom, kod Rta dobre nade, ovdje u Papinskoj državi, u sjevernoj Francuskoj i u Laponiji. Kod toga posljednjeg stupnja izvršio sam ispravak, koji je izvršio i Bouguer. Da osim tog ispravka nije potrebno vršiti druge, kako god su ih drugi nedavno vršili, lako se može dokazati. Iznijet ću ovdje četiri tablice, koje se odnose na ta pitanja. Prve se dvije odnose na dužine izohronih njihala, a druge dvije na meridijanske stupnjeve. Na prvoj i trećoj u prvom stupcu nalazi se mjesto promatranja, u drugom stupcu širina, koja odgovara promatranju, u trećem polovica sinusa versusa dvostruke one širine, u četvrtom same mjere njihala, odnosno stupnjeva, u petom razlike od prve dužine, u šestom one razlike uz postojanje prve i posljednje mjere i uz njihovu proporcionalnost sinusima versusima, a u sedmom pogreška ili nesklad onih mjera, koje bi se morale naći, s onima, koje su se doista našle. To se odnosi na prvu i treću tablicu.

quarta habentur ellipticitates, quae prodeunt ex binis quibusque longitudinibus pendulorum vel gradibus: sed in pendulis omisi tria binaria, quae habuissent observationes inter se nimis proximas. In prima columna habentur eae mensurae excerptae e tabula prima et tertia, quae combinantur, in secunda differentia sub polo et aequatore inventa superiore methodo, in tertia columna tabulae secundae habetur fractio gravitatis, in quarta ejus tabulae et in tertia tabulae quartae ellipticitas.

Hasce tabulas contemplanti patebunt multa, quae pertinent ad efformandum rectum de hac quaestione judicium. In prima videbit pendulorum longitudines cohaerere intra paucas centesimas lineae partes cum illa ratione sinuum versorum latitudinis duplicatae, quae quidem ratio cum haberi debeat, sive nucleus homogeneus sit cum fluido ambiente sive heterogeneus; male inde quis inferet a pendulorum longitudine ejusmodi homogeneitatem comprobari. Quin immo ejusmodi homogeneitatem penitus evertit secunda tabula. In ea patet haud quidem ita multum a se invicem discrepare determinationes illas 7 ellipticitatis, quae habentur in postrema ejus tabulae columna, potissimum si dematur quarta, quae aliquanto plus a ceteris differt et ab observationibus proximioribus est deducta. Si dematur illud quartum binarium, media omnium gravitatis fractio erit $\frac{1}{335}$. Cum illa fractio gravitatis obvenerit major quam $\frac{1}{231}$, manifesto colligitur ex Clerautii theoremate observationes pendulorum non cohaerere cum homogeneitate, sed requiri nucleum densiorem et ellipticitatem majorem illa $\frac{1}{231}$, quam exigit homogeneitas; quod ipsum cum ego in eo opusculo diserte affirmaverim et Clerautii theorema ipsum ex mea theoria deduxerim, ipso Clerautio nominato, miratus sane sum in opusculo nuper in Hetruria edito me contra Clerautium hac ipsa in re adduci testem pro homogeneitate, et hoc ipsum meum indigitari opusculum.

Contra vero in tertia tabula satis patet differentias graduum discrepare plurimum ab illa ratione sinuum versorum et, manente primo ac postremo gradu, correctiones adhibendas

Na drugoj i četvrtoj nalaze se eliptičnosti, koje proizlaze iz svake dvije dužine njihala ili iz svaka dva stupnja. No kod njihala izostavio sam tri para, koji bi međusobna promatranja imali suviše blizu. U prvom stupcu nalaze se mjere izlučene iz prve i treće tablice, koje se kombiniraju, u drugom razlike pod polom i ekvatorom, pronađene spomenutom metodom, u trećem stupcu druge tablice nalazi se razlomak teže, a u četvrtom stupcu te tablice i u trećem stupcu četvrte eliptičnost.

Onome, koji bude razmatrao te tablice, bit će jasno mnogo toga, što se odnosi na stvaranje točna suda o tom pitanju. Na prvoj će tablici vidjeti, da se dužine njihala do na malo stotih dijelova crte slažu s onim omjerom sinusa versusa dvostruke širine. Budući da taj omjer mora postojati, bila jezgra homogena s tekućinom, koja je obavija, ili heterogena, krivo će se iz toga zaključivati, da takvu homogenost potvrđuje dužina njihala. Štaviše, druga tablica takvu homogenost potpuno pobija. Na njoj se jasno vidi, da se onih sedam određivanja eliptičnosti, koja se nalaze u zadnjem njezinom stupcu, međusobno tako mnogo ne razlikuju, pogotovo ako se ukloni četvrto određivanje, koje se od ostalih nešto više razlikuje i koje je izvedeno iz vremenski pomalo udaljenih promatranja. Ukloni li se taj četvrti par, srednji razlomak svih parova bit će $\frac{1}{335}$. Budući da je onaj prijašnji razlomak teže ispao veći od $\frac{1}{231}$, po Clairaut-ovu se teoremu može očevidno zaključiti, da se promatranja njihala ne podudaraju s homogenošću, nego da se traži gušća jezgra i eliptičnost veća od $\frac{1}{231}$, koju zahtijeva homogenost. Budući da sam ja upravo to jasno tvrdio u onoj mojoj knjizi i iz svoje teorije izveo Clairaut-ov teorem, spomenuvši njegovo ime, doista sam se začudio, što se u knjizi, koja je nedavno izdana u Toskani, upravo u tom pitanju ja navodim kao svjedok za homogenost protiv Clairauta i što se pisac poziva na tu moju knjigu.

Na trećoj se, naprotiv, tablici dovoljno jasno vidi, kako se razlike stupnjeva nalaze u vrlo velikom neskladu s onim omjerom sinusa versusa i, ako ostaje prvi i posljednji stupanj, kako

TABULA 1 PRO GRAVITATE

Locus observationis	Latitudo	1/2 sin. vers. rad. 10000	Pendulum in lin. Paris.	Different. a primo	Differ. computata	Error
Sub aequatore	0° 0'	0	439. 21	0	0	0
A Portobello	9 34	271	439. 30	.09	.07	.02
A Petit Goave	18 27	1002	439. 47	.26	.24	.02
Parisiis	48 50	5667	440. 67	1 .46	1 .38	.08
Pelli	66 48	8450	441. 27	2 .06	2 .06	0

TABULA 2 PRO EADEM

Binarium	Differ. in pol. et aeq.	Fractio gravitatis	Ellipticitas
1~5	2.44	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{319}$
2~5	2-41	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$
3~5	2.42	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$
4~5	2.16	$\frac{1}{203}$	$\frac{1}{265}$
1~4	2.58	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$
2~4	2.54	$\frac{1}{173}$	$\frac{1}{343}$
3~4	2 57	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{351}$

TABULA 3 PRO GRADIBUS

Locus observationis	Latitudo	1/2 sin. v. rad. 10000	Gexa-pedae	Differ. a primo	Differ. computa.	Error
In America	0° 0'	0	56 751	0	0	0
Ad Prom. B.S.	33 18	2987	57 037	286	240	-46
In Italia	42 59	4648	56 979	228	372	144
Gallia	49 23	5762	57 074	323	461	138
In Lapponia	66 19	8386	56 422	671	671	0

TABLICA 1 ZA TEŽU

Mjesto promatranja	Širina	1/2 sin. v. rad. 10000	Njihalo u par. crt.	Razlika od prvog	Izrač. razlika	Pogre-ška
pod ekvatorom	0° 0'	0	439.21	0	0	0
Porto Bello	9 34	271	439.30	.09	.07	.02
Petit Goave	18 27	1002	439.47	.26	,24	.02
Pariz	48 50	5667	440.67	1.46	1.38	.08
Pello	66 48	8450	441.27	2.06	2.06	0

TABLICA 2 ZA ISTO

Par	Razlika na polu i ekv.	Razlomak teže	Eliptičnost
1 - 5	2.44	$\frac{1}{180}$	$\frac{1}{319}$
2 - 5	2.41	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$
3 - 5	2.42	$\frac{1}{182}$	$\frac{1}{312}$
4 - 5	2.16	$\frac{1}{203}$	$\frac{1}{265}$
1 - 4	2.58	$\frac{1}{170}$	$\frac{1}{355}$
2 - 4	2.54	$\frac{1}{173}$	$\frac{1}{343}$
3 - 4	2.57	$\frac{1}{171}$	$\frac{1}{351}$

TABLICA 3 ZA STUPNJEVE

Mjesto promatranja	Širina	1/2 sin. v. rad.10 000	Toazi	Razlika od prvog	Izrač. razlika	Pogre-ška
u Americi	0° 0'	0	56 751	0	0	0
kod Rta D. N.	33 18	2987	57 037	286	240	-46
u Italiji	42 59	4648	56 979	228	372	144
u Francuskoj	49 23	5762	57 074	323	461	138
	66 19	8386	57 422	671	671	0

TABULA 4 PRO IISEDEM

Binarium	Differ. in pol. et aeq.	Fractio gravitatis	Ellipticitas
1 - 5	800		$\frac{1}{213}$
2 - 5	713		$\frac{1}{239}$
3 - 5	1185		$\frac{1}{144}$
4 - 5	1327		$\frac{1}{128}$
1 - 4	542		$\frac{1}{314}$
2 - 4	133		$\frac{1}{128}$
3 - 4	853		$\frac{1}{200}$
1 - 5	491		$\frac{1}{347}$
2 - 3	—350		$-\frac{1}{486}$
1 - 2	957		$\frac{1}{78}$

esse observatis gradibus sane enormes ad ejusmodi rationem iis conciliandam. Nostro gradui, quem intra decem vel ad summum 15 hexapedas certum censeo ex iis, quae dicta sunt, addere oportet hexapedas 144, Gallico cum tanta cura desunt, addere oportet hexapedas 144, Gallico cum tanta cura finito post tot interatas mensuras 138. Quod si primus etiam et postremus corrigatur gradus, arbitrariae correctiones infinitae numero adhiberi poterunt ita, ut ea ratio servetur, sed observationibus semper vis multo maxima inferatur. Invenio illud, quod in memorato volumine nequaquam quaesiveram, si omnes gradus corrigantur ita, ut serventur hae tres conditiones, nimirum ut ea ratio differentiarum maneat, ut positivae correctiones negativis aequentur, ut summa sive positivarum sive negativarum correctionum sit omnium minima, quae salvis prioribus binis conditionibus haberi potest, retinendum esse sine ulla correctione illum Americanum, demendas se-

TABLICA 4 ZA ISTO

Par	Razlika na polu i ekv.	Razlomak teže	Eliptičnost
1 - 5	800		$\frac{1}{213}$
2 - 5	713		$\frac{1}{239}$
3 - 5	1185		$\frac{1}{144}$
4 - 5	1327		$\frac{1}{128}$
1 - 4	542		$\frac{1}{314}$
2 - 4	133		$\frac{1}{128}$
3 - 4	853		$\frac{1}{200}$
1 - 3	491		$\frac{1}{347}$
2 - 3	—350		$-\frac{1}{486}$
1 - 2	957		$\frac{1}{78}$

je kod promatranih stupnjeva, da bi se taj omjer doveo s njima u sklad, potrebno izvršiti zaista goleme ispravke. Našem stupnju, koji po onome, što je već rečeno, smatram točnim do na 10 ili, najviše, 15 toaza, treba dodati 144 toaza, a francuskom, koji je nakon toliko ponovljenih mjerenja određen vrlo pomno, 138 toaza. Ako se pak ispravi čak i prvi i posljednji stupanj, moći će se vršiti nebrojeni samovoljni ispravci, da bi se sačuvao onaj spomenuti omjer, ali opažanjima treba uvijek pridavati najveću važnost.

Sada iznalazim ono, što u spomenutom djelu nipošto nisam ispitivao: Ako se svi stupnjevi isprave tako, da se sačuvaju ova tri uvjeta, naime da ostane onaj omjer razlika, da se pozitivni ispravci izjednače s negativnima i da zbroj bilo pozitivnih ili negativnih ispravaka bude najmanji od svih, koji se mogu dobiti, ako se sačuvaju prva dva uvjeta, treba zadržati bez ikakva ispravka onaj američki stupanj i oduzeti drugom cundo gradui Africano hexapedas 79.2, postremo Lapponiensi 90.5, addendas vero nostro Italico 93.8, Gallico Parisiensi 75.9. Sed hae ipsae correctiones enormes sunt, et vim nimiam inferat observationibus necesse est, qui rationem, quam regularis ille progressus requirit, in observatorum graduum differentias velit inducere, invita sane Minerva.

Irregularitatem ipsam nihilo minus quarta evertit tabula. Decem illae ellipticitates, quae e 10 graduum binariis eruuntur, usque adeo a se invicem diversae sunt, et penultima productam exhibet figuram pro compressa. Ellipticitas earum omnium media erit $\frac{1}{255}$, non illa quidem major illa $\frac{1}{231}$ quam exigit homogeneitas, sed minor; adhuc tamen satis remota ab ea $\frac{1}{335}$, quam pendulorum longitudines exhibent. Clerautius, cum nondum Americani, Africani, nostri gradus mensura haberetur, ex Gallico, et quidem nec dum satis correcto, et Lapponico, arbitratus compressionem deduci ex observatis gradibus majorem illa $\frac{1}{231}$, ut itidem fractionem illam gravitatis majorem, censuit omnino recurrendum esse ad nucleum ellipticum pro concilianda pendulorum longitudine cum gradibus.

At ego quidem cum videam determinationes e graduum mensura repetitas usque adeo a se invicem discrepare, illud arbitror aequilibrii curvam esse omnino irregularem inaequalitatibus hisce, quas habemus in superficie detorquentibus pendulum in astronomicis instrumentis adeoque ex gradibus, nisi ingens eorum numerus habeatur, ut inter plurimas a se invicem admodum discrepantes determinationes accipiatur medium: figuram telluris haberi non posse. Censeo igitur fidendum potius determinationi a pendulis desumptae quae ellipticitatem exhibet, ut vidimus $\frac{1}{335}$; verum haec ipsa non debet haberi pro demonstrata, cum inter cetera illud facile demonstrari posit inaequalitatem gravitatis vel totam, quanta observata est, vel magna ex parte posse oriri a majore densitate materiae terrestris prope polos quam prope aequatorem,

afričkom stupnju 79.2 toaza, a posljednjem laponskom 90.5; naprotiv našem talijanskom stupnju treba dodati 93.8 toaza, a francuskom pariškom 75.9. No već su sami ti ispravci golemi, pa tko bi u razlike promatranih stupnjeva htio — doista nerazumno — unijeti postupak, koji traži pravilan tok, nužno bi nanio silno nasilje promatranjima.

Uza sve to, samu nepravilnost pobija četvrta tablica. Onih 10 eliptičnosti, koji se izvode iz 10 parova stupnjeva, međusobno su u velikoj mjeri različite, a predzadnja pokazuje produžen oblik Zemlje mjesto spljoštena. Srednja eliptičnost svih tih parova bit će $\frac{1}{255}$ doista ne veća od $\frac{1}{231}$, koju traži homogenost, nego manja, ali još uvijek dosta udaljena od eliptičnosti $\frac{1}{335}$, koju pokazuju duljine njihala. Kad se još nije raspolagalo izmjerom američkog, afričkog i našeg stupnja, Clairaut je na temelju francuskoga, i to još nedovoljno ispravljena, i laponskog stupnja smatrao, da se iz promatranih stupnjeva izvodi spljoštenost veća od one $\frac{1}{231}$, a isto tako i veći razlomak teže, pa je zaključivao, da radi dovođenja u sklad duljine njihalâ i stupnjeva treba svakako pribjeći eliptičnoj jezgri.

Ja pak, budući da vidim, da se određivanja Zemljina oblika na temelju stupnjeva međusobno tako jako razilaze, držim, da je krivulja ravnoteže potpuno nepravilna, jer one neravnosti, koje imamo na površini, otklanjaju njihalo u astronomskim instrumentima. A isto tako držim, da se ni na temelju stupnjeva ne može dobiti oblik Zemlje, osim kad bi se imao na raspolaganju golem broj njih, da bi se među vrlo brojnim određenjima, koja se međusobno jako razilaze, mogla uzeti srednja vrijednost.

Smatram dakle, da se više treba pouzdavati u određenje dobiveno pomoću njihala, koje, kako smo vidjeli, pokazuje eliptičnost $\frac{1}{335}$. No ni to se određenje ne smije držati dokazanim, jer bi se među ostalim lako moglo dokazati, da nejednakost teže, bilo čitava, koja je promatrana, ili svojim si ea habeatur, ut certa quadam lege progrediatur. Cum autem ex 10 graduum binariis novem exhibeant figuram compressam ad polos, quam et theoria suadet, unica vero productam, inde etiam admodum probabile redditur figuram telluris compressam esse, compressionis quantitate adhuc penitus ignorata.

Parallelorum gradibus non sum hic usus, quod eos censeam, ut innui, satis accurate definiri non posse. Habemus unicum definitum in Gallia in latitudine 43°32', hexapedarum 41618. Si is cum uno quovis ex superioribus 5 Meridiani gradibus conferatur per ellipticitatis formulam, quam pro eo casu demonstravi in fine opusculi 5, est autem $\frac{G-Cg}{3cc\,G-C^3g}$, in qua G gradus Paralleli, g gradus Meridiani, C cosinus latitudinis prioris, c posterioris, habentur $\frac{1}{217}$, $\frac{1}{244}$, $\frac{1}{146}$, $\frac{1}{129}$, $\frac{1}{154}$, quod et irregularitati favet et compressioni. Sed illi gradui fidendum esse non censeo.

