MILOŠ ARSENIJEVIĆ

MODALNOST I VREME

IZDAVAČKA KNJIŽARNICA ZORANA STOJANOVIĆA
SREMSKI KARLOVCI • NOVI SAD

Miloš Arsenijević • MODALNOST I VREME

125

9 788675 433415

Biblioteka
ELEMENTI
124

Urednik
Sreten Stojanović

Recenzenti
Vladan Đorđević
Miloš Vuletić

CIP - Каталогизација у публикацији
Библиотека Матице српске, Нови Сад

164.1

АРСЕНИЈЕВИЋ, Милош
Modalnost i vreme / Miloš Arsenijević. - Novi Sad : Izdavačka knjižarnica Zorana Stojanovića, 2018 (Novi Sad : Sajnos). - 142 str. : graf. prikazi ; 18 cm. - (Elementi ; 124)

Tiraž 1000. - Bibliografija: str. 137-142.

ISBN 978-86-7543-341-5

a) Логика исказа b) Темпорална логика c) Модална логика

COBISS.SR-ID 322745607

MILOŠ ARSENIJEVIĆ

MODALNOST
I
VREME

IZDAVAČKA KNJIŽARNICA ZORANA STOJANOVIĆA
SREMSKI KARLOVCI • NOVI SAD
2018

Ova knjiga je rezultat istraživanja u okviru projekta
Logičko-epistemološki osnovi nauke i metafizike
(179067), podržanog od strane Ministarstva obrazovanja,
nauke i tehnološkog razvoja Republike Srbije.

Ivanu Volencu

ZAHVALNOST

Najveću moguću zahvalnost dugujem Andreju Jandriću, pošto je ova knjiga proizvod naših dugogodišnjih zajedničkih istraživanja, čiji rezultati treba da se pojave na engleskom jeziku, a koje zajedno sa nekim mojim ranijim istraživanjima nudim domaćem čitaocu kao objedinjenu sintezu koja obuhvata kako formalnu stranu tako i metafizičke posledice temporalno-modalnog sistema logike indeterministički shvaćenih događaja.

Veliku zahvalnost dugujem Vladanu Đorđeviću i Milošu Vuletiću, recenzentima knjige, ne samo zato što je njihovo strpljivo čitanje otklonilo greške, već i zato što su ukazali na mnoge tačke u kojima bi se istraživanje moglo dalje razvijati.

Posebnu zahvalnost dugujem Draganu Mojoviću, čiji su ogromno izdavačko iskustvo i ugled omogućili da se knjiga pojavi ranije nego što je to bilo predviđeno.

U Beogradu, marta 2018. godine

SADRŽAJ

PRVI DEO

TEMPORALNO-MODALNI SISTEM LOGIKE DOGAĐAJA **TM**

1. UVOD

Cilj ove knjige je dvostruk: prvo, da se predstave logičko-metafizički problemi koji se tiču raznolikih pitanja vezanih za odnos između vremena i modalnosti i, drugo, da se upoređivanjem rešenja koje različite teorije vremena i modalnosti nude ispita njihova plauzibilnost i dođe do obuhvatnog sistema temporalno-modalne logike događaja, koji će biti aksiomatski zasnovan. Da bi čitalac lakše pratio napredovanje prema ostvarenju ovog dvostrukog cilja, predstavljanje problema i formalno sintaktičko-semantičko definisanje sistema neće biti strogo razdvojeni već će formalni deo biti često praćen navođenjem razloga vezanih za korisnost posledica sistema s obzirom na anticipirana rešenja metafizičkih problema. Ipak, u celini uzev, prvi deo će više biti usmeren na formalnu izgradnju sistema a drugi na njegovu metafizičku interpretaciju.

Gledano istorijsko-filozofski, teme vezane za odnos vremena i modalnosti javljaju se već u Antici, a pre svega su vezane za Diodora Krona i Aristotela, pri čemu je do danas najslavniji ostao Aristotelov problem *buduće pomorske bitke*: koji je istinosnovrednosni status iskaza kojima se tvrdi da će bitke biti, odnosno da je neće biti, ako je, kako verujemo, moguće i da je bude i da je ne bude? Nerazumevanjem suštine ovog problema, koje je, sa izuzetkom Stoika i Eprikurejaca, trajalo sve do Lukašijevića, bavićemo se u sledećem odeljku, što će nas dovesti do glavne ideje o tome kako temporalno-modalni sistem koji nameravamo da formulišemo treba da izgleda, a da pritom nećemo slediti ni Aristotelovo izvorno rešenje, koje dozvoljava iskaze bez istinosne vrednosti, ni Lukašijevičevo, koje je dato u sistemu polivalentne logike. Da bismo očuvali nameravano neograničeno važenje principa bivalencije moraćemo da izgradimo jedinstveni *temporalno-modalni* sistem čiji će vremenski i modalni deo biti *suštinski* povezani (i zato nećemo govoriti „temporalna modalna logika" već „temporalno-modalna logika"). Kasnije ćemo videti od kakve koristi takav sistem može da bude prilikom rešavanja drugih problema u vezi sa odnosom vremena i modalnosti.

Zanimljivo je da su posle Lukašijevića – čiji je sistem polivalentne logike, kao što ćemo videti, mogao da uključi i vremensku i modalnu komponentu – i metafizičko-filozofske diskusije vezane za vreme i modalnost, i izgradnja formalnih sistema temporalne i modalne logike tekli nezavisnim, paralelnim tokovima, i da je to tako, sa izuzetkom Prajora i Belnapa i njegovih saradnika (cf. Prior 1957, Belnap 1992, 2007) ostalo do danas.

Što se tiče metafizičkih rasprava o vremenu, dva su britanska filozofa, Maktagart i Rasel, dali ključni doprinos razlikovanju izmedju *smera* i *toka* vremena. Pre svega je Maktagart (Mc Taggart 1908) jasno pokazao da je jedna stvar reći da je neki događaj ili jednovremen sa, ili raniji od ili kasniji od nekog drugog događaja – što taj događaj čini pripadnim onom što je on nazvao *B-serijom* – a sasvim druga stvar reći da je događaj sadašnji, prošli ili budući – što ga čini pripadnim *A-seriji*. Maktagart je ovu okolnost smatrao paradoksalnom, s obzirom na to da vreme navodno treba da obuhvati događaje uređene i u skladu sa *B-serijom* i u skladu sa *A-serijom*. Rasel je „paradoks“ razrešio tako što je tvrdio da je *smer vremena* – zbog čega događaji pripadaju *B-seriji* – nešto što je *objektivna* karakteristika sveta, dok je *tok vremena* – zbog čega događaji pripadaju *A-seriji* – jedna *iluzija*, koja postoji samo zahvaljući bićima poput nas, koja imaju svesna iskustva (Russell 1915, str. 212), što su za njim ponavljali mnogi fizičari (Eddington 1920, str. 51, Einstein 1949, str. 537, Weyl 1949, str. 116, Davies 1974, str. 3). Nasuprot tome Prajor je šezdesetih i sedamdesetih godina prošlog veka formulisao nekoliko sistema vremenske logike u kojima postoje temporalistički shvaćeni vremenski operatori i u kojima je istinitost rečenica zavisna od tranzitirajućeg *sada* (Prior 1957, str. 8ff.). Na kraju je Hju Melor iskoristio okolnost da se istinitost temporalističkih prajorovskih rečenica može odrediti atemporalistčkim istinosnim uslovima da zasnuje atemporalističku teoriju vremena (*time*) u kome nema realnih razlika između vremena (*tenses*) i gde *sada* označava mesto na atemporalistički shvaćenoj vremenskoj osi na kojoj govornik izriče rečenicu, kao što *ovde* označava geografsko mesto na kojem je izriče (Reichenbach 1956 §§ 50-1; Russell 1956, str 108-153; Mellor 1981). Ova, *atemporalistička teorija vremena* postala je, i uglavnom ostala, dominantna teorija vremena (videti Oaklander and Smith 1994). Međutim, treba dodati da su najradikalniji *atemporalizam* zastupali Viler, Fejnman i Grinbaum, tvrdeći da ne samo što nema objektivne razlike između *prošlog* i *sadašnjeg* već je nema ni između *ranijeg* i *kasnijeg* (Wheeler and Feynman 1949, Grünbaum 1967), što bi značilo da preostaje još samo ono što je Maktagart zvao *C-serijom*: za tri različita događaja e_1, e_2 i e_3, za koje se može reći da je e_2 između e_1 i e_3 ili između e_3 i e_1, ne može se reći niti da je e_1 ranije od e_2 i e_3, niti da je e_2 ranije od e_1 ili e_3, niti da je e_3 ranije od e_1 i e_2.

U sporu između temporalista, koji priznaju realnost razlike između vremena, i atemporalista, koji je ne priznaju, pitanja modalnosti ili nisu uopšte ili su samo sporadično pominjana. Kao ilustracija može da posluži činjenica da su u zborniku *Time, Tense and Reference* objavljenom u izdavačkoj kući MIT-Press samo u jednom od 14 tekstova (koji je napisao autor ove knjige – videti Arsenijević 2003b) temporalizam i atemporalizam sučeljeni s obzirom na mogućnost postojanja indeterminizma na bazičnom ontološkom nivou. *Mutatis mutandis*, situacija je analogna u modalnoj logici i modalnoj metafizici. Naime, od vremena Klarensa Irvinga Luisa i formulisanja formalnih sistema modalne logike, preko Kripkeove semantike mogućih svetova, modalnog realizma Dejvida Luisa i skorašnjeg spora oko necesitizma i kontingentizma (cf. Williamson 2013. str.1-29), vreme se nije pojavljivalo kao nešto što bi uticalo na izbor između različitih modalnih sistema ili na prihvatanje ove ili one pozicije vezane za modalnu metafiziku. Istina, Timoti Vilijamson je povodom spora između, s jedne strane, necesitizma – po kome sve što postoji postoji nužno – i kontingentizma – po kome nešto što postoji postoji kontingento, i analognog spora vezanog za vreme, s druge strane, između permanentizma i temporarizma, priznao sklonost necesitista prema permanentizmu i temporarista prema kontingentizmu, ali je uz to odmah dodao da „necesitisti nisu automatski permanentisti niti temporaristi automatski kontingentisti“ (Williamson 2013, str. 4). U najboljem slučaju, neki autori tvrde da postoji

„strukturalna sličnost“ između argumenata u filozofiji modalnosti i filozofiji vremena (Rini and Cresswell 2012, str. 6).

Kao što je već gore nagovešteno, u ovoj knjizi argumenti, problemi i rešenja vezani za filozofiju modalnosti i oni vezani za filozofiju vremena neće biti razmatrani nezavisno, kao da ne utiču jedni na druge i kao da preferirane sisteme temporalne i modalne logike treba samo naknadno spojiti u jedinstven sistem temporalne i modalne logike. Na osnovu jednog ranijeg rezultata do kojeg je autor došao (cf. Arsenijević 2002), ontološki shvaćen indeterminizam, kao onaj koji pretpostavlja kvantna mehanika, nespojiv je sa atemporalizmom. Generalizujući suštinu ovog rezultata, zahtevaćemo da se u logici događaja modaliteti – mogućnost i nužnost – shvate i definišu kao „realnom svetu inherentni“, što znači da će se o njima uvek govoriti *polazeći* od nekog vremenskog segmenta realnog sveta. Zato će i mogući svetovi, koji neće biti reifikovani na način modalnog realizma, biti raspoređeni duž jedne te iste vremenske ose, koja će biti jedinstvena osa *datog* realnog sveta, što znači realnog sveta do određenog trenutka, i njegovog kontinuiranog daljeg trajanja.

S obzirom na ovo što je upravo rečeno o vremenskoj osi koja će nam biti potrebna, ne samo što će govorenje o nužnosti i mogućnosti zavisiti od vremena, nego će u izvesnom smislu i vreme zavisiti od modalnosti, utoliko naime što će ono biti nužno i pre svega *vreme realnog s*veta kao skupa *aktualizovanih* mogućih svetova. Zato ćemo, s jedne strane, prihvatiti izvesnu, oslabljenu verziju onoga što se naziva *aristotelovsko-lajbnicovskim principom*, prema kome vreme nije entitet po sebi i za sebe koji bi poput kontejnera, a kako je to smatrao Njutn, postojao i da realnog sveta nema (cf. Newton-Smith 1980, str. 47). No, s druge strane, pošto će nam biti potreban i onaj deo vremenske ose koji se odnosi na kontinuirani produžetak ose realnog sveta u kome nijedan mogući svet još nije aktualizovan, i pošto želimo da nam vremenske promenljive prelaze i preko skupa intervala ovog dela ose, moraćemo da odbacimo izvornu verziju Kvajnove semantičko-ontološke formule, prema kojoj „biti smatran entitetom znači biti uzet za vrednost promenljive" (Quine 1961, str. 13) i prihvatimo oslabljenu ali plauzibilniju verziju, prema kojoj *biti podložan kvantifikovanju* prosto znači biti *dobro individuiran* nezavisno od pitanja o postojanju ili nepostojanju, a što svakako važi za rekurzivnu individuaciju produženog dela ose za koji, pre imaginarnog produženja, Kvajnova originalna formula važi.

Kao što je gore rečeno, jedan od centralnih zahteva sistema koji želimo da zasnujemo jeste to da u njemu ne bude ograničeno važenje principa bivalencije. Da bi se to postiglo potrebno je da, pored ostalog, istine ne budu lokalne, već da ono što je istinito u pogledu bilo kog segmenta realnog sveta bude istinito u bilo kom njegovom segmentu, ili figurativno, kako bi Lajbnic rekao, da „svaka monada bude ogledalo celog univerzuma“. U tom pogledu se sistem koji ćemo formulisati ne razlikuje od jedne od osnovnih pretpostavki atemporalne teorije: svaki segment realnog sveta sadržaće *celokupnu arhivu istina* o realnom svetu. Međutim, postojaće dve ključne razlike između našeg sistema i atemporalističke teorije. Prvo, u našem sistemu *arhiv istina* ticaće se uvek realnog sveta *do* određenog trenutka, što znači do kada su mogući svetovi *de facto* aktualizovani, i drugo, *arhiv istina* će obuhvatati ne samo *činjenične* već i *modalne istine*. U pogledu modalnih istina, *svaki arhiv* tokom dalje *istorije realnog sveta* biće, ako ne promenljiv u odnosu na već arhivirane *činjenične* istine, ono ipak *dopunjiv* novim istinama, zbog čega bilo koja *dalja* istorija realnog sveta neće predstavljati njegovu puku ekstenziju obogaćenu novim činjenicama.

Pošto u intendiranom sistemu temporalno-modalne logike događaja mora postojati razlika između *realnog* i *puko mogućeg* sveta, moraćemo da odbacimo Luisov *modalni realizam* (Lewis 2001, str. 5-68), prema kome su svi mogući svetovi realni. Ostaje pitanje da li razlika koju tražimo zahteva da postoji samo jedan realni svet. Svakako ne, mada će sistem biti formulisan kao da postoji samo jedan realni svet. Sistem može bili proširen, kao što ćemo na kraju pokazati, uvođenjem više realnih svetova, u skladu sa teorijom relativiteta, ali je od ključne važnosti da to proširenje ne sme biti posledica pretpostavljenog modalnog realizma, već takvo da za svaki od realnih svetova važi ono što važi za onaj jedan realni svet s obzirom na koji je sistem definisan.

I na kraju, sistem će biti formulisan pod pretpostavkom da realni svet postoji oduvek. Međutim, kao što će biti pokazano, ta pretpostavka je lako zamenljiva sa alternativnom pretpostavkom da, u skladu sa teorijom *big bang*, realni svet ima vremenski početak.

2. PRINCIP BIVALENCIJE I ARISTOTELOVA „POMORSKA BITKA“

Mada u praksi korišćen tokom cele istorije filozofije, *princip bivalencije* je dobio ime i eksplicitnu formulaciju tek u Lukašijevičevom rektorskom govoru 1922. godine (Łukasiewicz 1922, str. 126). Prethodno je Lukašijevič 1918. po prvi put pomenuo „trovalentnu logiku“ (cf. Łukasiewicz 1918, str. 86) i odmah zatim skicirao „sistem trovalentne logike“ (Łukasiewicz 1920, str. 87). Razlog za ovakvo kašnjenje u jasnom prepoznavanju jednog od osnovnih principa klasične logike verovatno leži u tome što se u tradicionalnoj logici *princip bivalencije* može izvesti iz *principa neprotivrečnosti* i *principa isključenja trećeg*. Naime, ako za bilo koji iskaz važi da je konjunkcija njega samog i njegove negacije uvek lažna, dok je disjunkcija njega samog i njegove negacije uvek istinita, onda, s obzirim na to kako su standardno konjunkcija, disjunkcija i negacija definisane, sledi da *svaki* iskaz mora imati jednu i samo jednu od dve istinosne vrednosti – istinitost ili lažnost – a što je upravo ono što se *principom bivalencije* tvrdi. Tako je tradicionalno *biti istinit ili biti lažan* postao nužan uslov da se bude iskaz. Međutim, Aristotel je još na početku istorije logike naveo primer koji treba da pokaže da je *princip bivalencije* nezavistan od ostala dva principa i da njegovo važenje treba ograničiti.

„Pomorska bitka“ tiče se problema vezanog za singularne kontingentne iskaze formulisane u budućem vremenu. Međutim, problem se može formulisati i tako što će iskaz biti formulisan u sadašnjem vremenu pa pitati da li će kao takav biti istinit u nekom određenom budućem vremenu. Na primer, neka iskaz bude „pada kiša“. Da li će sutra ovaj iskaz biti istinit? Evo šta povodom toga Aristotel kaže u spisu *O tumačenju* (Aristotel 1831a, 19 a 23):

> Što jeste, nužno jeste, kad već jeste, a što nije, nužno nije, kad već nije. Ali ne postoji sve što postoji po nužnosti, niti sve što nije po nužnosti nije. [...] Slično važi za iskaze o kontradiktornostima: za sve važi da nužno jeste ili nije, i da će biti ili neće biti, ali se tvrđenje nužnosti ne sme distribuirati i reći da za sve važi da nužno jeste ili nužno nije. Na primer, nužno je da će sutra biti ili neće biti pomorske bitke, ali nije nužno niti da će je biti niti je nužno da je neće biti. Tako je jasno da

> će, pošto su tvrđenja istinita [ili lažna] prema tome kakvo je aktualno stanje stvari, kad god stanje stvari dozvoljava da bude bilo ovako bilo tome suprotno, to morati da važi i za odgovarajuće međusobno kontradiktorne iskaze. […] Naime, nije nužno da za svaku afirmaciju i njoj suprotnu negaciju važi da je jedno od to dvoje istinito a drugo lažno.

Jasno je da Aristotel govori o *nedeterminisanim* ili *ne potpuno determinisanim događajima* na isti način na koji mi to činimo danas. To što postoje slučajevi u kojima su dva suprotna događaja jednako verovatna kao i oni u kojima je jedan verovatniji od drugog nije ovde od značaja. Bitno je da je u oba slučaja *moguće* da se desi bilo koji od dva suprotna događaja, i da zato, iako je *nužno* da „jedan deo (θάτερον μόριον) kontradikcije (ἀντίφασις)" – što znači jedan disjunkt ekskluzivne disjunkcije – bude istinit, *nije nužno* da to bude „ovaj ili onaj" (τόδε ἢ τόδε), zbog čega „nijedan (οὐ…τόδε ἢ τόδε) nije niti već istinit niti već lažan (οὐ μέντοι ἤδη ἀληθῆ ἢ ψευδῆ)" (Aristotel 1831a, 19 a 35-38).

Aristotelova poenta – koja se često ne shvata sa svim posledicama – jeste to da se u slučaju kontingentnih iskaza koji se odnose na budućnost sme reći da je jedan od disjunkata istinit a drugi lažan samo ako se pri tom ne misli ni na jedan određeni, već se oba posmatraju samo jedan u odnosu na drugi. Mnogi se, sledeći Lukašijevića, slažu da je primer „pomorske bitke“ uperen protiv *principa bivalencije* (cf. Ross 1953, Kneale 1967, Ackrill 2002, Frede 1970), ali, sa retkim izuzecima (na primer Craig 1988, str. 10ff.), ne pokazuju šta to tačno znači u odnosu na status *principa isključenja trećeg* i *način* na koji Aristotelovo rešenje ograničava važenje *principa bivalencije*. Razlog je verovatno u tome što je Aristotelovo rešenje ne samo vrlo suptilno već i *nestandardno* sa stanovišta tradicionalne logike, koliko god to zvučalo paradoksalno.

Aristotel *nije* ograničio *univerzalno važenje principa isključenja trećeg*, pošto je sasvim jasno tvrdio „da će sutra biti ili neće biti pomorske bitke“. Ali, to je tvrdio na, s današnje tačke gledišta, neobičan način, dopuštajući da, u neko vreme, ekskluzivna disjunkcija, kao *složeni* iskaz, bude *istinita* a da nijedan disjunkt kao takav ne bude ni istinit ni lažan (οὐ μέντοι ἤδη ἀληθῆ ἢ ψευδῆ), iako će *jednog dana* to biti. Dakle, Aristotelovo rešenje zahteva postojanje „praznina“ u pogledu istinosnih vrednosti koje se iskazima pripisuju (*truth value gaps*), te utoliko, *biti istinit ili lažan* nije nužan uslov za *biti iskaz*. U najboljem slučaju bi se moglo reći da je svaki od dva ekskluzivna disjunkta iskaz utoliko što razumevajući istinosne uslove razumemo i da su oni takvi da se njihova zadovoljenost ili nezadovoljenost u principu ne može konstatovati, već će to biti moguće učiniti tek u budućnosti.

Srednjovekovni logičari su za problem „pomorske bitke“ bili izuzetno zainteresovani jer je, s jedne strane, Bog trebalo da dobije ulogu subjekta koji će već sada znati da li će istinosni uslovi koji se odnose na buduće kontingentne događaje biti ispunjeni ili neće, dok je u mnogim ključnim pitanjima, kao što je pitanje spasenja, trebalo da bude stvar slobode pojedinca i njegovog slobodnog delanja da li će uslovi za spasenje biti ispunjeni ili neće. S jedne strane, ako Bog zna šta će biti, to već čisto *logički* determiniše postupanje pojedinca – zbog čega se ova vrsta determinizma naziva *logičkim determinizmom* – dok, s druge strane, to postupanje treba da bude slobodno i neuslovljeno *nikakvom vrstom determinizma*.

Vilijam Okamski je započeo svoju diskusiju o ovom pitanju tako što je priznao da je „nemoguće jasno izraziti način na koji Bog zna buduće kontingentnosti“, ali je odmah dodao da se mora smatrati da Bog takvo znanje ima jer je to „rečeno u izjavama Svetih, koji kažu da Bog ne zna stvari koje će biti (*fienda*) na način koji je različit od načina na koji zna stvari koje već jesu (*facta*)“ (Occam 1945, q. I, supp. VI). Zato Okam kaže da Bog ne samo što zna „koji je deo kontradikcije [tj. koji disjunkt ekskluzivne disjunkcije] istinit a koji lažan“ (*Deus scit hanc partem contradictionis esse vero vel illam*), već „zna s izvesnošću u odnosu na sve buduće kontingentnosti (*omnia futura contingentia*) koji deo (*quae pars*) kontradikcije će biti istinit (*erit vera*) a koji lažan“ (*ibid. loc. cit.*).

Posle svega rečenog Okam se upušta u veoma suptilnu analizu modalnosti, koja se tiče onoga što su srednjovekovni logičari nazivali *necessitas per accidens* i na šta ćemo se vratiti prilikom interpretacije našeg sistema, ali kao takva ova analiza nije ni od kakve koristi (*pace Occam*) za rešenje problema spasenja i problema „pomorske bitke“. Naime, pošto znanje implicira istinu ($\mathrm{K}p \rightarrow p$) Božje *predznanje* o istinitosti iskaza p, sasvim nezavisno od pitanja o nužnosti i kontingentnosti, *implicira* da je ili p istinito ili da je $\neg p$ istinito već u nekom vremenu koje je *ranije* od vremena u kome će zadovoljenost ili nezadovoljenost istinosnih uslova reći da li je p istinito ili je to $\neg p$, što znači da je pitanje spasenja *logički predeterminisano*, a logički determinizam je najjača vrsta determinizma.

Ni Okam ni kasniji logičari pre Lukašijeviča nisu uvideli da je problem „pomorske bitke“ problem koji dovodi u pitanje nešto mnogo fundamentalnije od našeg shvatanja modalnosti, a to je *princip bivalencije*. Jasno predstavljajući kako sam problem tako i Aristotelovo rešenje, Lukašijevič, u pomenutom rektorskom govoru, kaže da, po Aristotelu, „rečenice koje se odnose na buduće kontingentne događaje nisu danas niti istinite niti lažne“ i „da je to način na koji su Aristotela protumačili Stoici, koji su se, budući deterministi, sporili sa Epikurejcima, koji su pak branili indeterminizam i Aristotela“ (Łukasiewicz 1922, str. 125). Neposredno potom Lukašijevič kaže:

> Aristotelovo rezonovanje ne podriva toliko princip isključenja trećeg koliko jedan od osnovnih principa naše cele logike, koji je on prvi ustvrdio, naime, da je svaki iskaz ili istinit ili lažan. [...] Ja ovaj princip zovem *princip bivalencije* [*sic!*]. […] Pošto on leži u samim osnovama logike, on ne može da bude dokazan. Čovek može samo da u njega veruje, i samo onaj kome je taj princip samoočevidan u njega veruje. Meni lično, princip bivalencije ne deluje samoočevidno. Stoga imam pravo da ga ne priznam i da prihvatim da pored istinitosti i lažnosti postoje i druge istinosne vrednosti, uključujući bar još jednu, treću vrednost.

Šta je treća istinosna vrednost? Pošto je prihvatao korespondentnu teoriju istine, za Lukašijevića je to što ima iskaza koji nisu ni istiniti ni lažni značilo da nema „korelata u realnosti“ koji bi omogućavali da se govori o zadovoljenosti ili nezadovoljenosti istinosnih uslova takvih iskaza. To pak znači da oni ne govore ni o onome što jeste ni o onome što nije. Ali, moglo bi se uzeti da oni govore o nečemu *mogućem*, i zato je u njegovom sistemu trovalentne logike Lukašijeviču treća istinosna vrednost bila *mogućnost*, kao nešto neodređeno između *istinitosti* i *lažnosti*.