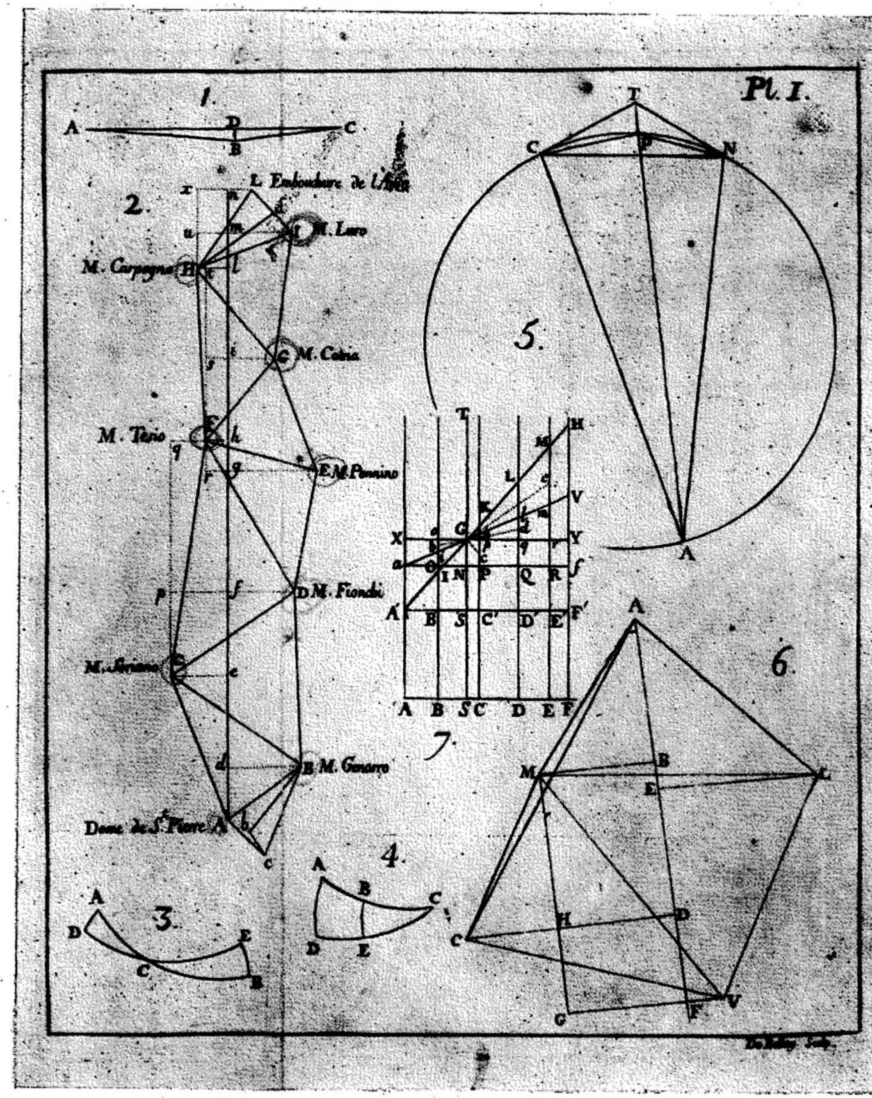
Reliquum est, ut adjiciam tabulam longitudinum ac latitudinum urbium Pontificiae ditionis, quam promiseram.

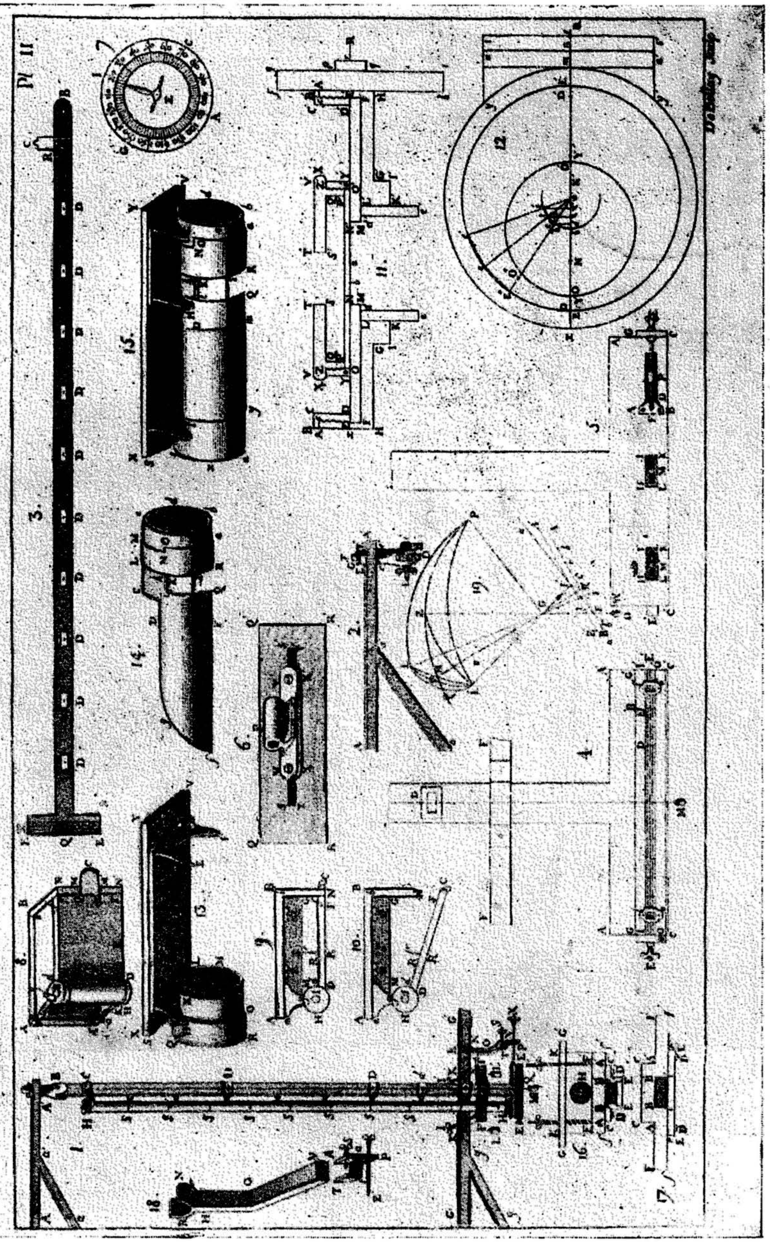
velikim dijelom, može potjecati od veće gustoće Zemljine materije blizu polova nego blizu ekvatora, kad bi bila takva, da bi rasla po nekom određenom zakonu. Kako pak od 10 parova stupnjeva njih 9 pokazuje oblik spljošten na polovima, koji zagovara i teorija, a samo jedan par pokazuje produžen oblik, odatle postaje vrlo vjerojatan zaključak, da je oblik Zemlje spljošten, ali da je količina te sploštenosti dosada potpuno nepoznata.

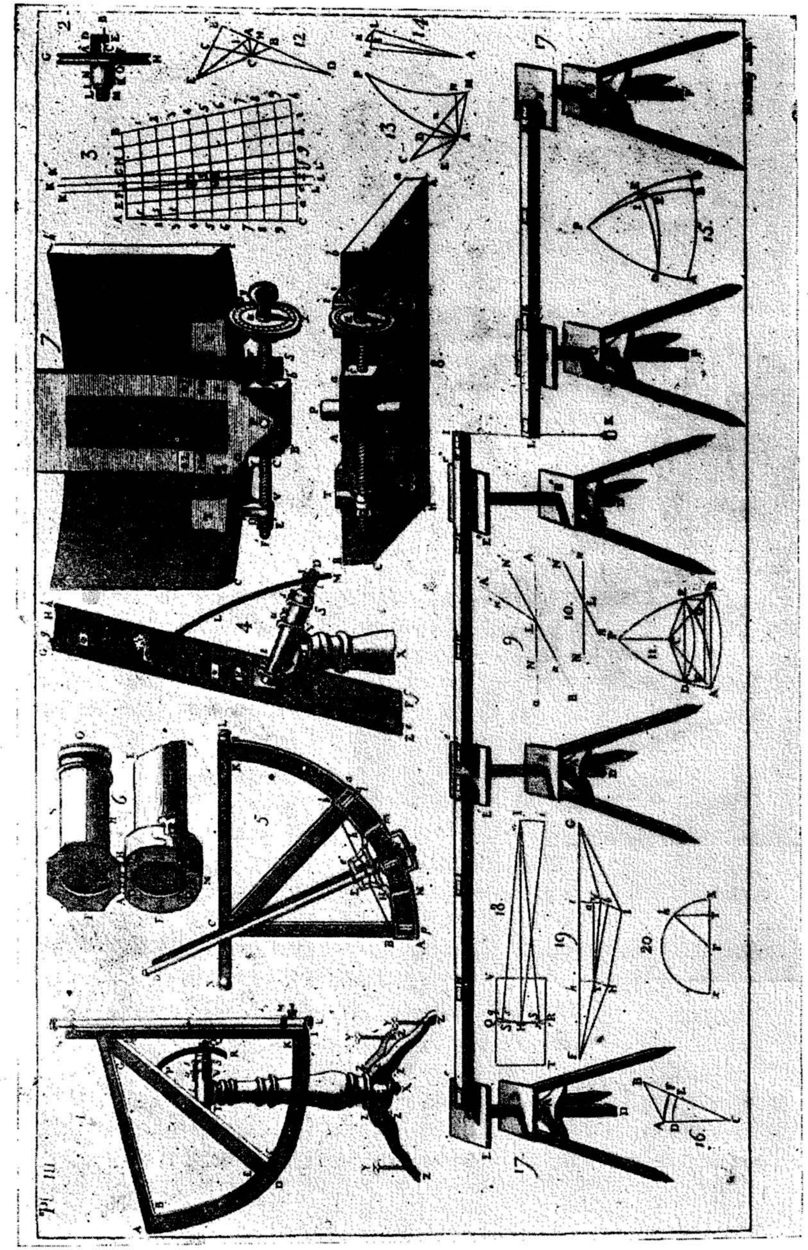
Stupnjevima paralela nisam se ovdje služio, jer, kako sam spomenuo smatram, da se oni ne mogu dovoljno točno odrediti. Imamo jedan jedini, u Francuskoj na širini od 43°32', a iznosi 41618 toaza. Ako se on s bilo kojim od navedenih meridijanskih stupnjeva usporedi prema formuli eliptičnosti, koju sam za taj slučaj dokazao na kraju pete knjige, a glasi $\frac{G-Cg}{3cc\,G-C^3g}$ gdje je G stupanj paralele, g stupanj meridijana, C kosinus prve širine, a c kosinus druge, dobivaju se vrijednosti $\frac{1}{217}$, $\frac{1}{244}$, $\frac{1}{146}$, $\frac{1}{129}$, $\frac{1}{154}$, koje govore i za nepravilnost i za spljoštenost. No ipak smatram, da se ne smijemo pouzdavati u taj stupanj.

Preostaje da dodam tablicu geografskih dužina i širina za gradove Papinske države, koju sam obećao.

Boškovićev latinski tekst priređen je u ovom izdanju prema rukopisnom prijepisu dra Branka Truhelke. Pri tome su uklonjeni očiti lapsus calami, npr. capitae mjesto capite, interferi mj. interferri, posunt mj. possunt, mitendos mj. mittendos i sl. Nadalje, ujednačeno je pisanje velikih slova na početku riječi i uklonjene dublete: Meridianus i meridianus, Apolloniana i apolloniana, i sl. Na nekoliko mjesta kontekst pokazuje, da su se kod prepisivanja Truhelki potkrale neke greške, pa ih je trebalo ispraviti. Tako je npr. perpendicuras u perpendiculares, aliquando u aliquanto, deliberare u delibare, redit u reddit i dr. I formula $\frac{G—Cg}{3cc\, G—G^3g}$ ispravljena je u $\frac{G—Cg}{3cc\, G—C^3g}$.




Pl. II


Pl. III

1.

Rijetko ćemo naći da o kojem naučnom radniku postoji takvo obilje podataka kao o Ruđeru Boškoviću. To svakako možemo zahvaliti njegovim brojnim i opsežnim pismima koja je uputio Senatu dubrovačkom, raznim ustanovama i privatnim licima u Italiji, Austriji, Francuskoj i Engleskoj, pa svojoj braći. Velik broj pisama nije pronađen. No, još postoji velik broj sačuvanih pisama, što pruža mogućnost da se osvijetli njegov život i rad.

Nekoja od sačuvanih pisama prema publikaciji prof. G. Gelcicha objavljena su u Radu Jug. akademije 1887-8 posvećenom Boškoviću. U istom Radu iznio je akad. Franjo Rački život i rad Ruđera Boškovića. U Almanahu Bošković za 1950. akad. Željko Marković opisao je njegov život i djela pod naslovom Ruđe Bošković (str. 135—191). Jug. akademija izdala je »Građu za život i rad Ruđera Boškovića, koju je napisao i uredio akad. Željko Marković pod naslovom Rudžer Bošković, Građa, knjiga I, 1950, i Građa, knjiga II, 1957.

Iz navedenih djela može se detaljnije upoznati život i rad Boškovićev. Ipak, potrebno je da i ovdje, ovom zgodom, makar kratko prikažemo Boškovićev život i rad. Za to smo se uglavnom poslužili podacima akad. Ž. Markovića iz spomenutog rada u Almanahu »Bošković«.

Preci našega Boškovića vjerojatno potječu iz Hercegovine, odakle su se preselili u Dubrovnik. Ruđer Bošković rođen je 18. svibnja 1711. u Dubrovniku od oca Nikole i majke Paule rođ. Bettera. Obitelj Bettera doselila se iz Italije, živeći u novoj sredini brzo se nacionalizirala. Roditelji Ruđerovi imali su devetero djece: Maru, Mariju, Boža, Bara, Ivana, Antuna, Peru, Ruđera i Anu.

Osnovnu obuku Ruđer je dobio od Nikole Nicheija, kapelana crkve Sv. Nikole, a zatim je, kao većina dubrovačke mladeži, bio primljen u školu isusovačkog Kolegija. Tu je primio klasično obrazovanje, a istakao se savršenim poznavanjem latinskog jezika i naročitom nadarenošću. Već u to vrijeme bio je određen da stupi u isusovački red, pa je po završetku školovanja u Dubrovniku u jesen 1725, poslan u Rim da nastavi nauke u isusovačkom zavodu Collegium Romanum. U tom je zavodu redom prošao sve stadije obuke: dvije godine novicijata, dvije godine slušao je retoriku i poeziju, a dalje tri godine filozofiju, matematiku i fiziku. Po završetku tih studija morao je vršiti učiteljsku službu u nižim zavodima isusovačkog reda, ali se odmah prihvatio samostalnog proučavanja matematike i fizike. Već spomenuta osobita nadarenost pomogla mu je da se mogao zadupsti u mnoge probleme i tražiti njihovo rješenje. Taj rad za njega nije bio naročito lak, jer se kasnije i sam tuži na slabu nastavu matematike u Rimskom kolegiju, koja je tada daleko zaostajala za stanjem i golemim razvitkom matematičke nauke u Parizu; taj nedostatak je Bošković kod sebe uvijek osjećao.

Već od 1736. Bošković je počeo izdavati rasprave (disertacije) o pitanjima čiste i primijenjene matematike, fizike, geodezije i astronomije, a prvi njegov rad s toga područja jest rasprava *O sunčevim pjegama*. Njegov je naučni rad brzo zapažen i povoljno ocijenjen, pa mu je u Rimskom kolegiju vrlo rano (1741) povjeren lektorat matematike i fizike.

Bošković je završio i studij teologije te je bio zaređen, ali zbog obilnoga i originalnoga dotadašnjeg naučnog rada nije mu dodijeljena posebna crkvena funkcija, nego mu je omogućeno da radi kao profesor matematike u Rimskom kolegiju. Boškovićevi su radovi vrlo rano izazvali pažnju u naučnom svijetu izvan Italije, pa pariško naučno glasilo *Journal des sçavans* od 1748. kaže da »u njima sja toliko genija i iznalaženja kao i znanja u geometriji, astronomiji i fizici«. Velik broj prikaza tih radova donosi i ugledan lajpciški časopis *Acta eruditorum*.

Ta brojna naučna djela s raznih područja nauke nećemo ovdje iznositi, jer bi to nepotrebno proširilo ovaj prikaz. Prvi Boškovićev rad s područja geodezije, *O razlozima starih za oblik Zemlje kao kugle*, nastao je 1740, a drugi, *O nejednakosti sile teže*, 1741. godine. No, glavni Boškovićev rad na tom području svakako je mjerenje i određivanje dužine luka meridijana, što pada u razdoblje od 1750. do 1755. godine.

Od 1725. do 1759. stalno je mjesto Boškovićeva stanovanja Rim. U Rimu je obavljao i razne poslove zastupajući Dubrovačku republiku. Putovao je i po Italiji obavljajući poslove u korist republike Lucce. Od travnja 1757. do proljeća 1758. boravi u Beču kao zastupnik republike Lucce u sporu s velikom vojvodinom Toscanom, a u Rimskom kolegiju u to ga vrijeme zamjenjuje brat Baro.

U Beču izdaje godine 1758. u predgovoru spomenuto djelo *Philosiphiae naturalis Theoria*.

U to doba pada i progon isusovaca. Najprije u Portugalu, zatim u Braziliji i drugdje, pa su izagnanici u sve većem broju dolazili u Rim. To se svakako neugodno dojmilo Boškovića kao pripadnika tog reda. Pridolazi nešto još neugodnije. Mnogi isusovci nisu lijepo gledali na njegov slobodni način života, na njegove nove ideje, novu nauku, a naročito na njegova česta putovanja. Osjećajući već izvjesnu nelagodnost u tom krugu, a gonjen željom da proširi svoja znanja, odluči se 1759. na duže putovanje izvan Italije.

Kako je Bošković u Rimu obavljao mnoge poslove Dubrovačke republike, bio je s njom često u prepisci. U svom pismu dubrovačkom Senatu u početku lipnja 1759. javlja, pored ostaloga, da potkraj lipnja polazi na duži put Italijom, Francuskom, Nizozemskom i Njemačkim carstvom, a na poziv i trošak svoga prijatelja, markiza Romagnolija. Ovome je svakako godilo Boškovićevo društvo, učenost i ugled koji je već uživao u stranom svijetu. Tako potkraj lipnja 1759. Bošković napušta Rim i Rimski kolegij, gdje je dotada mirno i sređeno živio, da se nikada više tamo ne vrati, a nastupa buran život, pun ugodnih časova, ali i borbe i neugodnih momenata.

U Francuskoj je ostao šest mjeseci. Zanimao se za sve, a naročito za naučne institucije. Romagnoli za sve to nije imao mnogo smisla, te su se već u Parizu razišli. U Parizu je Bošković odlučio da posjeti i Englesku, što tada nije bilo lako, jer je Francuska bila zaraćena s Engleskom. Taj je put trebalo pripremiti. Ponajprije traži dopuštenje svoga reda (Engleska nije katolička zemlja). Materijalno je Bošković bio osiguran, ali dobro mu je došlo što mu se dubrovački Senat odužio za njegov trud u vezi s poslovima Republike.

Iz Pariza je otišao preko Lillea i Calaisa u Englesku, ne čekajući dopuštenje svoga reda, jer se pridružio španjolskom poslaniku, grofu Fuentes, kao član njegove pratnje.