Ako uzmemo da su T i ⊥ logičke konstante koje označavaju *istinitost* i *lažnost*, a *a*, *b, c*,... shematska slova koja mogu da budu zamenjena konkretnim pojedinačnim iskazima ili konstantama T i ⊥, onda se klasični sistem dvovalentne logike može predstaviti pomoću

1. principa identiteta lažnosti, identiteta istinitosti i ne-identiteta istinitosti i lažnosti: $(\perp = \perp) = T$, $(T = T) = T$, $(\perp = T) = (T = \perp) = \perp$

2. principa implikacije: $(\perp \to \perp) = (\perp \to T) = (T \to T) = T$, $(T \to \perp) = \perp$

3. definicija negacije, disjunkcije i konjunkcije: $\neg a = (a \to \perp)$, $a \vee b = ((a \to b) \to b)$, $a \wedge b = \neg(a \vee \neg b)$

Trovalentni sistem se dobija prostim proširenjem prethodnog dvovalentnog tako što se uvede ½ kao nova konstanta koja označava *mogućnost* kao treću istinosnu vrednost i za nju definišu sledeći principi identiteta i implikacije:

1a. principi identiteta: $(\perp = ½) = (½ = \perp) = (T = ½) = (½ = T) = ½$, $(½ = ½) = T$

2a. principi implikacije: $(\perp \to ½) = (½ \to T) = (½ \to ½) = T$, $(½ \to \perp) = (T \to ½) = ½$

Važno je uočiti da u sistemu trovalentne logike čak ni *princip neprotivrečnosti* nema neograničeno važenje. Naime, važi da za $a = T$ ili $a = \perp$, $a \wedge \neg a$ daje ⊥, ali za $a = ½$, $a \wedge \neg a$ daje ½ (a ne ⊥). Analognom ograničenju podleže i *princip isključenja trećeg*. Mada za a = T ili $a = \perp$, $a \vee \neg a$ daje T, za a = ½, $a \vee \neg a$ daje ½ (a ne T), pošto je u poslednjem slučaju $a = \neg a$ istinito!

Sada možemo da uporedimo Aristotelovo i Lukašijevičevo rešenje problema pomorske bitke. Njihova zajednička dijagnoza je da *neograničeno važenje principa bivalencije* isključuje indeterminizam. Obojica jedno takvo isključenje nisu želeli. Ali, dok je Aristotel ostao u granicama dvovalentne logike i samo *ograničio* važenje *principa bivalencije* u slučaju *nekih* iskaza, Lukašijevič je dvovalentnu logiku zamenio trovalentnom, smatrajući da „nova logika“ treba da se uskladi sa „indeterminističkom filozofijom, koja predstavlja njen metafizički supstrat“ (Łukasiewicz 1920, str. 88). Pogledajmo šta bi mogle da budu komparativne prednosti i mane ova dva rešenja, pod pretpostavkom da, bar u načelu, želimo da ostavimo mesta za indeterminizam.

Aristotelovo rešenje, s čisto logičke tačke gledišta, može izgledati kao *ad hoc* rešenje, pošto iz vanlogičkih razloga, ma koliko inače opravdanih, uvodi „praznine“ u pogledu istinosnih vrednosti onoga što inače i dalje smatra iskazima. Nepoželjno može izgledati i to što se neograničenost važenja *principa isključenja trećeg* postiže time što u nekim slučajevima delovi složenog iskaza, za koje se smatra da po sebi nemaju istinosnu vrednost, postaju unutar složenog iskaza nešto što je istinito ili lažno. Naime, iako sada nije niti istinito da će pomorske bitke biti niti da je neće biti, treba da bude istinito da će je ili biti ili neće biti. Sve to otežava da se iskazna logika formuliše uniformno i formalno bez uvođenja spoljašnjih ograničenja. U tom pogledu Lukašijevičevo rešenje unutar trovalentne logike deluje „čistije“, jer je dato unutar uniformnog formalnog sistema, čija se snaga i plauzibilnost s obzirom na problem o kojem govorimo pokazuje tek u *interpretaciji*.

Mogući problem vezan za Lukašijevičevo rešenje sasvim je drugačije prirode. *Mogućnost*, čisto *pojmovno* posmatrano, ne deluje kao nešto što samo po sebi može da bude *istinosna vrednost*. Pre bismo rekli da su *modalni iskazi o činjenicama* baš kao i *nemodalni* nešto što je istinito ili lažno. Zato bismo možda bili radi da, prihvatajući u potpunosti tačnost Aristotelove i Lukašijevičeve *dijagnoze* problema, nađemo rešenje u kome će mogućnost indeterminizma biti sačuvana uz održanje univerzalnog važenja *principa bivalencije*, ako je tako nešto moguće. Pošto se problem tiče *kontingentnih* iskaza o *budućim* događajima, rešenje bi trebalo tražiti u sistemu koji bi sadržavao i modalnu i vremensku komponentu, i to tako, kao što smo u uvodu nagovestili, što bi bar nešto od toga kako govorimo o vremenu zavisilo od modalnosti, dok bi bar nešto od toga kako govorimo o modalnosti zavisilo od vremena. Zato, vodeći računa o razlozima koji potiču sa obe strane, prelazimo na izgradnju sistema *temporalno-modalne* logike događaja (**TM**).

3. SINTAKSA SISTEMA **TM**

Događaje čine promene koje traju u vremenu. Biće svejedno da li je reč o događajima iz svakodnevnog života ili o događajima o kojima govore fizika, hemija, biologija, psihologija ili bilo koja druga nauka. Elementarnim događajem ćemo smatrati onaj koji se odvija neprekidno tokom nekog vremenskog intervala. Može biti nejasno da li je onda fudbalska utakmica elementarni događaj, s obzirom da postoji prekid između dva poluvremena. To je donekle stvar konvencije, ali mislim da bi trebalo reći da je cela utakmica jedan elementarni događaj, jer je pauza deo utakmice a ne puki prekid, što važi i za prekid u kome se ukazuje pomoć igraču i za svaki drugi sličan prekid. U svakom slučaju, ako je jasno na šta mislimo kad o nečem govorimo, neće biti važno za koju smo se govornu konvenciju opredelili. Važno je samo da ono što smo nazvali elementarnim događajem po pretpostavci pokriva svaki podinterval celog perioda u kojem se događaj odvija.

S obzirom na način na koji ćemo govoriti o elmentarnim događajima jasno je da elementi vremenske komponente sistema **TM** treba da budu vremenski intervali a ne trenuci. Istina, može se govoriti i o događajima koji se dešavaju trenutno, kao što su, recimo, sudar dve bilijarske kugle ili dve mikročestice. Ali u takvim slučajevima se „događaj“ upotrebljava u derivativnom smislu i kao takav se ne može razumeti bez obzira na ono što se dešavalo neposredno pre ili što se dešava neposredno posle datog trenutka. Na primer, da čestice pre sudara nisu bile razdvojene, ne bismo to što se u datom trenutku dodiruju smatrali sudarom. *Sudar* je pre *ishod* nečega što se s bilijarskim kuglama ili česticama dešavalo nego što je *događaj po sebi*. No, svejedno, ako bude bilo potrebno, o *trenutku* možemo govoriti kao *kraju* nekog intervala ili *mestu nadovezivanja* dva intervala, pri čemu *kraj intervala* ili *mesto nadovezivanja intervala* neće predstavljati „degenerisani interval“, jer se *u trenutku* ništa ne dešava.

Dakle,u **TM** elementi vremenske ose kao usmerenog linearnog kontinuuma biće *intervali* a ne (vremenske) tačke. Za aksiomatsko predstavljanje jednog takvog kontinuuma koristićemo infinitarni jezik Lw_1w_1, kao najslabije proširenje jezika prvog reda (cf. Arsenijević and Kapetanović 2008b), u kome je moguće formirati beskonačne konjunkcije i disjunkcije, a što će nam biti potrebno da bismo, koristeći samo jednu sortu individualnih promenljivih, formulisali dva aksioma kojima se prilagođeno sistemu intervala zadovoljava drugi od Kantorovih uslova kontinuiteta, kojim se zahteva da skup bude ne samo *savršen* (*perfekt*) već i *koherentan* (*zusammenhängend*) (Cantor 1962, str. 195).

Neka su $t_1, t_2,.., t_i,\ldots,$ individualne promenljive a $\mathrm{t}_1, \mathrm{t}_2,\ldots, \mathrm{t}_i,\ldots$ individualne konstante koje označavaju pojedinačne intervale. Relacijski simboli biće $=, \prec, \succ$, $\wr$, $\cap$ i $\subset$, koji označavaju redom: relaciju identiteta, prethođenja, sledovanja, nadovezivanja, preklapanja i uključivanja. Na ovom nivou potrebni su nam samo još logički veznici, kvantifikatori i pravilo supstitucije.

Elementarne formule biće $t_m = t_n$, $t_m \prec t_n$, $t_m \succ t_n$, $t_m \wr t_n$, $t_m \cap t_n$ i $t_m \subset t_n$, pri čemu

$t_m \succ t_n =_{df.} t_n \prec t_m;$

$t_m \wr t_n =_{df.} t_m \prec t_n \wedge \neg \exists t_k (t_m \prec t_k \wedge t_k \prec t_n);$

$t_m \cap t_n =_{df.} \neg\, t_m = t_n \wedge \neg\, t_m \prec t_n \wedge \neg\, t_n \prec t_m \wedge \exists t_k \exists t_l (t_k \wr t_n \wedge \neg\, t_k \prec t_m \wedge t_m \wr t_l \wedge \neg\, t_n \prec t_l);$

$t_m \subset t_n =_{df.} \neg t_m = t_n \wedge \neg t_m \prec t_n \wedge \neg t_n \prec t_m \wedge \forall t_k (t_k \wr t_n \rightarrow t_k \prec t_m) \wedge \wedge \forall t_l (t_n \wr t_l \rightarrow t_m \prec t_l).$

Sada ćemo navesti deset aksioma koji se odnose na čisto vremensku komponentu sistema **TM** i objasniti njihov smisao.

$(\mathrm{A_T}1)\ \forall t_n \neg\, t_n \prec t_n$

Nerefleksivnost relacije prethođenja je očigledna i samo ju je potrebno aksiomatski ustvrditi: nijedan interval ne prethodi samom sebi.

$(A_T2)\ \forall t_k \forall t_l \forall t_m \forall t_n ((t_k \prec t_m \wedge t_l \prec t_n) \rightarrow (t_k \prec t_n \vee t_l \prec t_m))$

Da bi se obezbedila linearnost kontinuuma u sistemu čiji su elementi tačke (ili trenuci), dovoljno je tvrditi da su bilo koje dve tačke ili identične ili da jedna od njih prethodi dugoj. Međutim, u sistemu intervala postoje više od dve relacije u kojima intervali mogu biti. Zato se linearnost može osigurati tek unakrsnim upoređivanjem dva para intervala – t_k i t_m, i t_l i t_n – takvih da kod oba para prvi prethodi drugom. Da bi sistem bio linearan, mora biti da je ili slučaj da prvi član prvog para prethodi oboma drugim članovima, ili da prvi član drugog para prethodi oboma drugim članovima, ili da je i jedno i drugo slučaj. Tako je isključena distribucija četiri intervala čiji bi rezultat dao grananje kontinuuma.

$(A_T3)\ \forall t_m \forall t_n (t_m \wr t_n \rightarrow (t_m \wr t_n \vee \exists t_l (t_m \wr t_l \wedge t_l \wr t_n)))$

Ovim se aksiomom tvrdi postojanje veze između bilo koja dva intervala kad jedan od njih prethodi drugom: ili se sledujući interval direktno nadovezuje na prethodeći ili, ako to nije slučaj, postoji interval koji se nadovezuje na prethodeći dok se sledujući nadovezuje na njega.

$(A_T4)\ \forall t_k \forall t_l \forall t_m \forall t_n ((t_k \wr t_m \wedge t_k \wr t_n \wedge t_l \wr t_m) \rightarrow t_l \wr t_n)$

Ovaj aksiom jamči jedinstvenost mesta nadovezivanja dva intervala koja se nadovezuju time što tvrdi da, ako se dva intervala nadovezuju na treći, onda, ako se jedan od njih nadovezuje i na neki četvrti, i za drugi to mora važiti. Drugim rečima, zajednički početak dva intervala određen zajedničkim intervalom na koji se oni nadovezuju određuje i zajednički kraj svih intervala na koji se oni nadovezuju.

(A_T5) $\forall t_k \forall t_l \forall t_m \forall t_n ((t_k \{ t_l \wedge t_l \{ t_n \wedge t_k \{ t_m \wedge t_m \{ t_n) \rightarrow t_l = t_m)$

Ovim aksiomom se tvrdi jedinstvenost povezujućeg intervala čije je postojanje tvrđeno aksiomom (A_T3).

(A_T6) $\forall t_m \exists t_n \; t_m \prec t_n$
(A_T7) $\forall t_m \exists t_n \; t_n \prec t_m$

Uzeti zajedno, poslednja dva aksioma obezbeđuju beskonačnost linearnog kontinuuma na obe svoje strane.

(A_T8) $\forall t_m \exists t_n \; t_n \prec t_m$

Zbog ovog aksioma sistem intervala predstavlja ono što su srednjovekovni logičari nazivali *compositum ideale* a za šta je Dejvid Luis uveo naziv *gunk* (cf. Lewis 1991, str. 20-21 i Arsenijević and Adžić 2014, str. 141-142). Naime, elementi sistema intervala nisu elementarni utoliko što svaki interval sadrži pravi podinterval. Drugim rečima, nema najmanjih intervala od kojih bi kontinuum bio izgrađen kao *compositum reale*.

(A_T9) $\forall t_1 \forall t_2 \ldots \forall t_i \ldots (\exists t'(\wedge_{1 \leq i < \omega} t_i \prec t') \rightarrow$
$\rightarrow \exists t''(\wedge_{1 \leq i < \omega} t_i \prec t'' \wedge \neg \exists t'''(\wedge_{1 \leq i < \omega} t_i \prec t''' \wedge t''' \prec t'')))$
(A_T10) $\forall t_1 \forall t_2 \ldots \forall t_i \ldots (\exists t'(\wedge_{1 \leq i < \omega} t_i \succ t') \rightarrow$
$\rightarrow \exists t' \forall (\wedge_{1 \leq i < \omega} t_i \succ t'' \wedge \neg \exists t'''(\wedge_{1 \leq i < \omega} t_i \succ t''' \wedge t''' \succ t'')))$

Ova poslednja dva aksioma ćemo komentarisati zajedno, jer prvi govori o najmanjoj gornjoj a drugi o najvećoj donjoj granici u slučajevima kad gornja i donja granica uopšte postoje. Oni zajedno treba da obezbede ispunjenost drugog Kantorovog uslova kontinuiteta, koji smo gore pomenuli. Međutim, treba uočiti, pre svega, da Kantorove formulacije uslova kontinuiteta ne možemo neposredno preuzeti, pošto se one tiču kontinuuma kao skupa tačaka. Naime, kada je reč o tačkama, potrebno je i da svaka tačka beskonačnog i linearno uređenog skupa tačaka bude tačka nagomilavanja beskonačno mnogo tačaka toga skupa i da svako beskonačno nagomilavanje tačaka ima kao tačku nagomilavanja tačku koja pripada samom skupu o čijem je kontinuitetu reč. Kada pogledamo šta bi ovi uslovi značili u sistemu intervala, videćemo lako da se prvi uslov tiče onoga što je zajemčeno aksiomom (A_T8): kao što se između bilo koje dve tačke nalazi tačka, zbog čega je svaka tačka tačka nagomilavanja beskonačno mnogo tačaka, tako bilo koji interval sadrži u sebi interval kao pravi podinterval, zbog čega sadrži beskonačno mnogo intervala. I u sistemu tačaka i u sistemu intervala za formulaciju odgovarajućih aksioma dovoljan je običan jezik prvog reda, jer je nagomilavanje ili sadržavanje beskonačno mnogo elemenata tu *posledica* onoga što se eksplicitno tvrdi za bilo koja dva elementa.Međutim, za formulaciju drugog uslova potrebno je *eksplicitno* govoriti o beskonačnom skupu elemenata, bilo tačaka bilo intervala, za koje nešto treba da važi. U jednom sučaju reč je o beskonačnom nagomilavanju tačaka nagore ili nadole prema gornjoj ili donjoj graničnoj tački, a u drugom o beskonačnom nagomilavanju intervala nagore ili nadole prema intervalu koji predstavlja gornju ili donju granicu. Zato nam je, ako ne želimo da uvodimo nove promenljive i pređemo u jezik drugog reda, potreban infinitarni jezik, na kojem su (A_T9) i (A_T10) i formulisani. U prvom redu svakog od njih pretpostavlja se da gornja, odnosno donja granica uopšte postoje, a u drugom redu se tvrdi da onda postoji najmanja gornja, odnosno najveća donja granica. Važno je uočiti da je u sistemu tačaka tačka nagomilavanja jedinstvena tačka skupa koji će biti kontinuiran, dok je u sistemu intervala to ili *klasa ekvivalencije* svih intervala koji čineći *gornju granicu* imaju *zajednički početak* ili *klasa ekvivalencije* svih intervala koji čineći *donju granicu* imaju zajednički *završetak*.

Prelazimo sada na komponentu sistema **TM** koja se tiče logike događaja. Za početak, dok ne pređemo na modalni deo, dovoljni su ε, e, e_1, e_2,…, e_i,…, kao predikatska slova koja označavaju pojedinačne događaje (naročito značenje slova ε biće uskoro objašnjeno), i E, E_1, E_2,…, E_i,…, kao shematska slova koja mogu biti zamenjena konkretnim predikatima. Elementarne formule biće e(t_m) i bilo koja formula dobijena zamenom slova e nekim drugim predikatskim slovom i/ili promenljive t_m nekom drugom individualnom promenljivom ili konstantom. Biće pretpostavljeno veženje standardnih aksioma predikatskog računa.

Pošto, kao što je nagovešteno, želimo da govorimo o modalnostima koje su realnom svetu inherentne, to jest, da o tome šta je moguće ili nužno govorimo polazeći od nekog segmenta realnog sveta, sistem **TM** neće sadržavati posebnu modalnu komponentu, već će ponašanje modalnih i temporalnih operatora (koje ćemo odmah uvesti) biti međuzavisno. Zbog toga nijedan standardni modalni sistem – poput sistema K, T, S4 ili S5 – neće biti prosto inkorporiran u **TM** u svom netemporalnom obliku. Ni *pravilo necesitacije* neće važiti u svom nepromenjenom obliku, već samo kao temporalizovan analogon. Inače, u temporalizovanom analogonu, **TM** će (kao što ćemo videti kasnije) odgovarati sistemu S4.

Temporalno-modalna komponenta sadržaće dva standardna modalna i jedan nestandardni temporalni operator primenljiv na svaki interval. Pođimo od ovog poslednjeg. Označićemo ga sa $\{t_m\}$, pri čemu t_m može da bude zamenjeno bilo kojom drugom individualnom konstantom ili promenljivom. Prefiksiranjem dobro formirane formule bilo jednim modalnim ili temporalnim operatorom ili sa više njih dobija se dobro formirana formula. Što se tiče formula u kojima je glavni operator modalni, njih treba čitati na uobičajeni način: na primer, $\Box e(t_m)$ će značiti „nužno je da se e događa na t_m", a $\Diamond e(t_m)$ „moguće je da se e događa na t_m". Na uobičajeni način, operator $\Diamond$ je moguće uvesti kao notaciono skraćenje za $\neg\Box\neg$. Što se tiče formule A prefiksirane sa $\{t_m\}$, $\{t_m\}$A treba razumeti da znači „u svetu aktualizovanom na intervalu t_m, A je istinito". Slično tome, $\{t_m\}\Box$A će značiti „u svim svetovima dosezivim iz t_m, A je istinito", dok će $\{t_m\}\Diamond$A značiti „u nekim svetovima dosezivim iz t_m, A je istinito". Donekle anticipirajući semantiku sistema **TM**, možemo već sada reći da će intendirano vezivanje govora o modalnosti za istoriju realnog sveta zahtevati da se porekne status zatvorenih rečenica koje imaju istinosnu vrednost formulama u kojima je modalni operator van opsega temporalnog.

Pre nego što uvedemo aksiome koji se tiču objedinjenih komponenti sistema (temporalne i modalne), definišimo iscrpno, na rekurzivan način, dobro definisane formule sistema i pravila zaključivanja u sistemu **TM**.

Elementarne dobro formirane formule su:

– t_m R t_n, pri čemu R $\in$ {=, $\prec$, $\succ$, ⎨, $\cap$, $\subset$ };

– $e(t_m)$, i svaka formula dobijena iz ove zamenom e nekim drugim predikatskim slovom i/ili promenljive t_m nekom drugom konstantom ili promenljivom.

Dobro formirane formule su:

– sve elementarne dobro formirane formule;

– ako su A i B dobro formirane formule, onda su to i $\neg$A, (A$\wedge$B), (A$\vee$B), (A$\rightarrow$B), (A$\leftrightarrow$B);

– ako je A dobro formirana formula, onda su to i $\forall t_m$A i $\exists t_m$A, za t_m i bilo koju drugu promenljivu na mestu t_m;

– ako je A dobro formirana formula, onda su to i $\Diamond$A i $\Box$A;

– ako je A dobro formirana formula, onda je to i $\{t_m\}$A, za t_m i bilo koju drugu konstantu ili promenljivu na mestu t_m;

– ništa drugo osim navedenog nije dobro formirana formula.

Što se pravila izvođenja tiče, važiće *modus ponens* (MP), *generalizacija* (Gen) i *temporalna necesitacija* (TempNec), koja glasi:

$$\frac{\vdash \mathrm{A}}{\vdash \forall t_m\, (\{t_m\}\mathrm{A} \rightarrow \{t_m\}\Box \mathrm{A})}$$

TempNec će omogućiti izvođenje logičkih istina koje nužno važe u bilo kom aktualnom svetu.

U formulaciji temporalno-modalnih aksioma koristićemo sledeće tri definicije:

(D$_{\mathrm{EF}}$1) $\mathrm{Act}\,(t_m) =_{df.} \{t_m\}(\mathrm{E}(t_m) \vee \neg \mathrm{E}(t_m))$

(D$_{\mathrm{EF}}$2) $t_m \leq t_n =_{df.} t_m \prec t_n \vee t_m \subset t_n \vee t_m \cap t_n \vee \exists t_k\, (t_m \{ t_k \wedge t_n \{ t_k)$

(D$_{\mathrm{EF}}$3) $t_m < t_n =_{df.} t_m \leq t_n \wedge \neg \exists t_k\, (t_m \{ t_k \wedge t_n \{ t_k)$

Razumevanje ovih definicija ne bi trebalo da predstavlja problem. Prva nam kaže kada vremenski interval pripada istoriji realnog sveta, to jest, kada ćemo reći da je mogući svet aktualizvan na tom intervalu. Druga kaže kada ćemo reći da se dva intervala odnose tako da ili imaju zajednički završetak ili se prvi završava pre drugog. Treća kaže kada ćemo reći da se prvi od neka dva intervala završava pre drugog.

Sada ćemo, kao i gore kod aksioma koji su se ticali čisto temporalne komponente, navesti aksiome temporalno-modalne komponente sistema **TM** i to propratiti razjašnjenjima njihovog značenja i razloga za njihovo uvođenje.

$(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}1)\ \forall t_m \forall t_n\ (\mathrm{Act}(t_n) \rightarrow (\mathrm{E}(t_m) \leftrightarrow \{t_n\}\mathrm{E}(t_m))$

Ovaj aksiom jamči za to da sve što se desilo bude istinito u bilo kom aktualnom svetu (što obezbeđuje čitanje ekvivalencije sleva na desno), i da sve što se desilo može da se očita iz istina o bilo kom aktualnom svetu (kada se ekvivalencija čita sdesna na levo), što odgovara pomenutom Lajbnicovom *principu ogledanja*.

$(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}2)\ \forall t_m \forall t_n\ (\mathrm{Act}(t_n) \rightarrow (\{t_m\}\mathrm{A} \leftrightarrow \{t_n\}\{t_m\}\mathrm{A}))$

Slično prethodnom, ali sada s obzirom na iteraciju temporalnih operatora, aksiom obezbeđuje da sve istine o nekom aktualnom svetu važe o njemu u bilo kom drugom aktualnom svetu.

$(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}3)\ \forall t_n\ (\mathrm{Act}(t_n) \rightarrow (\neg\{t_n\}\mathrm{A} \leftrightarrow \{t_n\}\neg\mathrm{A})$

Ovaj aksiom garantuje konzistenciju i potpunost bilo kog aktualnog sveta, pri čemu implikacija sdesna na levo (u konsekvensu) isključuje mogućnost da i data formula i njena negacija budu istinite u bilo kom aktualnom svetu, dok implikacija sleva na desno obezbeđuje da je jedno od toga dvoga slučaj.

(A_{TM}4) $\forall t_n((A \rightarrow B) \rightarrow (\{t_n\}A \rightarrow \{t_n\}B))$

Ovaj aksiom obezbeđuje da bilo koji aktualni svet bude zatvoren za implikaciju, to jest, da ako nešto jeste istinito u svetu aktualizovanom na izvesnom intervalu, i sve njegove logičke posledice budu istinite u tom svetu.

(A_{TM}5) $\forall t_n (\{t_n\}A \rightarrow (\{t_n\}B \rightarrow \{t_n\}(A \wedge B)))$

Ovaj aksiom obezbeđuje valjanost temporalne adjunkcije.

(A_{TM}6) $\forall t_m \forall t_n (t_m \subset t_n \rightarrow (E(t_n) \rightarrow E(t_m))$

Ovaj aksiom treba nazvati *Prajorov aksiom* jer ga je prvi predložio Prajor na konferenciji u Obervolfahu 1969. godine. Njime se implicitno definiše holistički karakter događaja i obezbeđuje neprekidnost elementarnih događaja o kojoj smo govorili na početku ovog odeljka.

(A_{TM}7) $\forall t_n (Act(t_n) \rightarrow \varepsilon(t_n))$

Ako želimo da govorimo o svetu koji traje oduvek – što je svakako kontingentno ali što ćemo u osnovnoj verziju sistema **TM** pretpostaviti – potrebno nam je događanje koje, poput kretanja materije, oduvek neprekidno traje. To događanje označeno je grčkim slovom ε i za njega je aksiomom tvrđeno da traje oduvek, te da je tako nužan uslov aktualnosti bilo kojeg intervala.

(A_{TM}8) $\forall t_n\, (\neg \mathrm{Act}(t_n) \rightarrow \neg \mathrm{E}(t_n))$

Ovaj aksiom kaže da za bilo koji interval važi da ako nijedan mogući svet nije aktualizovan na njemu, na njemu se ništa ne događa.

(A_{TM}9) $\forall t_m\, \exists t_k\, \exists t_n\, (\mathrm{Act}(t_k) \wedge t_k \prec t_m \wedge t_m \prec t_n \wedge \neg \mathrm{Act}(t_n))$

Pošto, s jedne strane, pretpostavljamo da realni svet postoji oduvek, kao i da, s druge strane, njegova istorija nije definitivno završena i da uvek može da se nastavi, uvodimo ovaj aksiom, koji kaže da za bilo koji vremenski interval važi da postoji interval pre njega (ne nužno neposredno pre) na kome je neki mogući svet aktualizovan, kao i kasniji interval na kome nijedan svet nije aktualizovan. Ovde se vidi značaj pomenute preformulacije Kvajnovog slogana, prema kojoj je za kvantifikovanje dovoljno biti dobro individuiran.

(A_{TM}10) $\forall t_m\, (\mathrm{Act}(t_m) \rightarrow \exists t_n\, (t_m \leq t_n \wedge \forall t_k\, (\mathrm{Act}(t_k) \leftrightarrow t_k \leq t_n)))$

Ovim aksiomom se implicitno definiše *apsolutna sadašnjost* kao mesto nadovezivanja intervala koji nemaju nijedan podinterval u kojem se ništa ne dešava i intervala koji se na ove nadovezuju ali se ni na jednom njihom podintervalu ništa ne događa.