U Parizu, Londonu i Bruxellesu Boškovića su lijepo primali, uza svu nesklonost prema isusovcima koja je tada vladala. Vrata mu je otvaralo njegovo poznato ime, njegova živahnost, umješnost u govoru i osobni čar. Primali su ga političari, crkveni dostojanstvenici, aristokracija, učenjaci.

U njegovu čast priređivali su se objedi i večere. U Parizu je upoznao učenjake kao Clairauta, D'Alemberta, La Condaminea, La Landea, La Caillea i druge.

Osim Londona, u Engleskoj je posjetio Greenwich, Oxford i Cambridge. Razgledao je naučne institucije i upoznao engleske učenjake. Pored ostalih bio je s Benjaminom Franklinom koji mu je pokazivao svoje električne pokuse, a na prijedlog astronoma J. Bradleya i N. Maskelynea bio je izabran za člana londonskoga učenog društva Royal Society. Kako je na engleskom jeziku publicirao radnju *O prolazu Venere ispred Sunca*, Royal Society odlučio je da ga pošalje u Carigrad kako bi u lipnju 1761. izvršio to motrenje, što je Bošković i prihvatio.

Iz Engleske je, preko Nizozemske gdje se zadržao, došao u Veneciju. Tu se ukrcao na brod koji je vozio novoga venecijanskog poslanika za Carigrad. Zbog nevremena koje ih je zadesilo kod otoka Teneda, morali su pristati, pa je tom prilikom Bošković razgledavao i proučavao ruševine Troje. U Carigrad je za motrenje prolaza Venere stigao prekasno. Bio je naročito lijepo primljen od tamošnjeg engleskog poslanika Portera. No, u Carigradu se razbolio i zadržao se sedam mjeseci. Iz Carigrada se Bošković 1762, u društvu engleskog poslanika, kroz Bugarsku i Moldaviju uputio u Poljsku. I u Varšavi je bio lijepo primljen, naročito od obitelji Poniatowsky, a sprijateljio se i sa Stanislavom Augustom, kasnijim poljskim kraljem. Zbog bolesti morao je odustati od namjeravanog puta u Petrograd. U studenom 1763. vraća se preko Austrije u Rim. Tu je od Vatikana dobio zadatak da prouči pitanje isušenja Pontinskih močvara.

Godine 1763. jednoglasno je izabran za profesora matematike na starom sveučilištu u Paviji. Prihvatio je taj poziv. Nastanio se u Paviji, i počeo predavati u proljeću 1764. Iz Pavije je često odlazio u Milano gdje je sudjelovao na upostavljanju

nove (isusovačke) zvjezdarnice u Breri. Za tu zvjezdarnicu, za zgradu, za potrebne instrumente i za njihov smještaj napravio je nacrte sam Bošković. Pri tom se koristio onim što je vidio u Greenwichu. Povremeno je dolazio u Breru da nagleda izgradnju. Gradnja zvjezdarnice dovršena je godine 1765, pa se otad sve više zadržavao u Breri na astronomskim radovima. Kasniji ravnatelj zvjezdarnice, G. V. Schiaparelli, u svojoj studiji o Boškoviću ističe na kako je grandiozan i potpun način Bošković shvatio zadaću nove zvjezdarnice i kaže, da je sigurno, da je ona mogla biti jedna od prvih ili možda i prva, bar na kontinentu.

Na prijedlog austrijskoga guvernera Milana bečka je vlada u Milanu za Boškovića osnovala katedru za optiku i astronomiju, s time da dalje radi na zvjezdarnici. Godine 1770. potpuno se preselio u Milano. Na izgradnju i uspostavljenje zvjezdarnice Bošković je utrošio mnogo truda, uložio je i dosta svoga novca i smatrao ju je nekako svojom; a svojim radom, naročito u praktičnom dijelu astronomije, pridonio je toliko te se uzima da je Bošković dao osnov novom dijelu astronomije, praktičnoj astronomiji.

S rektorom isusovačkog reda F. Pallavicinijem Bošković se dobro slagao. No, 1765. godine dolazi novi rektor, I. Venini. Nastale su razmirice oko upravljanja zvjezdarnicom. Većina isusovaca, pa i Venini, smatrali su za ravnatelja nove zvjezdarnice astronoma Lagrangea, koji je još 1763. bio pozvan iz Marseillea da organizira i da vodi astronomske radove. A Bošković je bio uvjeren da u novoj zvjezdarnici prvenstvo pripada njemu. Uz to je uporno tražio da mu se kao pomoćnik pridijeli Puccinelli, njegov učenik, kojega je pozvao iz Rima, što je rektor odbijao.

Neslaganja i razmirice su rasle. Ne mogući to dalje izdržati, daje Bošković u početku godine 1773. ostavku na profesuri u Milanu. Taj neuspjeh u Breri duboko ga je ranio. Kratko vrijeme živio je na području Venecije. Njegovi pariški prijatelji osigurali su mu mjesto direktora optike za mornaricu i pozvali su ga u Pariz. No, kako je u ljetu 1773. godine isusovački red ukinut, jezuiti su proganjani, pa je zbog toga i Bošković imao mnogo neprijatelja i često je susretan s nepovjerenjem. Kako je već bio u godinama, pariški zrak, pun vlage, učinio je svoje. Počele su ga hvatati groznice. Ipak, on i dalje neumorno radi, a to još jače narušava njegovo zdravlje.

Godine 1782. dobio je dopust da na dvije godine ode u Italiju i dovrši svoje poslove (da spremi za štampu svoje rukopise). Trebao je za to biblioteku u Breri. Posredovanjem kneza Kaunitza produžen mu je dopust i dodijeljen stan u Breri.

Bošković je bio neobično osjetljiv, ponosan na svoje znanje. Mnogo mu je bilo stalo do ugleda njegovih djela. Prijatelj mu je bio svatko tko je hvalio njegove radove, a prigovori su odavali neprijatelje. Od toga je neprestano patio. U posljednjim danima počela ga je mučiti misao da mu se gdje u radovima nije potkrala koja pogreška. Hvatali su ga nemiri i nemogućnost koncentracije misli. Potkraj 1786. počeo je zapadati u melankoliju pa u bjesnilo. Ti su napadaji bivali sve češći. U smirenom stanju, videći svoj položaj, znao bi zaplakati. Nije se dugo mučio. Dana 13. veljače 1787, u 11 sati prije podne, umro je od komplikacija na plućima. Sahranjen je u crkvi St. Maria Podone u Milanu. U stolnoj crkvi u Dubrovniku, postavljena mu je spomen-ploča. Godine 1831. nove su mu generacije podigle spomenik u atriju zvjezdarnice u Breri.

Bošković je bio neobično živ, temperamentan, govorljiv, a i neobično radin. Mnogo mu je vremena oduzelo i dopisivanje. Događalo se, da je godišnje pisao oko četiristo pisama, većinom o naučnim stvarima, od kojih su neka bila opširna kao prave rasprave. Posjedovao je neobično jak intelekt, bio je kritičan, dalekovidan, pun fantazije i intuicije. Neke od njegovih misli i ideja nisu bile za njegova života ni uočene ni shvaćene. No, kako su prolazile generacije, njegov je lik postajao sve veći i veći. Trebalo je da prođe sto pa i dvjesta godina pa da naučni svijet uvidi kako su neke njegove ideje i postavke bile ispravne. A to je upravo ono što Boškovića čini velikim, što ga uzdiže daleko iznad njegova vremena i što mu daje trajnu vrijednost i veličinu.

2

U predgovoru smo nabrojili koje Boškovićeve radove ubrajamo u geodetske. Ti radovi obuhvaćaju teoriju oblika Zemlje, određivanje dužine luka meridijana, mjerenje sile teže, određivanje spljoštenosti Zemlje na temelju dotada izvršenih gradusnih mjerenja i na temelju dotada izvršenih mjerenja sile teže, premjer i izradu karte tadašnje papinske države.

U tome cjelokupnom radu pored teoretskih razmatranja i dokazivanja još uočavamo mjerenja, obradu podataka mjerenja, te ideje i konstrukcije mjernih instrumenata.

Osim spomenutih geodetskih radova Bošković je dao brojne radove i s područja matematike, astronomije, optike i fizike od kojih mnogi indirektno zadiru u geodeziju i značajan su prilog njenom razvoju.

Geodetska javnost je vrlo malo ili nikako informirana o Boškovićevu radu na području geodezije. Naša stručna i naučna literatura, oslanjajući se više na inozemne izvore, nije tom radu pridavala dostojnu pažnju. To je svakako bio propust, jer je već na te radove ukazala Jugosl. akademija.

Uspomeni stogodišnjice smrti Boškovića posvećen je cijeli Rad Jug. akademije za godinu 1887-8 pod naslovom Život i ocjena djela Ruđera Boškovića. U tom djelu pored ostalog akad. V. Dvořak iznoseći Boškovićev rad na polju fizike u Dodatku o geodezijskom radu Boškovića, str. 540—542, u vrlo kratkim crtama prikazuje njegov geodetski rad. Budući da pisac »nije imao prilike, da se bavi posebno i ovom strukom« donosi izvadak iz historijsko-kritičke rasprave A. Westphala Basisapparate und Basismessungen, Berlin, Zeitschr. für Instrumentenkunde, 1885. U Radu Jug. Akademije, knjiga 181, za godinu 1910. iznio je akad. V. Varićak matematski rad Boškovića, gdje u petom poglavlju Boškovićevo mjerenje dvaju stepena meridijanskih, str. 160—169. opisuje ukratko glavni Boškovićev geodetski rad, a ujedno iznosi povoljne i nepovoljne kritike i mišljenja stranih autora, dok u šestom poglavlju Boškovićev pokušaj o računu izjednačenja str. 169—187, daje detaljan prikaz ovoga Boškovićeva rada. U Almanahu Bošković za godinu 1950. prof. N. Abakumov u članku Astronomsko-geodetski radovi Ruđera Boškovića, str. 192—199 daje svoj kratak prikaz Boškovićevog geodetskog rada. Danas visoko cijenimo napore Dvořaka i Varićaka, što su nam i kao nestručnjaci u kratkim crtama prikazali djela Boškovića na polju geodezije. Isto tako cijenimo i nastojanja prof. Abukumova. To nas je potaklo, da temeljitije proučimo Boškovićev geodetski rad i da ga potpunije prikažemo i ocijenimo.

Ma da je Bošković živio i djelovao u tuđem svijetu, ostao je naš. Strane zemlje imale su svoje ljude, svoje naučenjake, koje su radije isticale i pripisivale im na naučnom polju razne zasluge, a na uštrb njima pomalo tuđem Boškoviću. Da je Bošković bio naš, i da je u tuđini ostao naš, nalazimo svjedočanstvo u ovom njegovom geodetskom radu. Tako u V o y a g e u, str. 449—450, sub linea citira Bošković D'Alemberta, koji u jednom svom radu o eliptičnom obliku Zemaljske jezgre, aludirajući na Boškovića naziva ga »un Geometre Italien, qui a du nom dans les mathématiques...« (talijanski geometar i poznati matematičar) i odgovara: »Nous observerons ici en premier lieu que notre Auteur est Dalmate et de Raguse, non Italien« (Primjećujemo ovdje najprije, da je naš autor Dalmatinac i iz Dubrovnika, a ne Talijan).

3

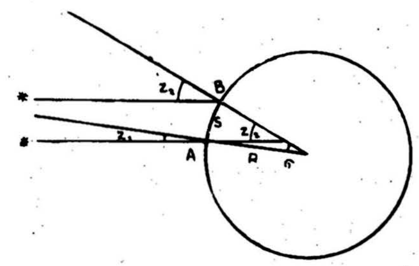
Da bi Boškovićev geodetski rad mogla bolje razumjeti i naša šira javnost, i da bi mogli dati pravilniju ocjenu tog rada, smatramo da je potrebno iznijeti kratak historijat određivanja oblika i dimenzija Zemlje do Boškovićevog vremena.

Već su stari Grci smatrali da je Zemlja kugla (Pitagora, rođ. 582 p. n. e, Aristotel, 384—322 pr. n. e. itd.). Stvarne podatke o veličini i obliku Zemlje prvi je dao Erastoten (276 do 195 pr. n. e.) mjereći luk meridijana od Asuana do Aleksandrije.

Erastoten je primijetio, da je za vrijeme ljetnog solsticija u Asuanu Sunce u podne u zenitu, u nekom dubokom bunaru, sunčane zrake dolaze do dna, bez sjene. U isto vrijeme izmjerivši dužinu sjene postavljenog gnomona (vertikalno postavjene šipke) u Aleksandriji dobio je centrički kut koji odgovara luku Asuan-Aleksandrija. Smatra se da dužinu Asuan-Aleksandrija nije mjerio, već da ju je ocijenio prema utrošenom vremenu hoda karavana. Erastoten je dobio za dužinu kvadranta meridijana 250.000 stadija (cca 9,923.000 m). Način određivanja dimenzija Zeemlje koju je primjenio Erastoten primjenjuje se u biti i danas.

Ako sa tačaka A i B, koje se nalaze na istom meridijanu izmjerimo istovremeno zenitne daljine z_1 i z_2 neke zvijezde, te budući da su zvijezde obzirom na veličinu Zemlje neiz-

mjerno daleko, bit će pravci od A i B na istu zvijezdu međusobno paralelni, pa ćemo centrički kut σ dobiti jednostavno



$\sigma = z_2 - z_1$. Ako nam je poznata dužina s između A i B dobivamo radij Zemlje

$$R = \frac{s}{\sigma} = \frac{s}{\sigma'} \varrho''$$

Dužinu luka d koja odgovara jednom stupnju (gradusu) dobivamo jednostavno

$$\frac{d}{s} = \frac{1^0}{\sigma^0} = \frac{3600''}{\sigma''}$$

Po ovom se ta mjerenja nazivaju gradusna mjerenja.

Eratostenu je očito bio $z_1 = 0^0$, pa mu je bilo $\sigma = z_2$.

Kasnije veličinu Zemlje određivao je na isti način i Posidonius (135—50 g. p. n. e.). On je mjerio luk od Aleksandrije do Rodosa (dužinu s od Aleksandrije do Rodosa procjenjuje prema vremenu, što ga utroši brod na tom putu), Slijedeće mjerenje izvode Arapi zapadno od rijeke Tigrisa 827. godine pod vodstvom Muhamed Ibn Musa i Ibn Šakira. To su ujedno prva mjerenja kod kojih znamo, da se dužina s stvarno mjerila a ne ocjenjivala. Dužina kvadranta meridijana iznosila je 20,400.000 lakata (cca 10,608.000 met).

Pretvaranje starih mjera stadija i lakata u metre nije baš najtočnije, jer se te mjere nisu sačuvale, pa se njihova dužina mogla dobiti samo rekonstrukcijom iz nekih drugih mjerenja za koja imamo podatke. Tako je na pr. poznati njemački geodet Jordan 1874. pronašao lakat na jednom stubu za mjerenje vodostaja na Nilu i odredio da je dužina lakta 52 cm. Pitanje je kojom točnošću je arapski lakat na to mjesto prenesen. Osim toga su u hiljadu godina i atmosferske prilike djelovale na tu mjeru. Ako dopustimo samo 1 cm razlike u određivanju prave dužine lakta, utjecaj toga na dužinu kvadranta meridijana bit će 204.000 metara.

Slijedeće mjerenje, a ujedno prvo u Europi, izvodi se tek godine 1528. Izvodi ga francuski liječnik Fernel mjereći luk na potezu između Pariza i Amiensa. Fernel određuje dužinu s brojem okretaja točka kola. Godine 1633. takvo mjerenje izvodi Englez Norwood između Londona i Jorka.

Sva ta mjerenja imala su velikih nedostataka kako u astronomskom dijelu rada, tako još mnogo više u geodetskom. Naročito je bilo teško zbog neravnosti terena izmjeriti dužinu s dovoljno točno. Očito je da će se dužina meridijana odnosno dimenzije Zemlje odrediti točnije na što većem potezu s. Pa ako za minimalnu dužinu uzmemo dužinu koja odgovara luku od 2^0 po meridijanu, to bi s iznosilo cca 220 km. a takvu dužinu nije bilo lako točno izmjeriti.

Veliki napredak u rješavanju ovog zadatka unio je 1617. Holanđanin Snellius pronalaskom triangulacije. Bit triangulacije sastoji se u tome da se direktno izmjeri jedna manja dužina na ravnome, najpovoljnijem terenu, svega par kilometara duga, na tu dužinu kao stranu nadoveže se sistem trokutova, najzgodnije u vidu lanca ili romba, izmjere se kutovi pojedinih trokuta takvog sistema, pa se strane trokuta kao i ukupna dužina lanca može odrediti posredno, računskim putem.

Tako je i Snellius primijenio odmah svoju metodu na određivanje dužine luka meridijana, mjereći luk od Alkmara do Bergena. Za dužinu jednog stupnja dobio je 107.500 m. Danas kad znamo da jednom stupnju odgovara dužina od cca 111 km, vidimo da je Snellius dobio mnogo lošije rezultate nego Eratosten i Arapi. Pronalaskom triangulacije je točnost određivanja dužine s velikim dijelom prebačena na točnost mjerenja kutova. Trebalo je konstruirati i izraditi dobre sprave za mjerenje kutova. Nije važna samo finoća izrade nego i ideja konstrukcije. (Napominjem da je razvoj u ideji konstrukcija geodetskih instrumenata i danas u zamahu).

U početku su se kutovi mjerili običnom vizirnom napravom, koja se pomicala po dijelu kruga, na kome je bila nanešena podjela (sekstant, kvadrant). Razvojem optike, za koji su najzaslužniji Holanđani, uvodi se umjesto običnog vizira durbin, koji postaje sve kvalitetniji.

Koristeći sve to francuski akademik Picard mjeri luk meridijana između Malvoisina blizu Pariza i Surdona blizu Amiensa (1669—1670.). Smatrajući Zemlju kuglom, Picard dobiva za veličinu jednog stupnja 57.060 toaza (111.213 m), kako vidimo približno točnu veličinu. Picardova mjerenja zaslužuju naročitu pažnju, jer su to prva mjerenja izvedena na naučnoj bazi.

Tih godina Newton dolazi na ideju o privlačenju masa. Primijenivši svoju ideju na kretanje Mjeseca oko Zemlje, imajući za veličinu Zemlje ranije poznate podatke (Snelliusove) račun mu se nije slagao. No kad je Newton saznao (1682) za rezultate Picardovih mjerenja, i kad se njima poslužio, račun mu se složio i tako potvrdio njegovu teoriju o privlačenju masa, pa godine 1687. izlazi Newtonovo djelo P h i l o s o p h i a e n a t u r a l i s p r i n c i p i a m a t e m a t i c a.