$(A_{TM}11)\ \forall t_m\ (\{t_m\}\Box A \rightarrow \forall t_n((\mathrm{Act}(t_n) \wedge t_m \leq t_n) \rightarrow$
$\rightarrow \{t_n\}A)$

Aksiomom se tvrdi da je sve što je nužno istinito u nekom aktualnom svetu istinito i u svakom svetu aktualizovanom jednovremeno ili kasnije, to jest, da su svi svetovi aktualizovani jednovremeno ili kasnije od datog sveta dosezivi iz njega.

$(A_{TM}12)\ \forall t_m\ (\{t_m\}\Box(A \rightarrow B) \rightarrow (\{t_m\}\Box A \rightarrow \{t_m\}\Box B))$

Aksiom kaže da ako je u aktualnom svetu A nužno istinito i striktno implicira B, onda i B mora biti istinito u tom svetu.

$(A_{TM}13)\ \forall t_m\ (\{t_m\}\Box A \rightarrow \{t_m\}\Box\Box A)$

Aksiomom se tvrdi da sve što je istinito u svim mogućim svetovima dosezivim iz datog aktualnog sveta mora ostati takvo u svakom mogućem svetu dosezivom iz ovih svetova.

$(A_{TM}14)\ \forall t_m (\{t_m\}E(t_m) \rightarrow \forall t_n\ ((t_m \leq t_n \wedge \mathrm{Act}(t_n)) \rightarrow$
$\{t_n\}\Box\ E(t_m)))$
$(A_{TM}15)\ \forall t_m (\{t_m\}\neg E(t_m) \rightarrow \forall t_n\ ((t_m \leq t_n \wedge \mathrm{Act}(t_n)) \rightarrow$
$\{t_n\}\Box\ \neg E(t_m)))$

Uzeti zajedno, poslednja dva aksioma tvrde neizmenjivost prošlosti.

$(A_{TM}16)\ \forall t_m\ (\mathrm{Act}(t_m) \rightarrow \forall t_n\ (t_m \prec t_n \rightarrow$
$\{t_m\}(\Diamond\ E(t_n) \wedge \Diamond\neg\ E(t_n))))$

Aksiom kaže da u odnosu na bilo koji aktualni interval, to jest, interval na kome je neki svet aktualizivan, važi da na bilo kom kasnijem intervalu neki događaj može da se desi kao što može da se ne desi, nezavisno od toga da li je neki svet na tom kasnijem intervalu aktualizovan ili nije. To znači da aktualizacija na kasnijem intervalu ne suspenduje modalnu istinu važeću u ranije aktualizovanom svetu.

$(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}17)\ \forall t_m \forall t_n ((\mathrm{Act}(t_m) \wedge t_m \cap t_n) \rightarrow (\{t_m\} \Diamond \mathrm{E}(t_n) \leftrightarrow \forall t_k ((t_k \subset t_m \wedge t_k \subset t_n) \rightarrow \mathrm{E}(t_k))))$

Ovim aksiomom se tvrdi da je, u slučaju dva intervala koja se preklapaju, mogućnost da se neki događaj desi na onom koji se završava kasnije uslovljena prethodnom aktualizacijom na preseku dva intervala.

4. SEMANTIKA SISTEMA **TM**

Na početku, samo kratko razjašnjenje vezano za upotrebu termina *rečenica*, *iskaz* i *istina*. *Rečenica* će biti tehnički termin koji ćemo ponekad koristiti da označimo dobro formiranu formulu u kojoj ili nema promenljivih ili je formula zatvorena u odnosu na sve promenljive. *Iskaz* će biti semanatički termin koji se odnosi na interpretaciju rečenice zahvaljujući kojoj ona postaje istinita ili lažna. Termin *istina* ćemo koristiti kao sinonim za *istinit iskaz*, pošto će biti zgodnije govoriti o *istinama u mogućem svetu* nego o *iskazima istinitim u mogućem svetu*.

4.1. Interpretacija formula $\mathrm{e}(\mathrm{t}_n)$ i $\neg\mathrm{e}(\mathrm{t}_n)$

Suprotno od intervala, koji mogu biti dobro individuirani i na praznom delu kontinuuma (kao, recimo, *sutra*) preko odnosa prema nekom aktualizovanom intervalu (recimo *juče*), susrešćemo se sa nesagledivim teškoćama ako pokušamo da i o događajima govorimo na ekstenzionalni način, pretpostavljajući neki univerzum govora preko koga bi promenljive koje se odnose na događaje prelazile.

Problem može da se prati sve do Diodora Krona (v. Prior 1957, str. 12-13). Želeći da govori o nužnim i mogućim događajima, Diodor je osetio da bi, za početak, morao da govori o događaju nezavisno od toga da li je on nužan ili moguć. Radi toga je vezao događaje za stvarnost i zahtevao da događaj, da bi bio događaj, mora da se *desi*, nezavisno od toga kada tačno. Zatim je postulirao da će se *nužnim* događajem smatrati onaj koji se dešava sada i dešavaće se uvek, dok će *mogući* događaj biti onaj koji se bilo dešava sada bilo će se desiti u budućnosti. Međutim, za nas je ova strategija ekstenzionalizacije događaja neupotrebljiva već zbog toga što bi u intendiranoj interpretaciji sistema **TM** trebalo da bude moguće reći da je neki događaj moguć nezavisno od toga da li će se ikada desiti.

Delimično slično načinu na koji je Diodor individuirao događaje, u atemporalističkoj teoriji vremena događaj pripada univerzumu govora ako je vanvremeno uparen sa intervalom na kojem se po pretpostavci događa. dok nejavljanje događaja na intervalu znači da događaj pripada univerzumu govora ali da nije uparen s intervalom o kojem je reč već s nekim drugim intervalom. Ali sistem individuacije događaja time nije rešen, pošto se različiti događaji mogu javljati na upravo istim intervalima.

Da bismo prethodni problem individuacije zaobišli koristeći se Karnapovom metodom ekstenzionalizacije (v. Carnap 1988, str. 1-68), morali bismo da govorimo o skupovima događaja unutar skupa svih mogućih događaja koji su takvi da dopuštaju da se bilo koja dva različita događaja dešavaju na istim intervalima u nekim ali ne i u svim mogućim svetovima. Međutim, takva individuacija bi pretpostavljala reifikaciju mogućih svetova protivno duhu sistema **TM**, nezavisno od toga što govoriti o skupu svih mogućih događaja, baš kao i o skupu svih mogućih svojstava, pripada tamnoj strani semantike jezika drugog reda.

S obzirom da želimo da mogući svetovi budu prosto svetovi *različito opisani*, možemo i ε, e, e_1, e_2,… tretirati *intenzionalno*, kao predikate standardne predikatske logike koji označavaju događaje opisive u običnom jeziku ili nekoj od specijalnih nauka, ne dopuštajući kvantifikaciju preko njih.

Neka e(t_n) znači da se prostorno dovoljno dobro specifikovan događaj e događa na intervalu t_n. Stipuliraćemo, shodno onom što smo rekli na početku treće glave, da to znači da e zauzima ceo t_n a ne samo neki njegov deo. Prajorovim aksiomom (A_{TM}6) obezbeđeno je da, ako je e(t_n) istinito, onda je istinito reći i da se e događa na svakom podintervalu od t_n. Jasno je onda i da će ¬e(t_n) biti istinito ako se e ne dešava na bar nekom podintervalu od t_n. Iz ovoga se vidi da jednostavni predikati koji se odnose na elementarne događaje imaju specijalni status u **TM**. Ako bismo uveli kompleksne predikate, uniformna supstitucija za njih ne bi važila. Na primer, ako ne bi bilo tačno da se e događa na intervalu t_n, moglo bi biti da se dešava na nekom njegovom podintervalu, zbog čega zamena jednostavnog predikata ‘e’ složenim predikatom ‘¬e’ u Prajorovom aksiomu ne bi čuvala istinosnu vrednost. Ali, obavezivanje na elementarnost događaja nije analogna fizičkom atomizmu, pošto ne postoji minimalno trajanje događaja (cf. Arsenijević 2002, str. 126ff.). Kao i u standarnom predikatskom računu, $e(t_n) \vee \neg e(t_n)$ će uvek biti istinito, s tim što će, ako postoji potpuno aktualizovani svet na t_n, ili $e(t_n)$ biti istinito a $\neg e(t_n)$ lažno ili $\neg e(t_n)$ istinito a $e(t_n)$ lažno, dok će u svakom drugom slučaju $\neg e(t_n)$ biti ono koje je istinito, naime, bilo zato što na celom t_n nema aktualizovanog sveta, bilo zato što ga nema na nekom njegovom podintervalu.

E sad, pošto u svakom aktualnom svetu neki pojedinačni događaj može da se nije dogodio, trebalo bi da sledi da bi moglo da bude da se u nekom aktualnom svetu uopšte ništa nije dogodilo! Ovakvo razdvajanje *aktualnosti* i *događanja* samo je po sebi kontraintuitivno, a sigurno nije nešto što bi odgovaralo duhu sistema **TM**. Zato, da bismo tako nešto predupredili, moramo zahtevati da se u bilo kom aktualnom svetu nešto događa. Međutim, pošto **TM** ne omogućava kvantifikovanje preko događaja, uvešćemo onaj specijalno designirani događaj ε za koji će važiti da se javlja u svakom aktualnom svetu i da prati pojavu bilo kog drugog događaja (v. aksiom $A_{TM}7$ i, dole, teoremu $Th_{TM}2$). U metafizici i fizici takvo događanje je često pretpostavljano, počev od jonskih fizičara. Na primer, vazduh je, kao osnovni element Anaksimenove fizike, u kretanju oduvek (ἐξ αἰῶνος) (Teophr. apud Simpl. *in Ph*. 24.26). Kod Anaksagore to nije bilo tako, već je postojao singularni događaj kojim kosmogonija počinje, a to bi bilo tako i u teoriji *big bang*, čime ćemo se, kao varijanti sistema **TM**, pozabaviti na kraju knjige.

4.2. Prefiksiranje formula sistema **TM** *temporalnim operatorom* $\{t_n\}$

Temporalnim operatorom $\{t_n\}$ (gde umesto t_n može stajati bilo koja druga konstanta ili promenljiva) može se prefiksirati bilo koja formula sistema. Operator zovemo temporalnim jer je reč o vremenskom intrvalu, navedenom u zagradama, kome se pridružuje *skup istinitih iskaza*, koji ćemo zvati *arhiv istina*. Tako će za bilo koju formulu A i interval t_n, $\{t_n\}$A biti formula čija će istinosna vrednost zavisiti isključivo od toga da li se A nalazi u arhivu istina pridruženom intervalu t_n.

Ako je reč o intervalu na kojem je neki mogući svet aktualizovan, takav interval ćemo skraćeno zvati *aktualni interval*, dok ćemo u slučaju da je reč o intervalu na kojem to nije slučaj, govoriti o *neaktualnom intervalu*. Iz aksioma apsolutne sadašnjosti ($A_{TM}10$) sledi da postoji jedinstveni trenutak (kao tačka nadovezivanja intervala) na vremenskoj osi takav da je svaki interval koji se završava ili pre tog trenutka ili upravo tim trenutkom *aktualan*, dok je bilo koji interval koji se završava kasnije *neaktualan* (čak i kada su neki njegovi podintervali aktualni). Intuitivno, o čitavom bloku koji obuhvata intervale koji prethode apsolutnoj sadašnjosti možemo govoriti kao o kompletnoj i nepromenljivoj prošlosti i zato ga nazvati *realnim svetom*. Svaki takav svet će predstavljati *model* interpretacije sistema **TM**.

Primere koje smo gore koristili (na primer *juče* kao primer za aktualan ili *sutra* kao primer za neaktualan interval) ne treba shvatiti tako kao da je pretpostavka toka vremena već od početka ugrađena u **TM**. Ako se setimo da *tok vremena* pretpostavlja *različita vremena*, primetićemo da je **TM** formulisan u *atemporalističkom jeziku* i da je njegova bitna karakteristika da ne sadrži *prajorovske vremenske operatore* koji se odnose na različita *vremena* (*tempora*). Pošto svaki model sistema sadrži interpretaciju aktualnosti, možemo reći da *model sistema* **TM** predstavlja jedinsven trenutak na atemporalistički definisanoj vremenskoj osi zajedno sa istorijom koja mu prethodi u skladu s Maktagartovom *B-serijom* događaja. Istorija realnog sveta se „ogleda“ na svakom intervalu, iz čije se *arhive istina* može „očitati“.

Ako je interval t_n neaktualan, njegov *arhiv* je prazan. U takvom slučaju će $\{t_n\}$A biti lažno za svaku formulu A. Čak ni *logičke istine*, koje su istinite *o* bilo kom intervalu, bio on aktualan ili neaktualan, nisu istinite *na* neaktulnom intervalu, svakako ne zato što bi formule kojima su izražene bile lažne, već zbog toga što je, po definiciji, arhiv neaktualnog intervala *prazan*. Ovaj jednostavan primer pokazuje da prefiksiranje operatorom $\{t_n\}$ nije trivijalna stvar, pošto utiče na istinosnu vrednost složene formule koja se dobija prefiksiranjem.

Šta, posle svega, tačno sadrže arhivi na aktualnim intervalima? Prvo, sadrže sve logičke istine i istine sistema **TM**. Što se tiče *činjeničkih istina*, za događaj e koji se u nekom nepraznom arhivu pojavljuje i neki interval t_n važi da se e na t_n ili javlja ili ne javlja. Zato svaki arhiv na aktualnom intervalu sadrži *sve istine* o tome da li su se događaji koji se u arhivu javljaju dogodili ili nisu dogodili bilo na samom tom intervalu bilo na intervalima koji mu prethode i koji su zato i sami aktualni. Međutim, arhiv takođe sadrži sve istine o događajima koji su se dogodili na intervalima koji se završavaju kasnije a koji su aktualni. Uz to, arhiv sadrži i istine koje tvrde da se nijedan od događaja nije pojavio na neaktualnim intervalima. Posledično, *neprazni arhivi* se *ne mogu* *međusobno razlikovati* s obzirom na *činjeničke istine* koje sadrže, što je nešto što je u skladu sa atemporalističkom teorijom vremena.

To što svaki arhiv sadrži istine o intervalima koji su *kasnije* aktualizovani može delovati kao *revizionistička teorija istorije*. Međutim, ako se o reviziji može govoriti, ona nije *komunističkog* tipa, pošto su kasnije istine samo *retrospektivno registrovane*, zbog čega je istorija samo *kompletirana*, a da nije pretpostavljeno niti da je *a priori* data niti da se može *menjati*.

Najzad, sistem dozvoljava da neprazni arhivi sadrže istine o *arhiviranju* na drugim aktualnim intervalima, što znači da će formule koje o tome govore sadržati *iterirane* temporalne operatore. Na primer, $\{t_n\}\{t_m\}A$ će značiti da arhiv na intervalu t_n sadrži formulu $\{t_m\}A$ koja kaže da se A nalazi u arhivu intervala t_m. Ali opet, ni takve formule ne pomažu da se razlikuju razni neprazni arhivi. Kao što ćemo uskoro videti, tek će *modalne istine*, koje se tiču *mogućeg* ili *nužnog* javljanja ili nejavljanja događaja, *varirati* od jednog do drugog aktualnog intervala i omogućiti da se ovi razlikuju upravo preko svojih arhiva.

4.3. Prefiksiranje formula sistema **TM** *modalnim operatorima*

U semantici modalnih logičkih sistema, za $\Box A$ se kaže da je istinito ako i samo ako je A istinito u svim dosezivim svetovima, dok je $\Diamond A$ istinito ako i samo ako postoji bar jedan dosezivi svet u kojem je A istinito. U standardnoj semantici mogućih svetova istinitost formule prefiksirane modalnim operatorom procenjuje se iz jednog jedinstvenog aktualnog sveta, zbog čega nije neophodno ukazivati na svet iz kojeg su dosezivi mogući svetovi dosezivi. Međutim, u interpretaciji sistema **TM** postoji jedan realan svet, ali beskonačno mnogo aktualnih, tako da su neki mogući svetovi dosezivi iz nekih aktualnih svetova ali ne iz drugih, što zavisi od toga šta se u međuvremenu dogodilo na intervalima na kojima su aktualni svetovi aktualizovani. Ako se, recimo, događaj e desio na intervalu t_n, onda je na nekom ranijem intervalu t_m bilo moguće da se e ne dogodi na t_n (prema aksiomu $A_{TM}16$), dok je na samom t_n ta mogućnost isključena (zahvaljujući aksiomu $A_{TM}14$). Tako postoji puko mogući svet u kojem se e nije dogodilo na t_n, koji je doseziv iz sveta aktualizovanog na t_m, ali ne i iz sveta aktualizovanog na t_n.

Činjenica da se arhivi istina na aktualnim intervalima razlikuju samo u pogledu *modalnih* istina znači da se razlike *u potpunosti* svode na to da su *različiti skupovi dosezivih mogućih svetova* povezani s njima. Sledstveno tome, formule s modalnim operatorom izvan dosega temporalnog neće biti zatvorane, to jest formule s određenom istinosnom vrednošću, pošto u takvim slučajevima nije specifikovano *koji* skup dosezivih svetova treba uzeti u obzir. U sistemu **TM** možemo smisleno govoriti o mogućnostima samo ako imamo u vidu šta se do izvesnog trenutka već aktualizovalo. Status formula poput □A i ◊A može se shvatiti analogno *otvorenim* formulama predikatskog računa, čija istinosna vrednost biva fiksirana tek određenim zatvorenjem univerzalnim ili egzistencijalnim kvantifikatorom. Formule u kojima se javljaju iterirani modalni operatori mogu biti evaluirane kao istinite ili lažne samo ako su nizovi modalnih operatora u celini u domenu temporalnog operatora. Tako ćemo *moći* da govorimo o puko mogućim svetovima dosezivim iz puko mogućih svetova, ali samo ako je *prvi* u lancu puko mogućih svetova doseziv iz nekog *aktualnog* sveta. Drugim rečima, govor o *mogućim mogućnostima*, *mogućim nužnostima*, *nužnim mogućnostima*, *nužnim nužnostima*, i tako dalje, mora biti *usidren* u *realnom svetu*.

4.4. Individuiranje mogućih svetova

Da bi e(t_n) i u aktualnom i neaktualnom ali mogućem svetu bilo interpretativno kao istinito ili lažno, potrebno je da tome prilagodimo Tarskijevu *diskvotacionalnu shemu* (cf. Arsenijević 2016, str. 57ff.). Koristeći poznati Tarskijev primer, možemo generalizovati pa reći:

> „sneg je beo" je istinito u svetu *w*, bilo da je aktualan bilo samo moguć, ako i samo ako je sneg u *w* beo.

Međutim, mada će bikondicional važiti u svakom slučaju, uzećemo da

> ako je *w* segment realnog sveta, onda je „sneg je beo“ istinito *zato što* je na odgovarajućem vremenskom intervalu u odgovarajućem aktualnom svetu kao segmentu *w* sneg *de facto* beo,

dok će

> ako *w* nije aktualan već samo mogući svet, sneg biti beo u *w zato što* je „sneg je beo“, po pretpostavci, jedna od *istinitih rečenica* s liste rečenica kojom je *w* opisan.

I onda, $\lozenge e(t_n)$ će značiti da se $e(t_n)$ nalazi među rečenicama kojima su neki dosezivi svetovi iz t_n opisani, dok će $\square e(t_n)$ značiti da se $e(t_n)$ nalazi među rečenicama koje opisuju sve svetove dosezive iz t_n.

Sad je glavni problem kako dovoljno dobro razlikovati moguće svetove s obzirom da su individuirani samo vremenski intervali preko čijeg skupa individualne promenljive prelaze, ali ne i skup događaja čije bi pripisivanje vremenskim intervalima kompletiralo opis nekog sveta.

Setimo se da u sistemu **TM** mi ne želimo da reifikujemo moguće svetove. Bilo bi nam dovoljno da dva sveta budu razlučiva s obzirom na neki događaj koji figuriše u njihovom opisu. S obzirom na tu svrhu, neće nam biti potreban pojam maksimalno konzistentnog skupa iskaza kojima je određeni mogući svet opisan, što je nešto o čemu i ne možemo govoriti bez pojma svih mogućih događaja. Biće nam dovoljna otvorena rekurzivno definljiva lista opisa sa sve većim ali uvek konačnim brojem događaja. Srećom, sami pojmovi *događaja* i *mogućeg sveta*, kako su shvaćeni u sistemu **TM**, omogućavaju da dobijemo ono što nam treba.

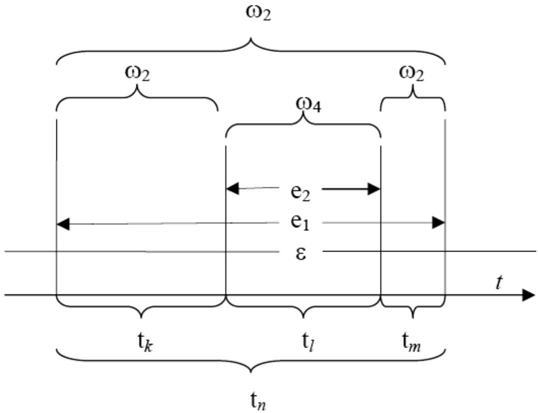
Dovoljno dobro individuiranje mogućih svetova izvešćemo u dva koraka. *Prvo*, uvešćemo rekurzivno međusobno ekskluzivne klase ekvivalencije mogućih svetova tako da se bilo koji član neke klase ekvivalencije razlikuje od bilo kog člana neke druge klase ekvivalencije u pogledu bar jednog dođaja koji figuriše u opisu svetova. Tako ćemo dobiti otvorenu listu skupova događaja koji se javljaju u opisima mogućih svetova. Ovi opisi (čije ekstenzije predstavljaju klase ekvivalencije o kojima je reč) označavaće *univerzalije* pripisive vremenskim intervalima kao *partikularijama*. *Drugi* korak u individuaciji mogućih svetova tiče se njihovih distribucija duž skupa vremenskih intervala. Mada će biti beskonačno mnogo takvih distribucija, bilo koja pojedinačna distribucija individuiraće jedinstven mogući svet kao *aktualizibilan* na nekom datom intervalu.

Pođimo od činjenice da postoji samo jedan designirani događaj, ε, za koji je pretpostavljeno da se događa u bilo kom svetu, aktualnom ili samo mogućem. To znači da nijedan drugi događaj nije neophodan da bi svet bio aktualan. Zato će *prva* klasa ekvivalencije mogućih svetova, ω_1, biti klasa svetova na kojima se jedino ε javlja. *Druga* klasa ekvivalencije mogućih svetova, ω_2, biće klasa u kojoj se, pored događaja ε, javlja još samo neki događaj e_1. *Treća* klasa ekvivalencije mogućih svetova, ω_3, biće klasa u kojoj se, pored ε, javlja još samo neki događaj e_2. *Četvrta* klasa ekvivalencije mogućih svetova, ω_4, biće klasa u kojoj se, pored ε, javljaju još samo e_1 i e_2, ako nisu inkompatibilni, dok će inače, ako su inkompatibilni, njihova kombinacija biti jednostavno izostavljena. *Sledeća* klasa ekvivalencije – ω_5, ako kombinacija e_1 i e_2 nije bila izostavljena a ω_4 ako jeste – biće klasa u kojoj se, pored ε, samo još neki događaj e_3 javlja. Ako je e_3 kompatibilno sa e_1 ali ne i sa e_2, *sledeća* klasa ekvivalencije – ω_6, ako kombinacija e_1 i e_2 nije bila izostavljena a ω_5 ako jeste – biće klasa u kojoj se, pored ε, javljaju još samo e_1 i e_3, i tako dalje, i tako dalje. Jasno je kako treba da rekurzivno nastavimo opisivanje međusobno razlučivih klasa ekvivalencije mogućih svetova. Trik se sastoji u tome da se, pošašvi od ε, ide od opisa koji sadrže manje ka opisima koji sadrže sve više i više događaja sve dok je to potrebno, ako ne za potpunu individuaciju jednog mogućeg sveta, a ono za njegovu *razlučivost*, kao člana klase ekvivalencije mogućih svetova, od bilo kog događaja koji ne pripada toj klasi.

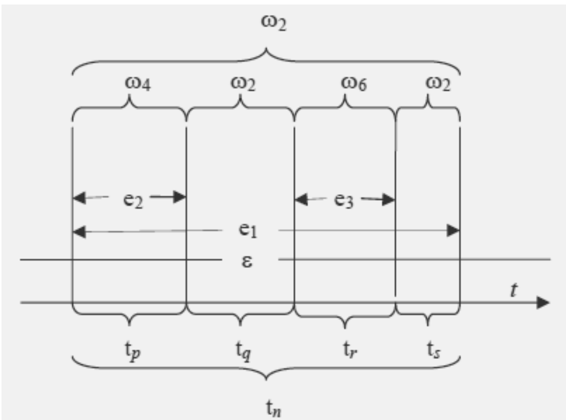
Kao drugi korak u individuiranju mogućih svetova, bilo koji *pojedinačan* svet iz klase ekvivalencije mogućih svetova dobićemo tako što ćemo deskripciju čija je ekstenzija data klasa ekvivalencije povezati sa jednim ili više vremenskih intervala.

Ako je jedan mogući svet aktualizovan na određenom intervalu, *nijedan drugi* svet iz bilo koje druge klase ekvivalencije ne može biti aktualizovan na tom istom intervalu, i to je ono što moguće svetove povezane sa vremenskim intervalima čini *dobro individuiranim*. Međutim, neki svet iz druge klase ekvivalencije *može* biti aktualizovan na bilo kom (pravom) podintervalu intervala na kome je svet o kome govorimo aktualizovan, što znači da za aktualizaciju mogućih svetova *analogon* Prajorovog aksioma *ne važi*. Naime, ako se događaj desio na nekom intervalu, on se desio, shodno Prajorovom aksiomu, i na svakom podintervalu, dok, ako je opis mogućeg sveta zadovoljen na nekom intervalu, on samo može ali i ne mora biti zadovoljen i na nekom od podintervala. Jedino što važi je to da, ako je mogući svet aktualizovan na nekom intervalu, *samo jedna* od raznih *distribucija* opisa duž njegovih podintervala može biti istinita (vidi dijagrame).

Dijagrami predstavljaju dve različite distribucije duž intervala t_n, na kome je svet klase ekvivalencije ω_2 aktualizovan. U prvom slučaju, zahvaljujući tome što se e_2 desilo na podintervalu t_l, svet iz klase



Dijagram 1



Dijagram 2

ω_4 je aktualizovan na njemu, čega je posledica da je svet iz klase ω_2, osim na intervalu t_n, aktualizovan i na t_k i t_m, dok u drugom slučaju, zahvaljujući tome što se e_2 desilo na t_p a e_3 na t_r, svet iz klase ω_4 biva aktualizovan na t_p a svet iz klase ω_6 na t_r, čega je posledica da je svet iz klase ω_2, osim na intervalu t_n, aktualizovanom i na t_q i na t_s.

Važno je primetiti da, dok je samo jedna distribucija opisa moguća kad govorimo o aktualnim intervalima, to nije tako kad govorimo o neaktualnim intervalima. Naime, i kad je neki svet iz ω_2 aktualizovan na t_n prema nekom od dva dijagrama, ostaje da važi da je na intervalima pre t_n bilo moguće da se e_2 desi na t_l ili t_p, ili da se e_3 desi na t_r.