Newton dalje u tom djelu, polazeći od pretpostavke da je Zemlja nekoć bila u užarenom stanju, a da je sada većim dijelom površina Zemlje pokrivena morima, dolazi do zaključka da tekuće tijelo, kome su čestice podvrgnute uzajamnom privlačenju, ako je nepomično i jedino u prostoru, mora poprimiti oblik kugle. Okretanjem oko osi kugla se mora pretvoriti u elipsoid. Uz pretpostavku da se Zemlja sastoji iz jednolike tekuće mase, Newton je izračunao i veličinu spljoštenosti.

$$\mu = \frac{a-b}{a} = \frac{1}{230}$$

gdje je a velika, a b mala poluos elipsoida.

Huygens je uz pretpostavku, da je čitava masa Zemlje skoncentrirana u njenom centru, dobio

$$\mu = \frac{1}{578}$$

Ta nova teoretska tumačenja o obliku Zemlje je trebalo provjeriti mjerenjima.

Elipsa kao izvodnica Zemljinog elipsoida, meridijan, imat će najveću zakrivljenost na ekvatoru a najmanju na polu, odnosno radiusi zakrivljenosti povećavat će se idući od ekvatora prema polu. Prema tome luk koji odgovara jednom stupnju na većim geografskim širinama mora biti veći od takvog luka na manjim širinama.

Francuska akademija, da bi to ispitala, poduzela je nova mjerenja. Produžena su Picardova gradusna mjerenja na sjever do Dünkirchena, a na jug do Collioure. Mjerenja su vršena od 1683. do 1716. Tim su mjerenjima rukovodili Dominique Cassini, Lahire i Maraldi a kasnije i Jaques Cassini. Za dužinu luka, koja odgovara jednom gradusu dobivena je na sjevernom dijelu dužina 56.960 toaza, na srednjem (Picardovom) 57.060 toaza, a na južnom dijelu 57.098 toaza. Na temelju tih mjerenja izlazi da bi Zemlja trebala biti rastegnuta u smjeru osi rotacije tj. jajolikog oblika, suprotno dakle onome, što je proizlazilo na temelju Newtonove teorije.

Čitav se naučni svijet tada zainteresirao za pitanje oblika Zemlje. Budući da je Cassini sa saradnicima uporno dokazivao da je oblik Zemlje jajolik, naučni svijet u Francuskoj podijelio se u dva neprijateljska tabora, pristaše Newtona i pristaše Cassinija. Francuska akademija dopunila je mjerenja mjerenjem luka paralele između Pariza i S. Maloa. Mjerenje je izvršeno pod rukovodstvom Jaquesa Cassinija, a rezultat je opet bio jajolik oblik Zemlje.

Danas znamo, da je uzrok takvom rezultatu bio taj, što mjerenja još nisu bila dovoljno precizna, i što su bila izvršena na maloj razlici geografskih širina, pa je pogreška mjerenja bila veća od prave razlike dužina tih lukova za jedan stupanj.

Kako jajolik oblik, što su ga isticali rukovodioci mjerenja, nije bio u skladu s teorijem, Francuska akademija organizira i šalje dvije ekspedicije, da izvrše mjerenja na što većim razlikama geografskih širina: jedna odlazi u Ekvador (1735), a druga u Laplandiju (1736). Prethodno su u tu svrhu bile izrađene normalne mjere, dva jednaka toaza od željeza, i bio ispitan koeficijent njihova istezanja. To su ujedno bile prve normalne mjere izrađene na naučnoj osnovi.

Prvom ekspedicijom, koja je vršila mjerenja luka u Peru-u između $-3^0 4' 30''$ do $+0^0 2' 30''$ rukovodili su Ch. M. Condamine, P. Bouguer i L. Godin. Mjerenja su vršena od 1736. do

1741. Većina ljudstva ove ekspedicije vratila se u Francusku 1744., a konačne rezultate objavio je Condamine 1751. Ekspedicijom u Laplandiji, koja je vršila mjerenje luka između $65^0 50' 50''$ i $66^0 48' 20''$, rukovodili su P. Maupertuis, A. Clairaut, Ch. Le Monnier. U Stockholmu se pridružio ekspediciji švedski fizičar A. Celsius. Mjerenja u Laplandiji vršena su od 1736. do 1737.

Sravnjivanjem rezultata mjerenja u Francuskoj i u Laplandiji je dokazano, da Zemlja ima oblik elipsoida spljoštenog na polovima. Maupertuis je rezultate laplandskih mjerenja, kao i odnos prema pariškim iznio u djelu *La figure de la terre*, Paris 1738.

Boškovićeva mjerenja vremenski dolaze odmah iz laplandskih i peruanskih, a njihov početak prije nego što su rezultati peruanskih mjerenja bili objavljeni.

4

Naprijed izneseni Boškovićev rad je samo kratki prikaz njegova postupka pri određivanju luka meridijana. To je zapravo ekscerpt i po obimu iznosi tek desetinu od osnovnog djela koje je izašlo pod istim naslovom u Rimu godine 1755. Tu je neke stvari Bošković samo natuknuo, a zaslužuju da se danas jače istaknu, pa ćemo nastojati to ovdje dopuniti prema potpunom djelu. Ujedno nam je želja da, obzirom na današnje stanje geodetske nauke, damo što pravilniju i pravedniju ocjenu Boškovićevih razmatranja i zaključaka, da ocijenimo točnost i metode njegovih mjerenja, te da damo prikaz i ocjenu konstrukcija njegovih mjernih instrumenata. Mnoge interesantne tvari, poteškoće i doživljaje za vrijeme terenskog rada, a koje bi bile interesantne naročito za stručnjake geodete, moramo nužno izostaviti. Naša nastojanja bit će plodnija, ako uspijemo zainteresirati ponekog stručnjaka da pročita potpuno djelo.

Cjelokupno djelo *La litteraria expeditione* kao i *Voyage* nalaze se u našoj Sveučilišnoj knjižnici. Jedan komplet fotokopija francuskog izdanja, Voyage-a posjeduje i Zavod za višu geodeziju. Francusko izdanje je sam Bošković u sub linea nadopunio potrebnim bilješkama i opaskama.

5

Bošković je sam došao na ideju da određuje dužinu luka meridijanima. To je jasno rečeno i u njegovu naprijed iznesenom radu. On je prvobitno htio, da potrebna mjerenja izvrši u Braziliji, gdje je mislio da će lakše doći do financijskih sredstava. Portugalski je kralj tražio nekoliko naučenjaka, upućenih u matematičke nauke, s time, da ih pošalje u Braziliju u cilju izrade geografskih karata krajeva, koje je morao mijenjati sa Španjolcima. Na to traženje javio se Bošković pod uvjetom, da nakon obavljenog posla mjeri i odredi dužinu luka stupnja meridijana, koji bi bio približno na istoj geografskoj širini kao ranije izmjereni stupanj u Peru-u. Kad je za taj Boškovićev naum čuo kardinal Silvije Valenti, zainteresirao se da li bi se to moglo obaviti u Italiji. Kad je dobio potvrdan odgovor, obavijestio je papu, koji je odredio da se mjerenje stupnja i izrada geografske karte izvrši na području papinske države. Tako su bila Boškoviću za taj poduhvat osigurana sredstva. Ujedno je Bošković od pape dobio za pomoćnika i pratioca u poslu isusovca-matematičara Christofora Maire.

Zašto je Bošković htio da određuje luk meridijana? Tada je bilo tek dokazano, da Zemlja ima oblik rotacionog elipsoida. Prema tome svi su meridijani elipse, i morali bi biti međusobno jednaki. Bošković međutim prvi tvrdi, da ti meridijani neće biti jednaki, a ni paralele točne kružnice. Bošković pretpostavlja, da se unutrašnjost Zemlje sastoji od masa raznih gustoća raspoređenih dosta nepravilno. Ta nejednolikost mora da otklanja smjerove viska od smjerova normala na matematski pravilnu plohu, elipsoid. Ovome otklonu pridonose i vidljive, različito smještene mase Zemljine površine (planine, bregovi, doline i sl.).

Kako ploha koja određuje oblik Zemlje u svakoj svojoj točki mora biti okomita na smjer sile teže, na smjer viska, slijedi da mora biti nepravilna.

Da dokaže tu nepravilnost oblika Bošković poduzima mjerenje luka meridijana. Zato je namjeravao najprije da odredi dužinu 1° u Braziliji, da je uporedi sa izmjerenom već dužinom od 1° u Peruu tj. na približno istoj geografskoj širini. No i srednji stupanj u papinskoj državi mogao bi se uspoređivati sa krajnjim stupnjem izmjerenim u južnoj Francuskoj.

Sam Bošković u početku I knjige, a i u početku iznijetog rada govori odakle je potekla osnova tog putovanja. »Već odavno u meni se duboko bilo usadilo nagađanje o nepravilnosti, koju bi u Zemljin oblik mogao unijeti nejednak splet njezinih djelova. Ako je takova nejednakost golema i ako se nalazi čak u djelovima veoma udaljenim od Zemljine površine, isto će tako golema morati biti i ta nepravilnost. Ako je pak nejednakost neznatna i u blizini površine, kao što su sama brda i doline, prouzrokovat će u obliku neznatnu neravnost, ali će pobrkati sav postupak kojim se za određivanje oblika uzimaju stupnjevi.« (str. 23). Što onda, ako je nepravilnost Zemljina oblika tolika, a to je slobodno naslućivati na temelju onoga što je prije kazano, da su i sami meridijani nejednaki i da se paralele ne podudaraju s kružnicama? Kad bih se prihvatio istraživanja upravo toga, zar ne bih u tom problemu, koji je u naše vrijeme tako opće poznat, započeo neku novu vrstu ispitivanja? Takvo se pak istraživanje ne može sigurno izvesti ni na koji drugi način, nego ako se točno odrede dva meridijanska stupnja, ali u istoj širini... Stoga sam želio, da mi se pruži prilika, da bih mogao mjeriti meridijanski stupanj negdje na onoj geografskoj širini na kojoj je drugi koji meridijanski stupanj već dovoljno točno određen na različitoj dužini.« (str. 27 i 29).

Ta mu se prilika pružila, pa je tako Bošković, izvršivši ovaj rad, započeo kako je i naslućivao, novu vrstu ispitivanja, koja su tek u najnovije vrijeme dobila svoj puni zamah, a za koje sam Bošković kaže, »da takovo istraživanje moramo smatrati ne samo nipošto dovršenim, nego jedva i započetim i pokušanim«.

Smatramo da je u Boškovićevu radu upravo ova ideja po svom značenju najinteresantnija, i da je tu njegov pronicljiv duh najdublje dopro. Danas znamo, da je sve to potpuno točno, i da se u tom smislu u najnovije vrijeme vrše ispitivanja oblika Zemlje. Boškovićev geodetski rad su proučavali neki strani autori. Pisali su o njegovim, manje važnim postavkama, instrumentima, ali najbitnije i najvažnije nije nitko istakao.

Tek godine 1873. je općenito usvojeno, da je elipsoid najbolje približenje stvarnom obliku Zemlje, koji je veoma nepravilan i koji je na predlog Götingenskog fizičara Listinga nazvan geoid.

No i sami rezultati Boškovićevih mjerenja i računanja potvrđuju ove njegove ideje. Bošković je dobio za dužinu jednog stupnja meridijana, koji odgovara srednjoj geografskoj širini 42⁰59′ dužinu 56,979 toaza. Desetak godina prije Boškovića je Jacques Cassini s De la Caille-om mjerio luk meridijana u južnoj Francuskoj i za dužinu jednog stupnja meridijana, koja odgovara srednjoj geografskoj širini od 43⁰ 31′, dobio veličinu 57.048 toaza. Dakle, Boškovićev luk bio je manji za 69 toaza od Cassinijevog a s obzirom na razliku geografske širine (svega 32′) trebao bi biti manji samo za 8 toaza, tj. dokazao je postojanje razlike od 61 toaza (cca 119 met.).

O obliku Zemlje raspravlja Bošković u V knjizi, koja je po obimu najveća (nešto manja od 1/3 cijelog djela). Čitalac će i u ovom skraćenom Boškovićevom radu naći mnoštvo krasnih, a za ono vrijeme smionih ideja, izvoda i zaključaka. Ovdje ćemo naročito istaći njegovu ideju o kompenzaciji masa, jer je smatram najznačajnijom.

Bouguer, kao član francuske ekspedicije u Peru-u, pri određivanju dužine luka meridijana pronašao je otklon smjera sile teže, niti viska, veličine 7 sekundi. Međutim, zbog ogromnih masa brda planine Anda u neposrednoj blizini mjerenja taj otklon bi morao biti nekoliko puta veći.

Na osnovu toga Bošković zaključuje: »Brda, ja mislim, možemo u glavnome rastumačiti kao posljedicu termičke ekspanzije masa dubine, pri čemu su slojevi stijena bliži površini izdignuti. To izdizanje ne znači nikakav pritok ili dodatak masa u dubini. Šupljine u samim brdima kompenziraju masu koja ih pokriva« (De litteraria expeditione str. 475, Voyage str. 463).

Sto godina kasnije su engleski naučenjaci, arhiđakon J. H. Pratt, a posebno astronom G. B. Airy, naišavši na sličnu pojavu prilikom izmjere gradusnog lanca u Indiji, tj. da masiv Himalaje ne otklanja ni izdaleka toliko visak, koliko bi po svojoj veličini trebao, došli do sličnog zaključka i postavili temelje svojim teorijama izostazije. Te teorije izostazije su danas baza za vršenje redukcije izmjerenih intenziteta sile teže u cilju dobivanja geoida.

Ovu Boškovićevu ideju zapazili su W. A. Heiskanen i F. A. Vening Meinesz, te ju citiraju u svojoj knjizi The Earth and its Gravity Field, New York, Toronto, London, 1958, i dodaju: »Ovaj citat je vrijedan da bude zabilježen, jer je ovdje riječ kompenzira po prvi put upotrebljena, te jer se Bošković veoma približuje Prattovoj kasnijoj hipotezi o izostaziji«. (The Earth str. 126).

Na prednju Boškovićevu misao nadovezuje se druga, koju je prvi zapazio poznati talijanski geodet Pizzeti koji kaže: »Prvi koji je naslućivao, da će na otklone vertikala prije utjecati izduženi kontinenti ili mora, nego li pojedina brda i da zbog toga mogu imati sistematski karatker bio je R. G. Bošković«, Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften VI. 139.

Već je i sama zamisao mjerenja meridijanskog luka smiona. Bez ikakvih iskustava u mjerenjima i tehnici mjerenja uopće, bez pomoći sa strane, odlučio se da izvede ta mjerenja, a i da prethodno izradi dovoljno točne mjerne instrumente. Nijedan izvršeni rad ove vrsti nije tako u potpunosti rad jednog čovjeka kao ovaj. Počevši od same ideje, o kojoj je već bilo govora, pa dalje projekat baze i trokutnog lanca, izbor točaka lanca, izbor točaka za astronomska mjerenja, konstrukcija pribora za mjerenje dužine bazisa (osnovice), konstrukcija zenitskog sektora za astronomska opažanja, konstrukcije kvadranta za mjerenje kutova u triangulaciji, sve je to Boškovićevo djelo. Sama mjerenja i računanja izvršio je uz pomoć Mairea.

Za izvršenje mjerenja dao je Bošković u radionici Rimskog kolegija izraditi potrebne mjerne instrumente prema vlastitim nacrtima i konstrukcijama. Boškovićev pribor za mjerenje dužine je potpuno originalan. Što se tiče sektora i kvadranta možemo reći, da je Bošković bio upoznat s konstrukcijom takvih instrumenata, koje su upotrebljavali Francuzi. No Bošković je izvršio temeljitu rekonstrukciju sektora, čime je poboljšao njegove osobine u pogledu prikladnosti mjerenja i točnosti. Neke novitete je pridao i kvandrantu. U Boškovićevu radu nalazi se i skraćen opis sprava za mjerenje dužina, opis sektora, također ističe novitete, koje je u te instrumente unio. Kvadrant tu ne opisuje, nego samo posebnu napravu, neku vrstu mikrometra, kojeg je pridao kvadrantu radi povećanja točnosti. U četvrtoj knjizi potpunog djela to Bošković detaljno opisuje i s ponosom ističe pojedine detalje, kako mu je dobro uspjela ova ili ona konstrukcija.

6

U tom tako reći početku razvoja geodetskih instrumenata Boškovićev prilog bio je znatan, pa to moramo ovdje istaći i posebno ukratko opisati.

Za mjerenje dužine bazisa dao je po svom nacrtu napraviti 3 letve od komada starog jarbola dugačke 27 rimskih pedalja. Te je letve razdijelio na 9 pedalja, pa je na kraj svakog tog dijela dao umetnuti mjedenu pločicu sa sitnom rupicom. To mu je služilo da je mogao, prema potrebi, i za vreme rada ispitivati dužinu letve pomoću posebnog mjerila, koje je bilo dugačko 9 rimskih pedalja. To posebno mjerilo bilo je od željeza, a za veličinu njegova iztezanja uslijed temperature uzimao je koeficient istezanja, što ga je za željezo ispitivanjem dobio La Condamine. Tim mjerilom vršio je komparaciju radnih mjera, a čuvao ga je u sjeni i od oštećenja u drvenoj kutiji zajedno s Reamurovim termometrom. Komparacije radnih mjera za vrijeme mjerenja bazisa vršile su se često, a naročito prilikom mjerenja Riminske baze, da bi se izbjegla pogreška u promjeni dužine zbog vlage (radne letve bile su drvene), budući da je za cijelo vrijeme rada bilo kišno. S druge strane, kišno vrijeme je uzrokovalo ujednačenost temperature za vrijeme mjerenja, a to je svakako išlo u prilog točnosti. Imajući koeficijent istezanja za željezo, određivao je najprije pravu dužinu željeznog mjerila u momentu komparacije, pa zatim dužinu letve za vrijeme mjerenja. Mesingane pločice, koje su označavale dužinu radne mjere, bile su smještene malo podalje od krajeva drvene letve. Pri mjerenju letve su se postavljale u smjer mjerenja na posebne drvene tronošce, čije su se glave posebnim klinovima dale dotjerati u horizontalni položaj. Manji nagibi mjerili su se libelom te računale redukcije. Letve su se prema tome mogle postavljati i postavljale su se tako, da jedna drugu ne dodiruju. Razmak između točkica zadnje i prednje letve mjerio se željeznim šestarom, a otvor šestara očitao se na transverzalnom mjerilu.