Takođe je važno uočiti da lista klasa ekvivalencije služi samo tome da individuira moguće svetove posle pridruživanja njihovih članova određenim intervalima, što *ne znači* da su jedine istine o intervalu one koje se tiču javljanja događaja koji se pominju u opisu sveta povezanog s datim intervalom. Tako, iako e_2 i e_3 ne figuriraju u opisu čija je ekstenzija ω_2, posle distribucije opisa prema *dijagramu 2*, ne samo $\varepsilon(t_n)$ i $e_1(t_n)$ već i $\neg e_2(t_n)$, $\neg e_3(t_n)$ i neodređeno mnogo drugih negativnih tvrđenja bivaju istinite *o* svetu iz ω_2 pridruženom t_n. Ako je taj svet aktualan, raznorazna *negativna* tvrđenja će biti istinita *u* njemu, pošto u tom slučaju t_n ima neprazan arhiv. Slično tome, razne *modalne* istine će biti istine *o* ili istine *u* svetu iz ω_2 pridruženom t_n, već zavisno od toga da li je interval aktualan ili nije i od toga kako su drugi mogući svetovi raspoređeni duž vremenskih intervala. Glavna stvar je što smo uspeli da individuiramo moguće svetove uzimajući u obzir samo događaje koji se pominju u elementarnim formulama, zaobilazeći sve ostale formule koje iskazuju istine *o* ili *u* njima.

Činjenica da je lista klasa ekvivalencije otvorena znači da, mada bilo koji opis po kojem se klase ekvivalencije razlikuju sadrži konačan broj pomenutih događaja, nema najvećeg broja događaja koji se mogu upotrebiti za razlikovanje klasa mogućih svetova. Štaviše, možemo koristiti događaje koji se nikad nisu desili i koji se možda nikad ni neće desiti. Mada i već po sebi značajna, ova činjenica može da doprinese pravilnom razumevanju *revizije arhiva istina*. Na primer, ne bismo rekli da je *bacanje atomske bombe* bio događaj na listi opisa mogućih svetova u vreme kad je živeo Sokrat. Međutim, bacanje atomske bombe se ne samo desilo 6. i 9. avgusta 1945. godine, već je i pre toga, recimo 5. avgusta iste godine, taj događaj mogao da bude (i trebalo da bude) na listi događaja koji opisuju mogući svet, mada nepridružen jednom određenom vremenskom intervalu. Ali onda bi trebalo reći da je *bacanje atomske bombe* bio događaj moguć i pre nego što su ljudi o tome mogli da govore. Zato, iako je tačno da je *bacanje atomske bombe* bio događaj *praktično nemoguć* u vreme kada je živeo Sokrat, ne znači da se arhiv istina vremena u kome je živeo Sokrat ne sme dopuniti istinom o takvom mogućem događaju.

Poslednji primer pokazuje šta se, kao stvar kontingentnosti, mora ostaviti tek za eventualnu primenu sistema kada se uzme u obzir konkretna istorija realnog sveta. Neke stvari se mogu reći *a priori*, ako slede već iz samog opisa mogućeg sveta. Na primer, pri izlaganju rekurzivnog opisivanja klasa ekvivalencije mogućih svetova nužan je uslov bio da događaji koji figurišu u opisu određene klase budu kompatibilni. Tako su, mada samo kontrarni, *neprekinuto kišni* i *neprekinuto sunčani dan* inkompatibilni, te ne mogu da figurišu u opisu mogućeg sveta. Međutim, postoje razne druge inkompatibilnosti koje tek slede iz određenih naučnih teorija, kao što su one koje se javljaju u kvantnoj mehanici u vezi s distantnim korelacijama. Lista klasa ekvivalencije opisa mogućih svetova sasvim je načelnog karaktera i samo pokazuje kako se mogući svetovi mogu učiniti razlučivim a da se ne reifikuju ni eksplicitno, kao u modalnom realizmu, ni implicitno, putem korišćenja pojma maksimalno neprotivrečnog skupa iskaza.

Poslednja dva dijagrama ilustruju ono što je rečeno o odsustvu analogona Prajorovog aksioma u slučaju mogućih svetova. Dok se inkompatibilni elementarni događaji ne mogu javiti na dva intervala koji se preklapaju ili od kojih je jedan uključen u drugi, ako je svet aktualan na nekom intervalu to nipošto ne znači da od njega različiti svetovi ne mogu biti aktualizovani na njegovim podintervalima, iako na svakom intervalu može da bude aktualizovan samo jedan mogući svet.

4.5. Kombinovanje vremenskog i modalnog operatora

Kao što je već pomenuto, arhivi na aktualnim intervalima ne sadrže samo faktičke već i modalne istine, dakle ne samo istine o tome šta se dogodilo ili nije dogodilo na nekom intervalu već i istine o tome šta je moglo ili još uvek može da se dogodi na njemu. U stvari, kao što je takođe već rečeno, arhivi se i razlikuju jedino po tome šta govore o raznim modalitetima. Videli smo da $\{t_m\}\Diamond A$ i $\{t_m\}\Box A$ tvrde da arhiv na t_m sadrži istinu o tome da je u nekom, odnosno u svakom dosezivom svetu A istinito. Dodajmo ovome još neka razjašnjenja.

Podsetimo se da je vodeća ideja pri koncipiranju sistema **TM** bila da se izbegne logički determinizam. Za to bi trebalo da sistem omogućava postojanje toka vremena, čak i ako je jezik u kome je sistem formulisan atemporalistički. Isključenje logičkog determinizma je obezbeđeno uvođenjem poslednja dva aksioma, kojima se tvrdi da u svakom aktualnom svetu za bilo koji događaj važi i da može da se desi i da može da se ne desi na bilo kojem kasnijem intervalu, bez obzira da li je ovaj aktualan ili ne. Međutim, ako se događaj javio na nekom intervalu, u svim arhivima aktualnih intervala koji se završavaju kasnije stajaće da je nužno da se javio, što važi, *mutatis mutandis*, ako se događaj na intervalu o kojem je reč nije dogodio, naime, stajaće da je nužno da se nije dogodio. Zato će, ako su t_m i t_n dva aktualna intervala takva da prvi prethodi drugom i da se, recimo, događaj e_1 javio na t_m a e_2 na t_n, sve sledeće formule biti istinite: $\{t_m\}e_1(t_m)$, $\{t_m\}e_2(t_n)$, $\{t_n\}e_1(t_m)$, $\{t_n\}e_2(t_n)$, $\{t_m\}\Box e_1(t_m)$, $\{t_n\}\Box e_1(t_m)$, $\{t_n\}\Box e_2(t_n)$, $\{t_m\}\Diamond e_2(t_n)$ i $\{t_m\}\Diamond\neg e_2(t_n)$. Poslednja formula kaže da je $\Diamond\neg e_2(t_n)$ arhivirano na t_m, to jest, da postoji puko mogući svet doseziv iz sveta aktualizovanog na t_m koji je opisan, pored ostalog, i rečenicom $\neg e_2(t_n)$. Nazovimo taj svet w_1. Svet w_1 je puko mogući svet, pošto je, po pretpostavci, istinito $\{t_n\}e_2(t_n)$, to jest, u jedinstvenom svetu koji je aktualan na t_n, važi $e_2(t_n)$ a ne $\neg e_2(t_n)$. Pošto je svet w_1 doseziv iz sveta koji je aktualizovan na t_m, a u kojem je $\Box e_1(t_m)$ istinito, $e_1(t_m)$ je takođe među rečenicama koje definišu w_1. Istim rezonovanjem možemo zaključiti da sve činjeničke istine o događanju ili nedogađanju događaja na intervalima koji se završavaju kasnije od t_m moraju važiti i u w_1: cela faktička istorija koja se završava završetkom intervala t_m sačuvana je u w_1 zahvaljujući dosezivosti iz t_m. Tako možemo reći da $\{t_m\}\Diamond\neg e_2(t_n)$ predstavlja *mogući segment produžetka istorije realnog sveta* završno sa t_m na kom se e_2 ne javlja na t_n. Realna istorija se ispostavila drukčijom, pošto se e_2 dogodilo na t_n, ali iz perspektive sveta kakav je bio na t_n i pre toga, još uvek je istinito da je bilo moguće da istorija krene drugim putem.

Generalizujući primer, istinosni uslovi za $\{t_m\}\Diamond A$ i $\{t_m\}\Box A$ se mogu i ovako odrediti: $\{t_m\}\Diamond A$ je istinito ako i samo ako postoji mogući produžetak istorije realnog sveta počev od t_m na kome je A istinito, dok je $\{t_m\}\Box A$ istinito ako i samo ako svaki mogući produžetak istorije koja sa istorijom realnog sveta koincidira do završetka t_m sadrži A kao istinito. Sledeći odeljak će pokazati neke nove aspekte iteracije temporalnih i modalnih operatora razjašnjenjem relacije dosezivosti.

4.6. Relacija dosezivosti

U standardnoj semantici mogućih svetova relacija dosezivosti R predstavlja binarnu relaciju na skupu mogućih svetova W. Takva definicija može biti problematična u slučaju mogućih svetova koji su, kao gore, definisani preko *otvorene* liste rekurzivno definisanih mogućih svetova. Ali, na skupu aktualnih svetova, koji čine pravi podskup od W, gde je skup događaja dat samom činjenicom da su se svi događaji već dogodili, jasno je da je relacija R refleksivna i tranzitivna, za šta je dovoljno da se dobiju temporalni analogni aksiomi karakteristični za sisteme T i S4: ($Th_{TM}9$) i ($A_{TM}13$). Međutim, temporalni analogon sistema S5, koji bi bio izražen formulom $\forall t_m (\{t_m\}\Diamond A \rightarrow \{t_m\}\Box\Diamond A)$, može se direktno dokazati kao neistinit u **TM.** Naime, pretpostavimo da se gogađaj e javlja na t_n. Tada, u aktualnom svetu na nekom intervalu koji je raniji od t_m, $\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ važi (prema aksiomu $A_{TM}16$), dok $\{t_m\}\Box\Diamond\neg e(t_n)$ ne važi, pošto je svet aktualizovan na t_n nedoseziv iz sveta aktualizovanog na t_n (prema aksiomu $A_{TM}11$), te je u tom svetu $\{t_n\}\neg\Diamond\neg e(t_n)$ istinito (što sledi iz $A_{TM}14$).

Iz datog aktualnog sveta, svi su aktualni svetovi s kasnijim završetkom dosezivi. Što se tiče puko mogućih svetova, oni su jedan iz drugog dosezivi ako postoji lanac dosezivosti koji vodi od nekog aktualnog sveta do prvog od puko mogućih svetova o kojima je reč. Ako je puko mogući svet *w* doseziv iz sveta aktualizovanog na intervalu t_n, onda će sve što se tiče istorije realnog sveta do završetka t_n važiti ne samo u *w* već i u svakom svetu dosezivom iz *w*, i takođe u svakom svetu dosezivom iz sveta dosezivog iz *w*, i tako dalje, i tako dalje. U stvari, zahvaljujući aksiomu ($A_{TM}13$), svaki od ovih svetova će biti doseziv i iz sveta aktualizovanog na t_n, zbog čega će svaki predstavljati mogući produžetak istog segmenta istorije realnog sveta.

5. NAJZNAČAJNIJE TEOREME SISTEMA **TM**

Navešćemo i dokazati najvažnije teoreme sistema **TM** i kratko objasniti njihov smisao.

$(\mathrm{Th}_{\mathrm{TM}}1)\ \forall t_n (\mathrm{Act}(t_n) \leftrightarrow \varepsilon(t_n))$

Dokaz. Čitanje implikacije s leve na desnu stranu predstavlja aksiom ($\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}7$), a istinitost čitanja s desne na levu stranu sledi po kontrapoziciji iz aksioma ($\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}8$).

Teorema tvrdi da je javljanje specijalno designiranog događaja ε na nekom intervalu i nužan i dovoljan uslov aktualnosti intervala.

$(\mathrm{Th}_{\mathrm{TM}}2)\ \forall t_n (\mathrm{E}(t_n) \rightarrow \varepsilon(t_n))$

Dokaz. Pretpostavimo da se događaj e javlja na intervalu t_n, što znači da je (1) $e(t_n)$ istinito. Iz (1) i ($\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}8$) sledi (2) $\mathrm{Act}(t_n)$, što zajedno sa ($\mathrm{Th}_{\mathrm{TM}}1$) implicira (3) $\varepsilon(t_n)$.

Teorema kaže da je pojava bilo kojeg događaja na nekom intervalu praćena pojavom designiranog događaja ε.

$(\mathrm{Th_{TM}}3)\ \forall t_n (\neg \mathrm{Act}(t_n) \rightarrow \neg \{t_n\}\mathrm{A})$

Dokaz. Pretpostavimo da interval t_n nije aktualan, znači (1) $\neg\mathrm{Act}(t_n)$, i da njegov arhiv, suprotno tvrđenju konsekvensa, sadrži formulu A, što znači (2) $\{t_n\}\mathrm{A}$. Pošto svaka formula implicira bilo koju logičku istinu, sledi da za neki događaj e važi (3) $\mathrm{A}\rightarrow(\mathrm{e}(t_n)\vee\neg\mathrm{e}(t_n))$. Kako je svaki arhiv zatvoren pod implikacijom ($\mathrm{A_{TM}}4$), (2) i (3) impliciraju (4) $\{t_n\}(\mathrm{e}(t_n)\vee\neg\mathrm{e}(t_n))$, što znači da t_n, suprotno pretpostavci (1), mora biti aktualan interval.

Teoremom se tvrdi da neaktualni intervali nemaju istoriju: nijedna istina nije arhivirana na njima.

$(\mathrm{Th_{TM}}4)\ \forall t_n (\{t_n\}\mathrm{A} \rightarrow \neg\{t_n\}\neg\mathrm{A})$

Dokaz. Tvrđenje teoreme direktno sledi iz aksioma ($\mathrm{A_{TM}}3$).