Kod ovog bazisnog aparata i pribora moramo uočiti i istaknuti veliku novost, a kao posljedicu toga i napredak u pogledu točnosti mjerenja. Svi dotadanji bazisni aparati, a i mnogi kasniji, bili su kontaktni. Krajevima letve bila je određena dužina letve. Takve su se letve morale postavljati da jedna dotiče drugu, pa je pri kontaktu, ma kako se pomno on vršio, moglo

doći a i dolazilo je, makar za oko i neprimjetno, do poremećaja položaja letava prije postavljenih, što je svakako imalo uticaja na točnost mjerenja dužine. Bošković je svojom konstrukcijom uklonio taj nedostatak.

Mjerne letve i način mjerenja kad dvije uzastopne letve nisu u istom horizontu prikazane su na Pl. III. sl. 17.

Da bi mogao rezultate svojih mjerenja uspoređivati s već izvršenim francuskim mjerenjima, obratio se Bošković tajniku francuske akademije De Mairanu, a ovaj mu je poslao u Rim toaz, željeznu motku razdijeljenu na stope, palce i dijelove palca, pa je tako mogao rimske korake i pedlje sravnjivanjem pretvoriti u toaze i stope. Veličinu toaza, podjelu na stope i palce urezao je u tu željeznu motku Langlois i pomoću lupe posebno ispitao. To je onaj isti, koji je ranije izradio peruanski i laplandski toaz. (Akad. Dr. Željko Marković rekao nam je, da mu je pri nedavnom njegovom boravku u Parizu u Conservatoire des Arts et Metiers pokazan toaz, koji se tamo čuva i uz koji piše da je to toaz koji je služio Boškoviću. Nije točno poznato, kako su Francuzi došli do toga toaza, jer se ostali Boškovićevi instrumenti čuvaju u Rimu). Taj je toaz sravnjen s polutoazom nakon izvršenog mjerenja iste godine, kad je i pisan prednji rad, a kojeg je u tu svrhu sobom donio u Rim La Condamine. Prilikom sravnjivanja, kako kaže Bošković »nije se pronašla nikakva zamjetljiva razlika, a bilo je moguće potpuno jasno uočiti i dvadeseti čak i mnogo manji dio crte«.

Mairan je dao za sebe izraditi toaz kad su se izrađivali peruanski i laplandski i čuvao ga je kao njihovu kopiju. Prema Mairanovom toazu izrađen je onaj koji je poslat Boškoviću. Kad se 1756, sravnjivao Mairanov toaz s peruanskim, pronađeno je da je Mairanov toaz za $\frac{8}{75}$ linije (cca 1 desetina) kraći od peruanskog. Brigu za komparacijom prije i poslije mjerenja naročito ističemo, jer je to i danas bitan uvjet, ako se želi postići maksimalna točnost u pravim jedinicama mjere.

Općenito možemo primijetiti da je kod konstrukcije bazisnih aparata, metoda mjerenja i komparacije mjera postignut znatan napredak prema dotadanjim aparatima i radu.

Na kraju Westhpalove rasprave, iz koje je kako smo spomenuli jedan izvadak prenio Dvořak, nalazi se slijedeće: »Ako se sada obazremo na koncu na polje što smo ga proputovali, to opažamo u cijelom vremenu počam od Snellija do sredine prošlog stoljeća samo neznatni napredak u aparatih i metodah mjerenja osnove. Zatim smo vidjeli, da su preduzeli Bošković, Beccaria, Oriani i drugi znatne popravke na aparatih i važne promjene u metodah«.

Za astronomska posmatranja dao je Bošković izraditi sektor. Samu izradu izvršio je u fino mehaničkoj radionici Rimskog kolegija svećenik Rufo, umjetnik u takvim radovima. No kako ni sam Rufo nije nikad vidio takvog instrumenta, morao je Bošković često prisustvovati njegovoj izradi. Tom svom aparatu pridaje veliko značenje, jer je kod konstrukcije unio mnogo svojih originalnih detalja, koji su mu konačno omogućili postizavanje visoke točnosti, pa ga preporučuje svima koji moraju vršiti takva astronomska mjerenja. Bošković ga ovdje opisuje na nekoliko stranica, dok u cjelokupnom djelu na čitavih osamdeset. Mi ćemo ovdje nastojati današnjim jezikom rastumačiti taj instrument u najkraćim crtama, a koristit ćemo za to Boškovićeve originalne crteže.

Svi crteži prikazani na Pl. II. odnose se na taj sektor. Sl. 1 prikazuje sektor u potpunosti, dok ostale slike prikazuju pojedine detalje ili neku funkciju pojedinih djelova. Sl. 1 moramo ispravno zamisliti tako, da je durbin *H* — *H'* čvrsto povezan sa željeznom motkom *B C D M*, ali iza ravnine crteža, nadalje, da je poprečna motka *F F'* u visini pomoćne konsole *G G'*. Instrument je u tom položaju u ravnini meridijana. Glavni dio sektora je motka posebno prikazana na sl. 3 dužine 9 stopa, u obliku okrenutog slova *T*. Motka je obješena pomoću horizontalnog klina u *B* na vertikalnu dobro istokarenu osovinu koja je vertikalno smještena u *A'* na glavnom nosaču, konzoli *A A'*, tako da se intrument dade lako kretati oko horizontalne osi u *B* (mijenjanje nagiba aparata u ravnini meridijana) i oko vertikalne osi u *A'* (okretanje instrumenta u drugi položaj — limb *E E'* je jednom okrenut prema istoku, a drugi put prema zapadu). Motka *B D M* širine 2 palca je na donjem kraju pod pravim kutom proširena u *E E'* na 14 palaca, visine 3 palca. Dio *E E'* prestavlja limb, a prikazan je detaljnije na sl. 4 (prednja strana s podjelom) i sl. 5 (stražnja strana prikazuje funkcioniranja mikrometra). Podjela je nanešena na posebnoj pločici širine 1 palac, a sastoji se od nekoliko horizontalnih i vertikalnih crta. Vertikalne crte su na udaljenosti po 1 palac, a svaki je palac razdijeljen na 6 dijelova i označen točkicom na

srednjoj horizontalnoj liniji. Korisna dužina limba je 1 stopa (dovoljno da se izmjere mali zenitni kutevi) = 12 palaca = 72 duplih linija (1 stopa = 144 linije). Manje dijelove mjeri na mikrometru prikazanom sa *E* na sl. 4, čija se podjela vidi na sl. 7. Od sredine srednje horizontalne linije (linija podjela) limba nanesena je stopa po stopa na unaprijed smještene pločice *d, d' D' D*, do *C*, sl. 1, a veličina je stope uzeta sa limba (da ne bi bilo pogreške na mjerilu). U *C* je smješteno okućje, koje je posebno prikazano na sl. 8, 9 i 10. Dužina od 9 stopa pada u tačku *R*, gdje se onda smješta tanka igla na koju se objesi visak *R Q*. Prema tome centar sektora je u *C* točka *R*. Da se sektor ne klati pričvršćuje se o konsolu *G G'* (sl. 1) pomoću poprečne motke *F F'* smještene na vertikalnoj motki *B M*, o koju upiru vijci, a kao protupera služe dvije tanke žice *F K L*, *F' K' L'* s utezima prebačenim preko motke *G G'*. Na motki *G G'* ima više rupa za te vijke, da se može sektoru dati povoljan nagib. Pomoću vijaka može se u određenom momentu dotjerati nagib sektora, da zvijezda prolazom kroz meridijan prođe kroz sjecište konaca u durbinu.

Na sl. 11 vidi se okučje objektiva pričvršćeno uz gvozdenu motku *f g i h*, a označena je i tačka *R*, centar sektora. Središte okućja je tačka *a*, oko koje se može zakretati gornji dio okućja. Centar objektiva je u sredini okućja tj. u tački *b*, pa tom tačkom prolazi os durbina. Da bi se os durbina namjestila paralelno sa ravninom sektora, zakreće se gornji dio okućja, kako to prikazuje sl. 12. Na donjem kraju durbina u *H'* (sl. 1, da bi kraj durbina bio na slici vidljiv, nacrtan je iznad limba, međutim on se ravna s donjim rubom limba *E E'*) nalazi se okular sa nekoliko okularnih bakrenih cijevi. U jednoj je smješten nitni križ, niti su od srebra. Uvlačeći i izvlačeći ovaj dio uklanja se paralaksa, a okretanjem oko osi dovodi se jedna nit u ravninu meridijana. Slike 13, 14 i 15 prikazuju dijelove okulara. Izrezi služe za osvjetljenje. Na limbu čitat će se vrijednosti koje odgovaraju tangensu kuta. Čitanje se vrši do niti viskovog konca. Umjesto procjene dijelova podjele koristi se mikrometar *E* na limbu, kojim se pokreće pločica s podjelom, dok najbližu crtu podjele ne pokrije viskov konac, a dodatno očitanje se vrši na bubnju koji je posebno prikazan na sl. 7. Konstrukcioni detalji toga pomicanja prikazani su na sl. 5 i 6. Sl. 16 prikazuje poprečni presjek sektora u visini konzole *G G'*.

Bošković ispituje točnost mikrometrijskog vijka, eventualni ekscentricitet vijka. Vijkom ispituje veličinu pojedinih razmaka crtica podjele limba. Da ne bi došlo do savijanja durbina i porešaka koje iz toga proizlaze, durbin je na mnogo mjesta sponama *S* privezan za gvozdenu motku.

Ovaj instrument je već davno zastario. No u svoje vrijeme to je bio najbolji i najtočniji instrument za ovu vrst geodetsko-astronomskih radova. Uočavamo jednostavnost ideje. Mnogi naoko komplicirani dijelovi dodani su da se otklone razni izvori pogrešaka. Bošković je na sve mislio pri njegovoj izradi. Najveća zasluga Boškovićeva na tom instrumentu jest što je omogućio i uveo mjerenje u dva položaja durbina. Taj se način u geodetskoj i astronomskoj praksi tu prvi put pojavljuje, a time je uklonjen najosjetljiviji uzrok pogrešaka.

Za mjerenje kutova u triangulaciji služio mu je kvadrant. Kvadrant je također izrađen u radionici Rimskog kolegija, a izradio ga je isti umjetnik-majstor M. Rufo.

Kvadrant je izrađen po uzoru na postojeće kvadrante kakvih je bilo već u to vrijeme u Italiji, poboljšana je samo preciznost izrade pojedinih dijelova instrumenta. No i ovdje je Bošković uveo jednu svoju originalnu napravu, na koju ćemo se navratiti kasnije. Kvadrant je prikazan na originalnim Boškovićevim crtežima na Pl. III. Tu u potpunosti prikazuje kvadrant sl. 1, a na sl. 2, 3, 4, 5, 6, 7 i 8 prikazani su njegovi pojedini dijelovi i detalji. Na sl. 5 je sam kvadrant bolje vidljiv. Jedan durbin *N L* je nepokretan, čvrst, drugi durbin *D C E* je vezan na metalnoj polužі i pokreće se zajedno s njom oko centralne tačke *C*. Okulari se mogu premještati prema potrebi na protivnu stranu durbina. Kad se kvadrant postavi u ravninu kuta kog treba izmjeriti, nepokretni durbin uperi se na prvu tačku, a pokretnim se navizira druga tačka. Nakon naviziranja podigne se dio pokretnog durbina koji prekriva limb, kako to pokazuje sl. 6, tako da u svrhu očitanja ostane slobodan pogled na limb (sl. 7).

Podjelu limba i čitanje prikazuje sl. 3. Slike 9 do 16, koje su mogle u ovom prikazu biti izostavljene, odnose se na ispitivanje raznih uzroka pogrešaka.

I ovaj tip instrumenta je već davno zastario, te nećemo čitaoca umarati opisivanjem daljnjih pojedinosti, koje se mogu naći u II glavi IV knjige djela La litteraria expeditione,

odnosno Voyage-a. Tamo to Bošković detaljno opisuje na čitavih 100 stranica.

Teško je bilo u ono vrijeme izraditi jedan ovakav instrument. To su rukotvorine. Ideje u konstrukciji i obrade pojedinih dijelova prava su umjetnost, pa se to tada i cijenilo kao umjetnost (ars), a pojedince koji su se time bavili nazivali su umjetnicima (artistima), koji naziv u potpunosti zaslužuju.

Upozorit ćemo, da je veliku poteškoću zadavalo određivanje kuta od 90^0 na kvadrantu. No i nakon toga određivanja, ispitivanjem su ustanovili da se 90^0 na kvadrantu razlikuje od pravog kuta za 25″, što na veličini kuta od 18^0 iznosi 5″. Da bi otklonili tu neispravnost sistematskog karaktera, odbijali su od veličine izmjerenog kuta vrijednost pogreške proporcionalno veličini kuta.

Kod kvadranta upozorit ćemo na jednu dodatnu napravu, koja je originalna. Da bi mogao ispitivati točnost izvršene podjele na limbu kvadranta, Bošković je dodao dvije staklene pločice *p m* i *n q* sl. 5 sa indeksima za očitanje limba. Te su staklene pločice čvrsto povezane s pokretnom alhidadom, te indeksi daju konstantan razmak, odnosno konstantnu kutnu vrijednost. Indeksi *p* i *q* smešteni su približno na kutnu vrijednost od 45^0. Tom napravom u dva mjerenja (po 45^0) ispitao je vrijednost kvadranta, odnosno tog konstantnog kuta, zatim je po toj vrijednosti ispitivao točnost podjele limba kroz svakih 30^0, pa zatim kroz svakih 5^0, pa je konačno ispitivao svaki stupanj.

Kod svih tih instrumenata odnosno njihovih konstrukcija Boškoviću su stalno pred očima eventualni uzroci pogrešaka. Traži način, da te uzroke ukloni koliko je moguće samom konstrukcijom, pa metodom mjerenja. No Bošković je svijestan, da time nisu svi uzroci pogrešaka uklonjeni, ostat će još mnogi, od kojih će svaki teretiti mjerenje svojom pogreškom. Mnoge takve pogreške Bošković posebno ispituje i uzima u obzir prilikom obrade mjerenja, a preostale nastoji ukloniti izjednačenjem izmjerenih veličina.

7

Osnova gradusnog mjerenja sastojala se je u slijedećem: Sa dvije točke, jedne u Rimu, druge u Riminiju mjerene su zenitne udaljenosti (kutovi od mjesta zenita stajališne točke do zvijezde) u momentu prolaza zvijezde kroz ravninu meridijana stajališne točke. Ako je poznat položaj zvijezde u momentu opažanja, možemo lako dobiti geografsku širinu mjesta opažanja. Razlika zenitnih udaljenosti neke zvijezde, svedena na isti moment opažanja dat će razliku geografskih širina tih dvaju mjesta opažanja u kojoj će biti uklonjena eventualna netočnost određivanja geografskih širina tih mjesta.

Rim i Rimini nalaze se približno na istom meridijanu. Astronomska mjerenja u Rimu izvršena su sa određenog za to mjesta u Rimskom kolegiju a u Riminiju iz kuće Frančeska Garampija. Da bi dobili dužinu između te dvije točke, projektiran je trokutni lanac, sa dvije direktno mjerene baze, na krajevima lanca. (Pl. I./sl. 2). Za početnu točku lanca uzeta je kupola crkve Sv. Petra, pa su na meridijan iste projecirane sve točke lanca, pa tako i krajna točka kod ušća Ause. Tako se dobila dužina po meridijanu Sv. Petar—ušće Ause. Posebnim je mjerenjima utvrđeno kolika je razlika u širini i duljini kupole Sv. Petra i Rimskog kolegija, te točke na ušću Ause i kuće F. Garampija, pa se tako mogla dobiti dužina po meridijanu između obje astronomske točke.

Da bi se dobila veća točnost u određivanju razlike geografskih širina posmatrane su dvije zvijezde sa svake astronomske točke: α Labuda i μ Velikog Medvjeda. Na obje zvijezde mjerene su zenitne daljine u Rimu ožujka, pa u Riminiju travnja i svibnja, pa ponovo u Rimu prosinca 1752. Sva su opažanja reducirana na dan 4. III. 1752.

Bošković u ovom izvještaju daje dvije tablice definitivnih rezultata mjerenja iz kojih izlazi kao definitivno razlika geografskih širina rimske i riminske točke astronomskih opažanja 2°9′47″0. Visinu pola, geografsku širinu Rimskog kolegija odredio je Maire opažajući zvijezdu β Vozača (Aurigae) sa veličinom 41°53′55″ (Voy. str. 147).

Pošto će kupola crkve Sv. Petra biti početna točka i znajući koliko se ona nalazi sjevernije i zapadnije od Rimskog kolegija, posrednim putem sračunava visinu pola kupole Sv. Petra i dobiva 41°54′7″. Početni azimut mjeri sa zgrade Rimskog kolegija na točku M. Soriano, te ga reducira na kupolu Sv. Petra i dobiva azimut Sv. Petar—M. Soriano 339°54′56″ (Voy. str. 145). Ostale azimute, uzimajući u obzir i konvergenciju meridijana, dobiva geodetskim putem iz kutova triangulacije u trokutnom lancu. Takvim prenosom pomoću kutova u trokutnom lancu dobiva konačno i krajnji azimut sa točke Ause na M. Luro veličinom 137°59′32″. Azimut određen astronomski sa zgrade F. Garampije na M. Luro pa reduciran na ušće Ause—M. Luro iznosi 137°58′4″ (Voy. str. 147). Dobiva se dakle razlika 1′28″, što se svakako mora pripisati pogreškama kutova triangulacije.

Za sračunavanje gradusnog lanca izmjerene su dvije baze: jedna kod Rima na Apijevoj cesti, a druga kod Riminija na obali, od ušća Ause prema istoku. Krajevi riminske baze bili su obilježeni jakim kolcima zabijenim duboko u zemlju. Prilikom topografskog premjera 1808. pronašao ih je potpukovnik Mognet kao dobro sačuvane, te ih je nadoknadio s kamenim piramidama, (podatak iz citirane Westphalove rasprave, kako prenosi u ranije spomenutom djelu Dvořak). Jedan kraj rimske baze bio je kod poznate grobnice Cecilije Metele. Kasniji ispitivači uzimaju — sredinu natpisa na toj grobnici (što Bošković ne spominje). Tako je donekle sačuvan taj kraj. Drugi kraj baze bio je na mjestu zvanom Frattochie i nije kasnije pronađen.

Riminska baza imala je u sredini prelom (Pl. I. sl. 1), pak su tu u svrhu redukcije na pravac *A C* izmjereni kutovi u *A* i u *C*.

Izmjerena veličina rimske baze iznosila je 8.034,67 koraka (1 korak je 5 rimskih stopa = $6\frac{2}{3}$ pedlja = 1,489 metra), pretvoreno u toaze 6.139,66 toaza (11.966.420 met.).

Kod riminske baze mjeren je zasebno dio *A B* i dio *B C*. Kako je izmjeren kut *C A B* = 4°10′45″ i *A C B* = 4°57′0″, a izmjerene dužine *A B* i *B C*

AB = 28.645,8 pedlja, AD = 28.569,6 pedlja
BC = 24.194,8 » DC = 24.104,7 » to je

rektificirana dužina riminske baze AC = 52.674,3 pedlja odnosno 7.901,14 koraka, pretvoreno u toaze 6,037,62 toaza (11,767,540 m). Riminska baza mjerena je po mnogo ravnijem terenu nego rimska, a i pri postojanijoj temperaturi, izmjerena je dva puta, pa je uzeta kao osnova za izračunavanje gradusnog lanca. Prvo i drugo mjerenje riminske baze razlikovalo se za palac i pol (cca 4 cm), što daje relativnu pogrešku $\frac{1}{300\,000}$.

Danas bi se mogli začuditi, što je Bošković primijenio tako dugačke bazise (cca 12 km). U 19 stoljeću pod utjecajem njemačke škole postavljali su se kratki bazisi. U Njemačkoj su oni iznosili 2—3 km., u bivšoj Austrougarskoj 2—5 km. No kako točnost indirektnog određivanja dužina (posredstvom mjerenja kutova) nadovezajućih strana naglo opada, to se u novije vrijeme postavljaju sve duži bazisi (8—10 km). No zasluga da je Bošković već tada postavio pravilno tako dugačke bazise pripada Francuzima, te je vjerojatno Bošković znao dužine njihovih bazisa.

Francuzi su kod peruanskih mjerenja imali dvije baze, koje su mjerili 2 puta: Yarouqui, 12 km duga, razlika dvaju mjerenja bila je 3 cola (8,1 cm.), Tarqui, 10 km duga, razlika dvaju mjerenja 3,6 cola (9,7 cm). Laplandski bazis mjeren 1736, 14 km dug, razlika dvaju mjerenja iznosila je 4 cola (10,4 cm). Te su baze, kako izlazi omjerom razlike i dužine, izmjerene s točnošću

$$\frac{1}{100\,000} \text{ do } \frac{1}{150\,000}.$$

Boškovićeva riminska baza izmjerena je, kako napred izlazi, dvostruko točnije.

Stručnjaci će moći shvatiti, kolika je promjena potrebna u poboljšanju konstrukcije aparata da se pri najpažljivijem radu dobije dvostruko veća točnost.

Gradusni lanac prikazan je na Pl. I. sl. 2. Po svom obliku, obliku trokutova, veličini strana trokutova odgovara potpuno današnjem stanju nauke i po tome može poslužiti kao primjer.

Najkraća strana triangulacije iznosila je 22.790 met. a najduža 68.276 met. Na ukupnoj dužini lanca od cca 240 km postavio je svega 11 trokutova. Napominjem ovdje, da su Francuzi kod peruanskih mjerenja na dužini od cca 330 km imali 43 trokuta, tj. strane trokuta bile su im cca 3 put kraće od Boškovićevih, tj. približno jednake dužinama mjerenih baza. Kako dužina strana, kao i broj trokuta triangulacije, pored same točnosti mjerenja kutova, utiče na točnost indirektnog određivanja dužina, to se danas smatra za optimum, da dužine strana budu upravo nekako u tim granicama, kakve je imao i Bošković.

Mnogi su ispitivali točnost Boškovićevih mjerenja i donosili potpuno oprečne sudove. Prema nekim autorima ta su mjerenja dobra, dok se drugi u mnogome s njima ne slažu. Te kritike iznosi Varićak u već spomenutom djelu, pa ih mi ovdje nećemo iznositi. Najčešće su se te kritike odnosile na veličinu dužine rimske baze. — Tu ćemo spomenuti samo ispitivanja i kritike francuskih geografa prilikom mjerenja za rekonstrukciju rimske baze (1809—1810.), zatim astronoma Zacha (1808—1819), Inghiramija (1819), Ricchenbacha (1846), Secchija (1858), Marienija (1846). Prema nekim ispitivanjima dužina rimske baze, kako je daje Bošković, bila bi pogreška čak za 10 m. Na sve to mogli bismo odgovoriti jednostavno konstatacijom, da krajeve rimske baze nisu još pronašli ni francuski geografi, koji su prvi obnavljali i kritikovali točnost Boškovićevih mjerenja. Prema tome otpada svaka kritika i sud izveden na taj način. Osim toga mi geodeti naviknuli smo na loše sudove kasnijih autora, koji se u svojim mjerenjima oslanjaju na rezultate ranijih mjerenja. Kako smo spomenuli, još nakon 50 godina Francuzi nisu našli točan položaj krajnjih tačaka rimske baze, ali su ipak odredili neke tačke, gdje su smatrali da su bili krajevi baza i verificirali tako rekonstruiranu bazu. Sigurno je, da se nakon 50 i 100 godina nisu mogli tačno utvrditi ni položaji trigonometrijskih tačaka, jer se to i danas redovno događa uza sve to, što koristeći se iskustvom, stabiliziramo i učvršćujemo takve tačke mnogo bolje. Prema tome na sudove točnosti tako rekonstruiranih mjerenja ne bismo se smjeli obazirati. Za takvu kritiku bilo bi potrebno da imamo i Boškovićeva originalna mjerenja kao i računanja, kojih u knjizi nema, jer bi to nepotrebno opterećivalo knjigu. Takvi se originalni podaci posebno arhiviraju. Mogu se ispravno tretirati samo pojedinačna rezultati kako ih Bošković daje, kao i konačni rezultati za koje danas imamo najtočnije veličine.

Kod astronomskih mjerenja trebalo je najtočnije odrediti razliku geografskih širina. Tu možemo reći, u prvom redu, da je metoda određivanja najpravilnije odabrana. Nadalje, sama mjerenja izvršena su za ono vrijeme nevjerojatno visokom točnošću. Ovo svakako zahvaljujući u prvom redu konstrukciji i točnosti izrade sektora, metodi mjerenja u svrhu izbjegavanja različitih uzroka pogrešaha, dobrom posmatranju i pažljivosti u radu.

Da bismo dobili uvid u točnost tih mjerenja, iznosimo ovdje rezultate pojedinačnih mjerenja izvršenih u Rimskom kolegiju na zvijezdu α Labuda ožujka 1752, sve reducirane na datum 4 ožujka 1752. (Voyage str. 150) Formiranjem aritmetske sredine, dobit ćemo konačnu vrijednost rezultata, a odstupanja od te sredine dat će nam ocjenu točnosti pojedinačnih mjerenja. Za ocjenu točnosti primjenit ćemo teoriju najmanjih kvadrata.

	datum	mjerenja	odstupanje od sredine
	4. III	2^0 30′ 17,5″	—0.1″
	5. III	2^0 30′ 17,6″	0.0″
	6. III	2^0 30′ 18,5″	+ 0.9″
	7. III	2^0 30′ 17,0″	—0.6″
	14. III	2^0 30′ 16,7″	—0.9″
	15. III	2^0 30′ 18,1″	+ 0.5″
Sredina		2^0 30′ 17,6″	—0.2″

Suma kvadrata pogrešaka mjerenja iznosi 2,24, pa je srednja pogreška pojedinog mjerenja

$$m = \sqrt{\frac{2,24}{5}} = 0,67'' = 0,7''$$

a srednja pogreška aritmetike sredine, rezultata

$$M = \frac{0,67}{\sqrt{6}} = 0,27'' = 0,3''$$

To su za ono vrijeme vjerojatno najtočnija mjerenja te vrsti.

Geografska dužina početne točke, prema podacima kasnijih mjerenja, određena je dosta netočno, za po nekoliko minuta. Isto tako prema kasnijim mjerenjima izgleda da je i početni azimut bio određen s pogreškom od cca 1′. Uzrok netočnosti ovih dvaju astronomskih podataka je u tome, što u Boškovićevo doba još nije bilo dobrih satova potrebnih za točnije određivanja tih veličina. Uslijed pogrešne geografske dužine svi podaci trigonometrijskih točaka razlikuju se od pravih, za isti iznos, a karta papinske države je od pravog položaja samo pomaknuta u smjeru istok—zapad. Uslijed pogreške u azimutu,

sve će tačke biti zarotirane oko početne. Međutim, pogreška u geografskoj dužini nema nikakvog utjecaja na glavni Boškovićev zadatak-određivanje luka meridijana, a praktički nema nikakvog utjecaja niti pogreška u azimutu — orijentaciji. Pogreška u azimutu od 1′ utjecat će na izmjerenu dužinu luka meridijana od cca 250 km s iznosom od cca 1 cm, dakle veličinom o kojoj nije trebalo voditi računa.

Prigovara se i to da rimska baza nije bila reducirana na nivo mora. U stvari rimska baza služila je samo kao kontrola, a uz to napominjem, da bi ta redukcija bila vrlo mala veličina. Da bih dobio redukciju rimske baze na nivo mora ocijenio sam da je njen položaj na visini cca 90 m nad morem. Redukcija na nivo plohu iznosila bi

$$\Delta l = -\frac{l\,h}{R} = \frac{12.000 \times 90}{6,370.000} - 0,17\ \text{m}.$$

koju veličinu, očito prema daljnjem, nije trebao uzimati u obzir.

Baza na koju se sva računanja odnose bila je riminska. Ovu je Bošković mjerio dva puta, i kako smo spomenuli razlika prvog i drugog mjerenja iznosila je palac i pol (cca 4 cm) što daje relativnu pogrešku $\frac{1}{300.000}$ · Riminska baza bila je uz morsku obalu, na neznatnoj visini nad morem, te je nije trebalo reducirati na nivo mora. Sračunavajući postepeno stranice trokutova počevši od riminske baze sračunata je konačno u zadnjem trokutu i stranica rimske baze, pa je za nju računskim putem dobivena veličina 8.033,4 koraka. Direktno izmjerena rimska baza iznosila je 8.034,67 koraka. Pokazala se dakle razlika od 1,27 koraka tj. 189 cm, a u odnosu na mjerenu dužinu

$$\frac{189\ \text{cm}}{12\ \text{km}} = \frac{1}{6.300}\ \text{ili}$$

16 cm na kilometar. Smatram da je ovo slaganje (razlika) u Boškovićevo vrijeme bilo iznad očekivane točnosti.

Za usporedbu iznosim slične rezultate peruanskih gradusnih mjerenja uz napomenu da su Francuzi kod takvih mjerenja imali već velika iskustva. Francusko gradusno mjerenje u Peru izvedeno je 1736, i opisano u djelu: Mesure des trois premiers degrés dans l' hémisphère australe par M. de La Condamine« Pariz 1751. Kod ovih mjerenja uzeta je za osnov računanja baza Yarouqui, pa je preko trokutnog lanca sračunata baza Tarqui. Sračunata baza Tarqui iznosila je 5.260,03 toaza. Neposredno mjerena dala je rezultat 5.258,949 toaza, tj. pokazala se razlika 1,081 toaz na dužini od 5.259 toaza ili 20,5 cm na 1 km.

Ovim kontrolama nije ispitivana točnost mjerenja baze, već točnost prenosa dužina pomoću izmjerenih kutova, zapravo točnost triangulacije.

Da bismo dobili uvid u točnost izmjerenih kutova u gradusnom lancu, iznijet ćemo ovdje koliko se suma izmjerenih kutova u pojedinom trokutu gradusnog lanca razlikuje od teoretske veličine 180⁰. Ta razlika je prava pogreška izmjerenih kutova u trokutu. (Da ne bi bilo zabune napominjem da danas mjerimo prostorne kutove na sferi ili sferoidu, a suma izmjerenih kutova mora iznositi 180^0 + sferni eksces. Sve tamo do tridesetih godina prošlog stoljeća mjerili su kutove u tzv. kosoj ravnini, koju su definirale tačka opažanja i dvije tačke na koje se viziralo. Mjereći i zenitne kutove, izmjereni kut u kosoj ravnini reducirao se na sferu. Sferni eksces, budući je njegova veličina daleko ispod točnosti mjerenja, nije se uzimao u obzir). Imamo u svemu 11 trokuta u kosoj ravnini pa počevši sa trokutom od riminske baze odstupanja od 180^0 jesu (str. 138. i 139. Voyage):

$$+ 8'', - 28'', + 17'', + 20''. - 6'', - 2. + 22''$$
$$+ 3'', - 16'', + 16'', + 6''.$$

Suma kvadrata ovih pogrešaka iznosi 2.618. Ako sračunamo srednju pogrešku jednog kuta dobivamo

$$\sqrt{\frac{2\,618}{11 \times 3}} = 8'',9$$

Kod peruanskih mjerenja najveće odstupanje u zatvaranju trokuta bilo je 13''. Suma kvadrata odstupanja svih (43) trokuta bila je 1718 pa se dobiva srednja pogreška kuta

$$m = \sqrt{\frac{1718}{43 \times 3}} = 3''\ 65.$$

Smatram da je izneseni rezultat od 3''65 pretjeran i da neće odgovarati stvarnosti.

Obzirom na neslaganje u završnoj strani od 1.081 toaza pokušali smo sračunati srednju pogrešku mjerenog kuta po formuli za prirast pogrešaka. Pretpostavivši da su svi trokuti istostranični dobiva se $m = 8''$. Odstupimo li od idealnog slučaja i postavimo li da su svuda oba vezna kuta 55^0 (što je u smislu našeg razmatranja nepovoljnije, jer ako je jedan vezni kut manji od 60^0 drugi će biti veći), dobivamo srednju pogrešku mjerenog kuta $m = 6''5$, pa ovu veličinu smatramo realnom ocjenom točnosti mjerenja kuteva kod peruanskih mjerenja.

Francuska gradusna mjerenja u Laplandiji izvedena su godine 1736, i opisana u djelu La figure de la terre par P. de Maupertuis, Pariz 1738. Tu je postavljena samo jedna baza. Prema objelodanjenim podacima Nijemci su godine 1831. izvršili preračunavanje triangulacije i našli za srednju pogrešku kuta u trokutu 11'' (Astronom. Nachr. 9, Band S. 243).

Iz usporedbe možemo zaključiti, da je Boškovićevo mjerenje kuteva u triangulaciji po točnosti bilo bar iste kvalitete kao navedena francuska mjerenja.

Moramo spomenuti i to, da je Bošković uočio uticaj oštrih kutova, koje je morao primijeniti, naročito kod prelaza sa baze na trigonometrijske strane, te da pogreška u oštrom kutu ima mnogo veći utjecaj na točnost tražene strane. Da bi smanjio opasnot od pogrešaka oštrih kutova, mjerio ih je naročitom pažnjom, s mnogo više ponavljanja, a osim toga kod računanja trokutova, takvim oštrim kutovima davao je veću težinu, pa su kod izjednačenja kutova u trokutu ti kutovi dobili manju ili nikakvu popravku. To se lijepo vidi u obračunu trokutova (Voyage str. 138. i 139). Bošković tu ništa ne spominje, a to je vjerojatno prvo izjednačenje u povijesti geodetskih i astronomskih mjerenja, gdje su se uzele u obzir težine mjerenja.

U Boškovićevo vrijeme bilo je teško s instrumentima kojima su se mjerili kutovi, kvadrantima, postići veću točnost od 10″. Ako zamislimo da se centar podjele kvadranta ne slaže točno s tačkom oko koje se pokreće teleskop samo za 0,1 mm, pogreška ε izmjerenog pravca može doseći

$$\varepsilon = \frac{0{,}1}{r}\,\varrho = \frac{0{,}1}{1000}\,206\,265'' = 21''$$

gdje je r radij kvadranta (kod Boškovića 3 stope ≐ 1 m). Kako se kut sastoji iz mjerenja 2 pravca, to će pogreška kuta biti još veća. Iz ovoga je ujedno jasno koja se preciznost zahtijeva kod konstrukcije takvih instrumenata. Kasnije, uvođenjem punih krugova, što je omogućavalo čitanje na dva diametralna mjesta limba, pogreška uslijed spomenutog ekscentriciteta, se eliminirala aritmetskom sredinom.

Konačni rezultat Boškovićeva mjerenja u svrhu određivanja luka meridijana bio je slijedeći: Sračunata dužina Sv. Petar—
376 ušće Ause po meridijanu (tj. između paralela tih točaka) izno-
377 sila je 161.123,7 koraka. Ta je dužina natrag reducirana na
378 dužinu između paralela Rimski kolegij—kuća F. Garampija
379 u Riminiju pa je dobiveno 161.253,6 koraka = 123.221,3 toaza.
380 Tome odgovara izmjerena razlika širina 2° 9′ 47″ (= 7787″),
381 jednom stupnju (3.600″) bi tada odgovarala dužina luka 56.966,3
382 toaza. (Voyage str. 359—360).

Bošković u prednjem radu kaže da je zbog raznih popravaka ovoj veličini dodato 13 toaza, zapravo 12,7 toaza. Taj dodatak 12,7 toaza nije proizvoljan a dobiven je na slijedeći način.

1. Rimska baza sračunata od riminske iznosi 8.033,4 koraka a direktno izmjerena 8.034,67. Znači kad bismo umjesto riminske baze uzeli za računanje rimsku, dobili bismo sve dužine veće u istom odnosu. Omjeru 8033,4:8034,67 odgovarat će omjer 56.966:56.975. tj. po rimskoj bazi sračunat luk jednog stupnja bio bi za 9 toaza duži. Kako je riminska baza mjerena dva puta a rimska jedanput, to davši riminskoj bazi 2 puta veću težinu od rimske, treba uzeti 1/3 od 9 toaza i korigirati rezultat za + 3 toaza.

2. Zbog terestričke refrakcije izmjereni zenitni kutovi su manji (visinski kutovi veći). Ako se refrakcija uzme u obzir, reducirani kutovi trokuta na horizont bit će nešto drugačiji. Primijenivši ovo ispitivanje na stranu Sv. Petar—S. Genarro pronašli su da bi rezultat za tu stranu trebao biti za 3,6 koraka veći od njezine sračunate veličine. Ako to pretpostavi i za ostale trane, na sličan način računanja kao i ranije, na dužinu

luka od 1 stupnja dobiva 8,9 toaza. Od toga uzima 1/3, pa korigira krajnji rezultat za + 3 toaza.

3. Konačno data je maksimalna težina rezultatu opažanja razlike širina prvog rimskog mjerenja na α Labuda s odgovarajućim mjerenjem u Riminiju koje iznosi 2°9′46″.1 = 7.786″1 tj. za 0.9″ manje od srednjaka iz svih mjerenja 2°9′47″, te prema veličini 2°9′46.1″ korigiraju ranije dobiven rezultat sličnim računom proporcionalnosti kao pod 1. i dobivaju na jedan stupanj korekturu od 6.6 toaza. (u stvari proizlazi, da su dužinu stupnja računali prema podatku 2° 9′ 46″1, i da su ostale podatke mjerenja zanemarili).

Sumirajući te tri popravke, koje su sve sa znakom plus (3 + 3 + 6,6) dobiva korekturu od 12,6 toaza, pa konačno za dužinu jednog stupnja dobiva (zaokruženo) veličinu 56.979 toaza. Ta dužina jednog stupnja pripada sredini mjerenoga luka kojoj odgovara geografska širina 42°59′.

Na korekture koje je ovdje izveo Bošković primijetio bih slijedeće: Prva korektura zbog baze je očito u redu. Druga, a naročito treća korektura (od 6,6 toaza) nije baš uvjerljiva. Dobivam dojam, da je Bošković videći da je ostao daleko ispod rezultata što su ga dobili Cassini i De la Caille za širinu 43°31′, a koja je iznosila 57.048, nastojao povećati svoj rezultat koliko su mu to mjerenja dopuštala, a da i mimo toga još uvijek njegov luk ostane manji (za 69 toaza), što je htio dokazati tj. da oblik Zemlje nije pravilan elipsoid.

Pretvorimo li 56,979 toaza u metre (1 toaz = 1.9490363 m), dobivamo 111.054,14 met.

Prema dimenzijama Bessela (koje dimenzije elipsoida koristi još gotovo cijela Europa pa i Jugoslavija), luku meridijana između paralele 42°29′—43°29′ odgovara dužina 111.080,21 m. Prema dimenzijama Hayforda, koje su usvojene i preporučene na kongresu Međunarodne geodetske i geofizičke unije u Madridu god. 1924, dužina tog stupnja meridijana iznosi 111.095,88 met. (Ove smo dužine prema datim dimenzijama sračunali u svrhu usporedbe).

Napominjem da su dimenzije kako Bessela tako Hayforda date na temelju mnogih, mnogo novijih i točnijih mjerenja. Boškovićev rezultat nalazi se između Bessela i Hayforda, pa je konačni Boškovićev rezultat i za današnje prilike, metode i tehnička sredstva upravo nevjerojatno točan, pogotovo kad znamo, da je očekivao da njegov luk mora, zbog djelovanja apeninskog gorja, izaći manji.

69 toaza = 134,45 m
8 toaza = 15,59 m
161 toaza = 118,89 m

9

Glavni je cilj Boškovićeva mjerenja bio, da dokaže da elipsoid Zemlje nije pravilan, da meridijani neće biti isti, odnosno, da paralele neće biti pravilne kružnice.

Boškovićev luk ispao je za 69 toaza kraći od luka što su ga u Francuskoj mjerili Cassini de Thury s De la Caille-om. Kako se francuski luk stupnja odnosi na srednju širinu 43°31', da je Zemljin oblik pravilan elipsoid, Boškovićev bi luk, pošto je za cca 0,5° južnije od francuskog, trebao biti po Boškoviću (uz tada poznatu spljoštenost) kraći samo za 8 toaza. Prema tome bi razlika tih dvaju stupnjeva iznosila 61 toaz (cca 119 m), a to daleko prelazi pogreške mjerenja. Tako je Bošković mjerenjem i dokazao svoju teoretsku postavku.

Teoriji oblika Zemlje Bošković je posvetio najveću pažnju. Čitava peta knjiga djela La litteraria expeditione odnosno Voyagea (str. 364. do st. 500.) odnosi se na to pitanje, a i gotovo $^1/_3$ ovdje iznijetog Boškovićevog rada posvećena je tome.

Kako se može odrediti oblik Zemlje geodetskim i astronomskim mjerenjima prikazali smo ranije. No vidjeli smo da meridijani nisu svi jednaki, da paralele nisu kružnice, pa bi za točno određivanje oblika, takva mjerenja trebalo izvršiti dovoljno gusto.

Već na samim kontinentima vršenje takvih mjerenja predstavlja ogroman zadatak. Ako uzmemo u obzir da je cca 70% površine Zemlje pokriveno morima, gdje nije moguće izvršiti za ovu svrhu dovoljno točna ni geodetska ni astronomska mjerenja, taj zadatak ne bi bio u poptunosti riješen.

Prve temelje na općem rješenju tog zadatka postavio je Newton (1643—1727) zatim Clairaut (1713—1765). Spomenut ćemo ovdje još Huygensa (1629—1695), Maclaurina (1698—1746), D'Alemberta (1717—1783). Njihove radove navodi i Bošković. Tim problemom bavili su se dalje i iznosili svoje teorije i rezultate najpoznatiji matematičari 18. i 19. stoljeća od kojih spominjemo: Laplaca (1749—1827), T. Simsona (1710—1761), A. M. Legendra (1752—1833), K. Jacobija (1804—1851). Teoretski je taj problem konačno riješio engleski fizičar G. Stokes (1819—1903). Stokes je dokazao, da ako je zadana nivo ploha, koja potpuno obuhvaća sve mase tijela koje se jednoliko okreće oko stalne osi i ako je poznata opća masa toga tijela kao i njegova kutna brzina, onda će biti jednoznačno određen

potencijal (funkcija sila) i njegove prve derivacije (sila teža) na toj nivo plohi i na svem vanjskom prostoru, bez obzira na raspored masa unutar te plohe. Nas je interesirao obratni zadatak, kojeg je također riješio Stokes. Po izmjerenoj sili teže, odrediti nivo plohu Zemlje-geoid. Praktički taj problem nije bio riješen, jer prvo, nivo ploha mora koju uzimamo da definira oblik Zemlje, ne obuhvaća sve mase, a drugo, nema dovoljno točnih sprava za mjerenje sile teže na morima. Ispitivanjima posle Stokesa mogli bismo dati karakter kabinetskih polemika. Iz tog mrtvog kuta krenulo se tek kad je holandski geodet Vening Meinesz (1928. god.) izveo iz formule Stokesa zavisnost anomalija sile teže i otklona vertikala, i dao teoretsku mogućnost primjene Stokesovog teorema. Ujedno je slijedio razvoj lakih i veoma točnih instrumenata za mjerenje relativne veličine sile teže, na kopnu i moru, (na osnovnom principu pera i utega, a kako smo u predgovoru spomenuli izradu instrumenata na tom principu za te svrhe predlagao je već Bošković), s kojima se to mjerenje izvodi vrlo brzo i jednostavno, (zahvaljujući svakako interesiranju i financiranju institucija za istraživanje nalazišta nafte). Tako je tek u najnovije vrijeme omogućeno prikupljanje detaljnih podataka za određivanje pravog oblika Zemlje.

Boškovićevi radovi po tom pitanju odnose se u glavnom na potvrdu onih rezultata, koje su već prije iznijeli Newton i Clairant.

Bošković kao i Newton pretpostavljajući najprije homogenu masu, nešto drugim putem, ali isto kao i Newton ispituje ravnotežu dvaju kanala koji svršavaju jedan na polu, drugi na ekvatoru, a spojeni su u centru. Za slučaj male spljoštenosti dobiva isto što i Newton

$$\frac{x}{r} = \frac{5}{4}\frac{n}{m}$$

ili kako to danas pišemo ($x = a - b$ i $r = a$)

$$\mu = \frac{a-b}{a} = \frac{5}{4}q$$

gdje je q omjer centrifugalne sile i sile teže na ekvatoru.

Isti izraz dobio je mnogo ranije Newton. Pretpostavivši malu spljoštenost, da može zanemariti male veličine drugog reda, Newton je za elipsoid (zanemarivši centrifugalnu silu) dobio omjer:

$$\frac{\text{dužina poluosi ekvator}}{\text{dužina male poluosi}} \frac{a}{d} = \frac{\text{privlačenje na ekvatoru}}{\text{privlačenje na polu}} = \frac{1}{1-\frac{1\mu}{5}}$$

Uvodeći korekciju q za centrifugalnu silu na ekvatoru dobiva:

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{1-\frac{1\mu}{5}-q}, \text{ a kako je } b = a\,(1-\mu)$$

$$\frac{1}{1-\mu} = \frac{1}{1-\frac{1}{5}\mu-q}$$

odakle

$$\mu = \frac{5}{4}q$$

Poznavajući brzinu rotacije ω i dovoljno grubo silu teže g Zemlje Newton je sračunao

$$q = \frac{\omega^2 \cdot a}{g} = \frac{1}{280} \qquad \text{odnosno } \mu = \frac{1}{230}$$

Na taj način data je teoretski mogućnost određivanja spljoštenosti Zemlje.

Za nehomogenu masu potrebno je postaviti neke pretpostavke koje će što više odgovarat stvarnosti. Takve pretpostavke čini i Bošković, pa ako se gustoća jezgre odnosi prema gustoći tekućine kao p : t dobiva za spljoštenost

$$\mu = \frac{n}{2m\left(1-\frac{3t}{5p}\right)}$$

a za kvocijent razlika teže na polu i ekvatoru prema teži na ekvatoru veličinu

$$\frac{5\,n}{2m} \times \frac{4p-3t}{5p-3t}$$

Za slučaj homogenosti oba ova razlomka (razlomak sploštenosti i razlomak teže) daju istu vrijednost tj. $\frac{5n}{4m}$

Za slučaj nehomogenosti oni će biti različni. Ako se pak oba razlomka saberu (a oni su po vrijednosti približno jednaki) dobiva se $\frac{5n}{2m}$

tj. dvostruka veća vrijednost od $\frac{5n}{4m}$

odnosno razlomak za slučaj homogenosti je srednja aritmetička proporcionala obiju razlomaka za slučaj nehomogenosti. No, ako je gustoća jezgre veće od gustoće mora, onda razlomak teže mora biti veći od ranije dobivene, za slučaj homogenosti $\left(\frac{1}{231}\right.$ teže, po Boškoviću), a da bi se održala vrijednost $\frac{5n}{2m}$ mora razlomak spljoštenosti (eliptičnosti) biti za toliko manji. To je protivno onom što je dobio Newton, a Bošković je u tome svakako imao pravo.

Za spljoštenost je Clairaut dao formulu

$$\mu = \frac{5}{2}q - \beta$$

$$\text{gdje je } q = \frac{\omega^2 \cdot a}{g_e} \qquad \text{a} \qquad \beta = \frac{g_p - g_e}{g_e}$$

Boškovićevi se izrazi s ovime slažu.

Bošković nadalje na svoj način izvodi, da su povećanja teža od ekvatora prema polu kao kvadrati sinusa geografske širine odnosno sinusi versusi dvostruke širine. [Funkcija sinus versus se više ne koristi, te se taj izraz u matematici više ne spominje, a definicija je: sinus versus $\alpha = 1 - \cos\alpha$.
U našem slučaju

$$\sin^2\varphi = \frac{1}{2}\cdot(1-\cos 2\varphi) = \frac{1}{2}\sin versus\, 2\varphi]$$

Taj odnos izlazi i iz ranije Clairautove formule

$$g = g_e\,(1 + \beta \sin^2\gamma)$$

Bošković je i s La Condamineom vršio mjerenja sile teže. Mjerenja su vršena na osnovnoj tački u Rimskom kolegiju — s njihalom, kojim su se vršila mjerenja sile teže u Peruu. S tim istim njihalom izvršena su mjerenja sile teže kod Rta Dobre Nade uz gradusna mjerenja, koja je tamo godine 1752, vršio De la Caille. Podatke tih svojih mjerenja sile teže Bošković nije iznio ni obradio, jer kako sam kaže, La Condamine nije imao sobom bilježaka s potrebnim podacima, koji se odnose na to njihalo.

Bošković razmatra (tablice I za težu) rezultate mjerenja njihalom (dužine njihala za jednosekundno njihalo) što su ih ranije izveli Francuzi na raznim mjestima geografske širine. Na temeleju tih podataka sračunava razlomak teže i spljoštenost, eliptičnost (Tablica 2).

Osnovnu karakteristiku oblika Zemlje daje meridijan — elipsa izvodnica. Zbog toga Bošković poklanja elipsi veliku pažnju i izvodi čisto geometrijskim razmatranjem niz zaključaka i teorema koji određuju odnose pojedinih elemenata elipse. Na temelju izvedenih teorema i formula opće naravi, izvodi formule potrebne u geodeziji. Tako napr. daje formulu za polumjer ekvatora x, ako je mala poluos 1

$$\frac{1}{x^2} = 1 - \frac{G^{\frac{2}{3}} - g^{\frac{2}{3}}}{G^{\frac{2}{3}} S^2 - g^{\frac{2}{3}} s^2}$$

gdje je G dužina luka 1 stupnja meridijana dalje od ekvatora, a g dužina 1 stupnja meridijana bliže ekvatoru, a S i s su sinusi odgovarajuće geografske širine.

Ti izvodi možda i zamaraju jer se svaki odnos posebno izvodi pa izgleda izvod dugačak. No kad uzmemo sve potrebne elemente kao date, poznate, onda nam Boškovićevi izvodi postaju kratki i elegantni.

Na temelju prednje formule, pretpostavivši malu sploštenost, dobiva formulu za spljoštenost

$$\frac{G - g}{3\,(G S^2 - g s^2)}$$

izraz koji je ranije dobio i Maupertuis.

10

Kod opisa instrumenata te kod pojedinih operacija mjerenja govorili smo o pogreškama te o točnosti pojedinih mjerenja kao i o točnosti konačnog rezultata. Vidjeli smo kako se Bošković brinuo već pri konstrukciji i izradi pojedinih sprava, da što više ukloni uzroke pogrešaka. Boškoviću je bilo jasno da ti uzroci nisu svi potpuno uklonjeni, pa naslućujući uzroke, pronalazio je metode mjerenja da ih ukloni, pa tako eliminira i rezultirajuće pogreške. Iako su danas moderni instrumenti mnogo precizniji, bitno je kod mjernog postupka podesiti mjerenja tako, da se ukloni što veći broj uzroka pogrešaka.

Znajući da sve te uzroke ne može ukloniti, bio je svijestan, da mu mjerenja nisu apsolutno točna, pa je ocjenjivao točnost direktno izvršenih mjerenja. No, ako su izmjerene veličine pogrešne, bit će pogrešne i veličine koje se posredno, računskim putem, određuju. Ako su kutovi izmjereni s nekom pogreškom, bit će i strane sračunate pomoću tih kutova nepotpuno točne.

Ispitujući utjecaj pogrešaka izmjerenih kutova na dužinu strane, koja se iz tih kutova računa, iznosi slijedeći teorem: »Kako se tangens bilo kojega kuta odnosi prema sinusu svoje pogreške, tako se i ta stranica odnosi prema svojoj pogrešci. — Po toj analogiji naći će se diferenca bilo koje stranice. Tangens svakog od upotrebljenih kutova prethodnih trokutova, da se nađe ta stranica, je prema sinusu pogreške toga kuta, kao ta stranica prema svojoj pogrešci; i uzet će se suma svih ovih razlika i pogrešaka« (Voyage str. 333).

Pokušajmo ovo napisati općim brojevima, da se približimo današnjem načinu pisanja. Za jedan trokut, ako se traži strana b, uz pretpostavku pogreške $\Delta\beta$ u kutu β bit će

$$\frac{m_b}{b} = \frac{\sin \Delta\beta}{tg\,\beta} = \frac{m''_\beta}{\varrho''} \cdot \cot \beta \quad \ldots \quad (a)$$

jer je $\Delta\beta$ malo pa $\sin \Delta\beta = \Delta\beta''.\sin 1 = m\, ''\sin 1'' = \frac{m''}{\varrho''}$

Ako su oba kuta iz kojih se računa strana b pogrešni za m'' biti će:

$$\frac{m_b}{b} = \frac{m''}{\varrho''} (\cot \alpha + \cot \beta) \quad \ldots \quad (b)$$

Ako je b stranica u ntom trokutu lanca, sa α i β označimo vezne kutove (kutove potrebne za sračunavanje vezujućih stranica lanca), bit će

$$\frac{m_b}{b} = \frac{m''}{\varrho''} \sum_1^n (cot\,\alpha + cot\,\beta) \quad . \; . \; . \; . \quad (c)$$

Gledajući ovako nalazimo te izraze potpuno ispravnim, i ako su se usvajanjem teorije najmanjih kvadrata izrazi (b) i (c) nešto promijenili, pa danas računamo:

$$\frac{m_b}{b} = \frac{m''}{\varrho''} \sqrt{cot^2\alpha + cot^2\beta} \quad . \; . \; . \; . \quad (b')$$

ili

$$\frac{m_b}{b} = \frac{m''}{\delta} \sqrt{n} \cdot \sqrt{cot^2\alpha + cot^2\beta} \quad . \; . \; . \quad (c')$$

(Izraz (c') vrijedi u slučaju da su svih n trokutova kutovi α jednaki i kutovi β jednaki).

U slučaju izjednačenja trokuta uz uvjet da suma kutova trokuta bude 180^0 (tj. uzimamo u obzir i pogrešku trećeg kuta) imamo danas izraz:

$$\frac{m_b}{b} = \frac{m''}{\varrho''} \sqrt{\frac{2}{3}(c_1^2 + c_2^2 + c_1 c_2)} \quad . \; . \; . \; . \quad (c'')$$

$$(c_1 = cot\,\alpha,\; c_2 = cot\,\beta)$$

Na temelju svoje teorije o prirastu pogrešaka koju smo netom iznijeli, formula (b) i (c), ocjenjujući točnost kutova gradusnog lanca općenito na 10″ a oštrih na 5″, Bošković sračunava pogrešku, koju može očekivati u krajnjoj sračunatoj strani lanca (veličinu rimskog bazisa), i nalazi da se je »mogla uvući pogreška od 6,5 koraka ili 2 toaza". No stvarno se, kako smo prije vidjeli, uvukla samo pogreška od jedva jednog koraka, jer su i pogreške kutova bile mnogo manje od 10″ i jer, što je glavno, »jedne pogreške moraju otklanjati druge«, te naposljetku, »jer nije vjerojatno, da bi se sve one bezgranično složile na istoj strani«. Time indirektno ukazuje na potrebu korigiranja formule (c), kako je to učinjeno kod metode najmanjih kvadrata, formulom (c') odnosno (c″).

Sravnimo sve te Boškovićeve misli o ocjeni točnosti mjerenja kao i ocjeni točnosti krajnjeg rezultata, s gradusnim mjerenjima J. Cassinija, Maraldija i La Hirea (1710—1718), koja je mjerenja opisao J. Cassini u djelu »Grandeur et figure de la Terre« — Pariz 1720. Rezultat ovih francuskih mjerenja bio je, da je Zemlja na polovima produžena. Iako su pristaše Newtona dokazivali da Zemlja mora biti spljoštena na polovima, Cassini i njegovi pristaše još 10 godina uporno se drže dobivenih rezultata, tvrdeći da je Zemlja na polovima produžena, tj. ne ulaze u ocjenu točnosti svojih mjerenja.

Sjetimo se nadalje, da je 40 godina poslije Boškovića Francuska narodna skupština u Parizu na prijedlog komisije Francuske akademije nauka, koju su sačinjavali Lagrange, Borda, Condorce, Laplace i Monge, godine 1791, zaključila, da se, u cilju uvođenja jedinstvenih i točnih mjera za dužine, uzme desetmilijunti dio kvadranta meridijana. Ta je dužina »prirodna i za sve narode stalna i nepromjenljiva«, te je nazvana metar. U tom cilju izveli su Francuzi nova mjerenja luka pariškog merijana s već mnogo boljim i točnijim instrumentima (instrumente je konstruirao Borda), pod rukovodstvom Delambrea i Méchaina (1772—1798).

Danas vidimo koliko tu ima pogrešnog zaključivanja. Nisu imali u vidu pogreške mjerenja niti kako pogreške mjerenja utiču na krajnji rezultat, kao što je to radio Bošković. Ma kako točno izvršili mjerenja, apsolutne točnosti mjerenja nema. Svako ponovno mjerenje istog meridijana, dat će drugi rezultat. Osim toga već je Bošković iznio i dokazao da svi meridijani nisu jednaki.

Prisjetivši se ovako navedenih propusta, pogrešnih zaključivanja i pogrešnih postavaka francuskih naučenjaka pred nama se još jače ocrtava Boškovićev genij.

11

Boškovića moramo smatrati ujedno i začetnikom teorije pogrešaka. U njegovu djelu De litteraria expeditione odnosno Voyage stalno nailazimo na razne analize uzroka pogrešaka, traženja mogućnosti eliminacije nekih uzroka pogrešaka kao i ocjena točnosti rezultata.

Nakon završetka svoga rada na mjerenju dužine luka jednog stupnja meridijana i publikacije istog rada (1755) Bošković se i dalje interesira, pored ostalog, i za oblik Zemlje, pa povezano s time nailazi na problem izjednačenja pogrešaka mjerenja. U francuskom prijevodu njegova djela (u Voyageu) štampanom u Parizu godine 1770, Bošković je sub linea dao ponegdje potreban komentar, a osim toga i poseban dodatak na kraju knjige na str. 501—512. U tom dodatku je uzeo u razmatranje do tada 9 izvršenih gradusnih mjerenja, počevši od laplandskih i peruanskih, s ciljem, da na temelju svih dade jednu vrijednost za spljoštenost — jedan elipsoid. To su slijedeća mjerenja:

Broj	godina izvođenja	Pod rukovodstvom	dobivena dužina jednog stupnja u toazama	geografska širina	Zemlja
1.	1736-43	De la Condamine i Bouguer	56 750	0,0′	Peru
2.	1752	De la Caille	57 037	— 33° 18′	J. Afrika
3.	1764-68	Masson i Dikson	56 888	+ 39° 12′	Pensilvanija
4.	1752	Bošković i Maire	56 979	+ 43° 0′	Papinska država
5.	1768	Beccaria	57 069	+ 44° 44′	Pijemont
6.	1739-40	Cassini	57 028	+ 45° 0′	Juž. Francuska
7.	1768	Liesganig	57 091	+ 47° 40′	Austrija (Varaždin-Brno)
8.	1739-40	Maupertuis i Cassini	57 074	+ 49° 23′	Sjev. Francuska
9.	1736-37	Maupertuis	57 422	+ 66° 20′	Laplandija

Iz bilo koja dva podatka za dužinu luka 1 stupnja po formuli

$$\frac{G-g}{3\,(GS^2-gs^2)}$$

može se sračunati spljoštenost (svakako, što su ta 2 mjerenja na većoj razlici geografske širine, to će i rezultat biti sigurniji). Može se postaviti više takvih kombinacija i uzeti aritmetička sredina. No to svakako ne bi bilo najispravnije. Zbog funkcionalne ovisnosti rezultata o izmjerenim veličinama očito je da će rezultat biti točniji iz onog para u kom ($GS^2 - gs^2$) ima veću vrijednost.

Kako bi razni parovi po dva mjerenja dali razne rezultate, Bošković uzima svih 9 mjerenja zajedno. Ona su opterećena pogreškama, pa traži takve popravke mjerenim veličinama, da sva mjerenja dadu jedinstveni rezultat.

Bošković postavlja problem ovako:

Ako je dat neki broj meridijanskih stupnjeva, treba naći korekciju svakog stupnja pazeći da budu ispunjena ova tri uvjeta: 1. da su diferencije stupnjeva proporcionalne s diferencijama kvadrata sinusa širine; 2. da je suma pozitivnih korekcija jednaka sumi negativnih; 3. da suma svih korekcija uzetih u apsolutnom smislu bude što manja.

Prvi je uvjet postavljen zbog funkcionalne ovisnosti spljoštenosti od mjerenja. Drugi, zato, jer su pozitivne pogreške jednako vjerojatne kao i negativne, treći, da se nakon uvođenja popravaka ostane što bliže izvršenim mjerenjima.

Sam postupak nećemo ovdje iznositi, jer je to stvar jedne posebne studije. Navodimo da je problem i postupak detaljno prikazao Varićak u *Matematički rad Boškovića* — II poglavlje, *Boškovićev pokušaj o računu izravnanja* Rad Jug. akademije, knjiga 181 god. 1910. Na V. 102 temelju svih 9 mjerenja dobiva Bošković za sploštenost $\frac{1}{273}$, a kad izostavi mjerenje br. 2, koje se jedino nalazi na južnoj hemisferi, a koje i pokazuje neki veći otklon dobiva za spljoštenost $\frac{1}{287.6}$. Ispustimo li i osmo mjerenje, koje također pokazuje veće neslaganje, dobiva se za sploštenost $\frac{1}{297}$.

Sravnimo ove veličine s nekim poznatijim veličinama za spljoštenost kasnijih autora.

Prvi je konačne elemente na Zemljin elipsoid dao Delambre godine 1800. na temelju novih francuskih mjerenja (za određivanje dužine 1 metra) i ranijih peruanskih. Za spljoštenost je dobio $\frac{1}{334}$ što uzima za osnov daljih računanja. (Peruanska i ranija Francuska mjerenja dala su za sploštenost $\frac{1}{314}$, a ista francuska i laplandska $\frac{1}{213}$. Delambre nije imao mnogo povjerenja u laplandske rezultate pak ih nije uzeo u obzir).

Prvi, koji je primijenio teoriju najmanjih kvadrata na određivanje spljoštenosti Zemlje bio je Legendre. Legendre je u radnji *Sur la methode des moindres Carres*, koja je izašla kao dodatak djela *Nouvelles methodes pour la determination des orbites des Cometes* godine 1806. (tu je ujedno prvi put objelodanjena teorija najmanjih kvadrata, iako ju je Gauss već ranije primijenio), obradio 4 susjedna luka pariškog meridijana, i dobio je za spljoštenost $\frac{1}{148}$; no u tu veličinu ni sam nije imao mnogo pouzdanja. Slijedeći koji je primijenio teoriju najmanjih kvadrata kod ispitivanja oblika zemlje je bio Walbeck. On je to iznio u djelu *De forma et magnitudine telluris ex dimensis arcubus meridiani definiendis* godine 1819. Walbeck je uzeo u obzir 6 gradusnih mjerenja i za spljoštenost je dobio $\frac{1}{302{,}8}$: (Walbeckovi elementi za sferoid imali su i praktično značenje, jer su stare ruske triangulacije sračunate obzirom na te dimenzije).

U 19. vijeku izvršen je veliki broj gradusnih mjerenja na temelju kojih su pojedini autori dali svoje dimenzije za sferoid. Te su dimenzije očito bile sve bolje i bolje, jer su kasniji autori raspolagali s većim brojem i točnijim mjerenjima.

Najveću pažnju zaslužuju svakako Besselove dimenzije sračunate godine 1841. Za sračunavanje svojih dimenzija Bessel je uzeo slijedeća gradusna mjerenja: peruansko, dvoja indijska (Englezi), francusko, englesko, hanoversko, dansko, prusko, rusko i švedsko. Svega deset. Rezultati su objavljeni u 19. svesku *Astr. Nachr.* 1842. Besselove dimenzije našle su brzo opću primjenu, jer su bile odmah prema njima razrađene pomoćne tablice, pa se u većini evropskih država primijenjuju još i danas. Spljoštenost Besselovog elipsoida iznosi $\frac{1}{299{,}2}$

Geodetsko geofizička unija prihvatila je godine 1924. kao najbolje elemente, elemente Hayforda, i preporučila ih za internacionalne. Spljoštenost tog internacionalnog elipsoida iznosi $\frac{1}{297}$. Sravnjujući iznijete podatke za spljoštenost Zemlje, moramo se upravo diviti rezultatu kojeg je dobio Bošković.

Uz taj svoj rad, određivanje spljoštenosti Zemlje, Bošković iznosi svoje teoretske postavke o izjednačenju mjerenja, koje primjenjuje, kako smo ih naprijed citirali, na tom konkretnom primjeru.

Ne bih se složio s Varićakom da je to »pokušaj izjednačenja«, jer je tu za takve zadatke data teoretska podloga, a ujedno je izvršeno u potpunosti jedno izjednačenje složenih mjerenja. Varićak je vjerojatno imao pred očima teoriju najmanjih kvadrata i možda htio reći, da je to prvi korak u razvoju teorije najmanjih kvadrata, s kakvim bih se mišljenjem složio.

Izjednačenja po teoriji najmanjih kvadrata daju svakako najbolje rezultate, jer se temelje na teoriji vjerojatnosti. Postoje, međutim, i drugi načini izjednačenja koji se temelje na drugim kriterijima. Za pojedine zadatke razrađene su odgovarajuće prikladnije metode izjednačenja, koje se zbog svoje praktičnosti mnogo koriste. Nadalje, iako smo rekli da izjednačenja po metodi najmanjih kvadrata daju najbolje rezultate, mogu se postaviti i neke zamjerke. Naime, teorija najmanjih kvadrata temelji se na vjerojatnosti slučajnih pogrešaka. Mjerenja su, međutim, opterećena kako slučajnim tako i sistematskim pogreškama, a posljednje ne možemo u potpunosti iz mjerenja isključiti.

Boškovićevu metodu izjednačenja moramo cijeniti kao zasebnu metodu izjednačenja, a ujedno i prvu u povijesti izjednačenja. (Kod jednostavnih zadataka, opetovanih mjerenja, uzimalo se je za rezultat i prije Boškovića aritmetičku sredinu, pa je zapravo i to bilo izjednačenje. Tu se, kod tih prostih zadataka aritmetička sredina upravo sama nametala za rezultat. No problem izjednačenja u svojoj cjelokupnosti je mnogo složenije naravi). Nadalje, ona je dala podstrek za daljnji studij problema izjednačenja. Tako se Boškovićevom metodom bavi Laplace u raspravi S u r q u e l q u e s p o i n t s d u s y s t é m e d u m o n d e« 1789. U toj raspravi ispitivajući Boškovićeve metode, traži pogodnije izraze, a na jednom mjestu, u članku XI kaže: »M. Boscovich a donné pour cet objet une méthode ingénieuse«. Legendre i Gauss pronašli su nezavisno jedan od drugog u prvom deceniju 19. stoljeća metodu najmanjih kvadrata, koju je Gauss daljnjim radovima temeljito razradio. No sigurno je, da je pronalaženju metode najmanjih kvadrata Boškovićeva metoda utrla put.

12

Osvrnuli smo se naprijed na Boškovićev rad koji se odnosi na mjerenje i određivanje luka meridijana, te njegov rad na izjednačenju, odnosno, na rad obuhvaćen u Voyage-u. Kod toga nismo spominjali izradu karte papinske države, kao ni mnoge sitnije detalje i teškoće, koje je pri samom radu imao. Ovdje još možemo spomenuti i nastojanja Boškovićeva da se mjerenja luka meridijana izvedu i u drugim zemljama, u čemu je i uspio zahvaljujući svojoj naučnoj reputaciji u svijetu. Njegovim je zalaganjem na dvoru kraljice Marije Terezije naređeno Liesganigu, da izmjeri luk meridijana u Ugarskoj. Tako su izvršena mjerenja dvaju lukova: od Varaždina do Brna i od Czuroka do Kisteleka. Mjerenja su izvršena 1760—1768. Isto tako na Boškovićevo zauzimanje kod sardinskog kralja Beccaria je izmjerio luk meridijana u Pijemontu (mjerenje izvršeno 1759). Kad je Bošković boravio u Engleskoj, razložio je kraljevskom učenom društvu kakva bi korist bila za nauku kad bi se takva mjerenja izvela u Americi. Nakon toga su Masson i Dixon izveli mjerenja luka u Pensilvaniji 1764. (Ovo obrazlaže Bošković u Voyageu, sub linea str. 66).

Pored toga rada ima Bošković mnogo radova na polju matematike i fizike koji zasijecaju i u geodeziju. Mnoge je probleme postavljala geodezija, koje je trebalo najprije matematski riješiti, pa su tako mnoga njegova rješenja i matematski teoremi, od kojih su neki izneseni u drugim Boškovićevim radovima, povezani s geodezijom. Također u fizici, pored opisanih čisto geodetskih instrumenata, dao je niz rješenja i konstrukcija za potrebe raznih fizikalnih mjerenja, od kojih su neke primijenjene tek u najnovije doba kod konstrukcije modernih i preciznih geodetskih instrumenata. Bošković je ispitivao leće, prizme, lom svijetla. Naročito je mnogo napravio na dobivanju ahromatskih objektiva (Newton je smatrao da se hromatički otklon kod leća ne može popraviti). Ispitivao je indeks loma za razne boje svijetla. Za mjerenje loma konstruirao je razne naprave. Ovdje moramo svakako spomenuti konstrukciju koja se sastoji od dvije prizme, od kojih se jedna može zakretati, kao i konstrukciju od dvije prizme, koje se podjednako mogu zaokretati u suprotnim smjerovima. Ove zaokretne klinove primijenio je švicarski geodet R. Bosshardt kod konstrukcije svog preciznog autoreducionoga tahimetra B o s s h a r d t—Z e i s s, kasnije nazvanog R e d t a. Sam Bosshardt u svom referatu na internacionalnom kursu za mjerenje dužine u Münchenu 6—15. oktobra 1955, štampano u Z e i t s c h r. f ü r V e r m. Nr. 2 g. 1956 str. 66, u kom iznosi historijat postanka svog instrumenta, kaže: »Die Drehkeihe wurden schon 1777 von Boscovich verwendet, aber nicht in einen Distanzmesser sondern für mikrometrische Zwecke«. Danas je općenito poznato, da konstrukcija para zakretajnih klinova pripada Boškoviću. To na pr. nalazimo i u Veb. Verlag Technik, Deumlich—Seyfert, I n s t r u m e n t e n k u n d e d e r V e r m e s s u n g s t e c h n i k, Berlin 1957 str. 310. te u König und Köhler — D i e F e r n r o h r e u n d E n t f e r n u n g s m e s s e r, Springer Verlag, Berlin, Götingen, Heidelberg 1959 str. 348.

*

U želji da povodom 250-godišnjice rođenja Ruđera Boškovića osvježimo njegovu uspomenu i istaknemo njegove zasluge i na polju geodezije, u koju svrhu smo i priredili ovo malo izdanje, možemo samo konstatirati: Ruđer Bošković bio je veliki čovjek i genijalan naučni radnik. Njegov veoma opsežan i raznolik rad na području matematike, geometrije, fizike, mehanike, na polju teoretske i praktične astronomije, geodezije i geofizike pa sve do pisanja latinskih stihova i političkih eseja dokazuje prije svega ogroman radni potencijal, svestranu radoznalost duha koju posjeduju rijetko samo izuzetni.

Sagledajući Boškovićevo cjelokupno djelo s aspekta današnjice, ne možemo a da se ne divimo, a pomalo i čudimo s kolikom je on hrabrošću i naučnim poštenjem prilazio materiji koju je obrađivao, tražio istinu služeći se suvremenim metodama usprkos vremenu i jezuitskom ambijentu gdje se moralo više vjerovati nego ispitivati, a u kojem je on živio i radio.

Prodornost i snaga njegovih misli učinili su da su već suvremenici prihvatili neke njegove ideje.

A koliko je bio bogat Boškovićev unutrašnji svijet, kako strasno traženje naučne istine, kakvo sagledavanje jedne nove slike svijeta pokazuje bogatstvo njegovih ideja. Da neke od njih ovdje na kraju samo napomenemo i ukažemo na njihovu aktuelnost: ideje o satavu materije, shvaćanje prostora i vremena, atoma kao središta sila, shvaćanje relativnosti u mehanici, pa kritika pojmova apsolutnog prostora, vremena i načela inercije itd. Najzad Boškovićev rad na polju geodezije a naročito djelo o naučnom putovanju po papinskoj državi, koje smo ovdje prikazali predstavlja i u teoretskom i u praktičnom pogledu novo doba više geodezije.

I tako promatrajući u cjelini život i naučni rad Ruđera Boškovića vidimo pred sobom duboka mislioca, snažna filozofsko-kritičkog duha, osjećamo čovjeka naprednih slobodarskih misli, mada se razvijao i radio u uvjetima jedne određene stvarnosti, uske, skučene i strane, a ipak ostao je slobodan i naš.

Danas, kada u svijetu pucaju i posljednji okovi robstva, i mi u našoj slobodnoj zemlji već uveliko izgrađujemo socijalističku zajednicu sretnih i zadovoljnih ljudi, lik Boškovićev i njegovo djelo svijetli novim sjajem. I, ponosni smo u ovom času kada se je prvi čovjek vinuo u svemir, da je u to ogromno tkivo naučnog iskustva čovječanstva i naš Ruđer utkao svoju nit.