Teorema pokazuje specifičnu vrstu auto-dualnosti temporalnog operatora.

$(\mathrm{Th_{TM}}5)\ \forall t_n (\mathrm{E}(t_n) \leftrightarrow \{t_n\}\mathrm{E}(t_n))$

Dokaz. Ako je t_n aktualni interval, teorema sledi direktno iz aksioma ($\mathrm{A_{TM}}1$), dok, ako nije, za neki dati događaj e ne važi ni $\mathrm{e}(t_n)$ (v. $\mathrm{A_{TM}}8$) ni $\{t_n\}\mathrm{e}(t_n)$ (v. $\mathrm{Th_{TM}}3$), što znači da su $\mathrm{e}(t_n)$ i $\{t_n\}\mathrm{e}(t_n)$ ekvivalentni.

Teoremom se tvrdi da se događaj dogodio na nekom intervalu ako i samo ako se nalazi u arhivu istina datog intervala.

$(\mathrm{Th_{TM}}6)\ \forall t_n (\{t_n\}(\mathrm{A}\vee\mathrm{B}) \leftrightarrow (\{t_n\}\mathrm{A}\vee\{t_n\}\mathrm{B}))$

Dokaz. Dokažimo prvo implikaciju sleva na desno. Pretpostavimo da za interval t_n važi (1)

$\{t_n\}(A \vee B)$ i da su istiniti i (2) $\neg\{t_n\}A$ i (3) $\neg\{t_n\}B$. Prema teoremi ($Th_{TM}3$), (1) implicira da je interval t_n aktualan, znači (4) $Act(t_n)$. Primenom aksioma ($A_{TM}3$) na (4) i (2), dobijamo (5) $\{t_n\}\neg A$, a onda, analogno, primenom na (4) i (3), dobijamo (6) $\{t_n\}\neg B$. Zatim, primena aksioma temporalne adjunkcije ($A_{TM}5$) na (5) i (6) daje (7) $\{t_n\}(\neg A \wedge \neg B)$, što zajedno s logičkom istinom $(\neg A \wedge \neg B) \rightarrow \neg(A \vee B)$ i aksiomom ($A_{TM}4$) implicira (8) $\{t_n\}\neg(A \vee B)$. Iz (4) i (8) po aksiomu ($A_{TM}3$) sledi (9) $\neg\{t_n\}(A \vee B)$, što pak protivreči pretpostavci (1). Stoga, (2) i (3) ne mogu oboje biti istiniti, već ili važi $\{t_n\}A$ ili $\{t_n\}B$. E sad, da bismo dokazali implikaciju u obrnutom smeru, pretpostavimo da je (10) $\{t_n\}A \vee \{t_n\}B$ istinito na intervalu t_n. Prvi disjunkt iz (10) implicira (11) $\{t_n\}(A \vee B)$ zahvaljujući istinitosti $A \rightarrow (A \vee B)$ i aksioma ($A_{TM}4$), dok drugi vodi istom zaključku preko $B \rightarrow (A \vee B)$ i ($A_{TM}4$).

Teoremom se tvrdi da je temporalni operator distributivan kroz disjunkciju.

($Th_{TM}7$) $\forall t_n\, (\{t_n\}(A \wedge B) \leftrightarrow (\{t_n\}A \wedge \{t_n\}B))$

Dokaz. Implikacija na desno je direktno izvodiva iz aksioma ($A_{TM}4$) i logičke istine da konjunkcija implicira bilo koji konjunkt, dok je u suprotnom smeru direktna posledica aksioma ($A_{TM}5$).

Teoremom se tvrdi da je temporalni operator distributivan kroz konjunkciju.

($Th_{TM}8$) $\forall t_m \forall t_n\, ((t_m \leq t_n \wedge Act(t_n)) \rightarrow Act(t_m))$

Dokaz. Neka su t_m i t_n dva intervala za koje je (1) $t_m \leq t_n \wedge Act(t_n)$ istinito. Drugi konjunkt iz (1) zajedno sa ($A_{TM}10$) implicira da postoji interval t_k takav da (2) $t_n \leq t_k \wedge \forall t_l (Act(t_l) \leftrightarrow t_l \leq t_k)$ važi. Iz temporalne komponente sistema i ($D_{EF}2$) znamo da je binarna relacija $\leq$ u domenu intervala tranzitivna, što zajedno s prvim konjunktima iz (1) i (2) daje (3) $t_m \leq t_k$. Iz (3) i prvog konjunkta u (2) dobijamo (4) $Act(t_m)$.

Teorema tvrdi da bilo koji interval koji se završava jednovremeno ili pre intervala koji je aktualan i sam mora biti aktualan.

($Th_{TM}9$) $\forall t_n (\{t_n\}\Box A \rightarrow \{t_n\}A)$

Dokaz. Ova teorema je specijalan slučaj aksioma ($A_{TM}11$).
Teoremom se tvrdi da, ako je A nužna istina o nekom aktualnom svetu, ona mora biti istinita u tom svetu.

($Th_{TM}10$) $\forall t_n (\{t_n\}A \rightarrow \forall t_m (t_m \leq t_n \rightarrow \{t_m\}\Diamond A))$

Dokaz. Pretpostavimo da je (1) $\{t_n\}A$ istinito na intervalu t_n. Prema teoremi ($Th_{TM}3$), t_n mora biti aktualan interval, što znači da (2) $Act(t_n)$ važi. Neka je interval t_m takav da važi (3) $t_m \leq t_n$. Tada, po teoremi ($Th_{TM}8$) sledi da je (4) $Act(t_m)$. Pretpostavimo sada da (5) $\neg\{t_m\}\Diamond A$. Onda, (4) i (5) impiciraju (6) $\{t_m\}\Box\neg A$, što pak zajedno sa aksiomom ($A_{TM}11$) daje (7) $\{t_n\}\neg A$, što protivreči pretpostavci (1).

Teorema kaže da, ako arhiv nekog intervala sadrži formulu A, onda svaki arhiv intervala s ranijim završetkom dozvoljava mogućnost da A bude istinito.

$(\mathrm{Th}_{\mathrm{TM}}11)\ \forall t_n (\mathrm{Act}(t_n) \rightarrow \{t_n\}\neg(\Diamond \mathrm{E}(t_n) \wedge \Diamond\neg \mathrm{E}(t_n)))$

Dokaz. Razmotrimo neki određeni događaj e uz pretpostavku da je interval t_n aktualan. Iz $(\mathrm{D}_{\mathrm{EF}}1)$ sledi (1) $\{t_n\}(e(t_n) \vee \neg e(t_n))$. Po teoremi $(\mathrm{Th}_{\mathrm{TM}}6)$ dobijamo (2) $\{t_n\}e(t_n) \vee \{t_n\}\neg e(t_n)$. Pretpostavimo sad da je prvi disjunkt u (2) istinit, to jest da važi (3) $\{t_n\}e(t_n)$. Tada nam $(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}14)$ daje (4) $\{t_n\}\Box e(t_n)$. Pošto prema $(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}4)$ važi (5) $\Box e(t_n) \rightarrow (\Box e(t_n) \vee \Box\neg e(t_n))$, iz (4) i (5) dobijamo (6) $\{t_n\}(\Box e(t_n) \vee \Box\neg e(t_n))$. Tako, ako je (3) istinito i (6) mora biti. Pretpostavimo sad da je drugi disjunkt iz (2) istinit, to jest da važi (7) $\{t_n\}\neg e(t_n)$. Tada, prema aksiomu $(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}15)$ dobijamo (8) $\{t_n\}\Box\neg e(t_n)$. I najzad, pošto važi (9) $\Box\neg e(t_n) \rightarrow (\Box e(t_n) \vee \Box\neg e(t_n))$, $(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}4)$ nam ponovo daje (6), tako da, zamenjujući u (6) $\Box$A sa $\neg\Diamond\neg$A i primenjujući De Morganova pravila možemo izvesti $\{t_n\}\neg(\Diamond e(t_n) \wedge \Diamond\neg e(t_n))$.

Teorema kaže da, ako je svet aktualizovan na nekom intervalu, njegov arhiv ne može sadržati iskaz da je moguće i da se neki događaj javlja i da se ne javlja na tom intervalu.

$(\mathrm{Th}_{\mathrm{TM}}12)\ \forall t_m \forall t_n ((\mathrm{Act}(t_m) \wedge \neg \mathrm{Act}(t_n)) \rightarrow (\{t_m\}\Diamond \mathrm{E}(t_n) \leftrightarrow \forall t_k ((t_k \subset t_m \wedge t_k \subset t_n) \rightarrow \mathrm{E}(t_k))))$

Dokaz. Pretpostavimo da je t_m aktualan interval a da t_n nije, što znači da (1) $\mathrm{Act}(t_m) \wedge \neg\mathrm{Act}(t_n)$ važi. Iz prvog konjunkta u (1) i aksioma $(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}10)$ sledi da postoji interval t_k takav da važi i (2) $t_m \leq t_k$ i (3) $\forall t_l (\mathrm{Act}(t_l) \leftrightarrow t_l \leq t_k)$. Sada, (3) zajedno sa drugim konjunktom iz (1) daje (4) $t_k < t_n$. Ako t_m i t_n ne daju prazan presek, tvrđenje teoreme sledi iz (1), (4) i aksioma ($A_{TM}16$); ako je presek prazan, tvrđenje se može izvesti iz istih pretpostavki i aksioma ($A_{TM}17$).

Teorema kaže da u svetu aktualizovanom na nekom datom intervalu bilo koji događaj može da se desi na intervalu na kome još nijedan svet nije aktualizovan, pod uslovom da se, ukoliko je reč o intervalu koji sadrži podinterval koji je aktualan, na njemu događaj dogodio.

($Th_{TM}13$) $\forall t_k \forall t_m \forall t_n ((t_k \prec t_m \wedge t_m \prec t_n \wedge \mathrm{Act}(t_n) \wedge \wedge \neg \mathrm{E}(t_m)) \rightarrow (\{t_n\} \Box \neg \mathrm{E}(t_m) \wedge \{t_n\}\{t_k\} \Diamond \mathrm{E}(t_m)))$

Dokaz. Pretpostavimo da je antecedens istinit za intervale t_k, t_m i t_n i događaj e. Prema temporalnoj komponenti sistema, iz (1) $t_k \prec t_m \wedge t_m \prec t_n$ sledi (2) $t_k \prec t_n$. Pošto je t_n aktualan interval, to moraju biti i t_k i t_m (v. $Th_{TM}8$). Tako, ($A_{TM}1$) zajedno s trećim konjuktom antecedensa daje (3) $\neg\{t_m\}e(t_m)$. Pošto je t_m aktualan interval, njegov je arhiv kompletan (v. $A_{TM}3$), odakle sledi da važi (4) $\{t_m\}\neg e(t_m)$. Sad, s jedne strane, pošto je $t_m \prec t_n$ a t_n je aktualan interval, pomoću ($A_{TM}15$) dobijamo (5) $\{t_n\}\Box\neg e(t_m)$. S druge strane, pošto je t_k aktualan interval a $t_k \prec t_m$, ($A_{TM}16$) nam daje (6) $\{t_k\}(\Diamond e(t_m) \wedge \Diamond\neg e(t_m))$. Dalje, (7) $(\Diamond e(t_m) \wedge \Diamond\neg e(t_m)) \rightarrow \Diamond e(t_m)$ i ($A_{TM}4$) s obzirom na arhiv intervala t_k daje (8) $\{t_k\}\Diamond e(t_m)$. I najzad, pomoću ($A_{TM}2$) dobijamo (9) $\{t_n\}\{t_k\}\Diamond e(t_m)$.

Teorema pokazuje kondicionalni karakter nužnosti, a što su srednjovekovni logičari zvali *necessitas per accidens*, u nameri da kažu kako se realne mogućnosti gube protokom vremena.

$(\mathrm{Th_{TM}}14)\ \forall t_m \forall t_n\ ((\mathrm{Act}(t_m) \wedge \neg\mathrm{Act}(t_n)) \rightarrow \neg\{t_m\}\{t_n\}\mathrm{A})$

Dokaz. Neka su t_m i t_n dva intervala takva da je neki svet aktualizovan na prvom, ali nijedan nije aktualizovan na drugom, što znači da važi (1) $\mathrm{Act}(t_m) \wedge \neg\mathrm{Act}(t_n)$. Drugi konjunkt iz (1) implicira, putem teoreme ($\mathrm{Th_{TM}}3$), da važi (2) $\neg\{t_n\}\mathrm{A}$. Primenom aksioma ($\mathrm{A_{TM}}2$) na (2), zajedno s prvim konjuktom iz (1), dobijamo (3) $\neg\{t_m\}\{t_n\}\mathrm{A}$.

Teorema kaže da nijedan arhiv na nekom aktualnom intervalu ne sadrži nijedan iskaz o arhiviranju bilo čega na neaktualnom intervalu.

$(\mathrm{Th_{TM}}15)\ \forall t_m \forall t_n\ ((t_m \prec t_n \wedge \mathrm{E}(t_n)) \rightarrow \{t_n\}\{t_m\}\mathrm{E}(t_n))$

Dokaz. Pretpostavimo da (1) $t_m \prec t_n \wedge e(t_n)$ važi za intervale t_m i t_n i događaj e. Iz drugog konjunkta iz (1) i aksioma ($\mathrm{A_{TM}}8$) sledi (2) $\mathrm{Act}(t_n)$, što zajedno s teoremom ($\mathrm{Th_{TM}}8$) implicira (3) $\mathrm{Act}(t_m)$. Primenom aksioma ($\mathrm{A_{TM}}1$) na (3) i $e(t_n)$ dobijamo (4) $\{t_m\}e(t_n)$, i onda, iz (2), (4) i aksioma ($\mathrm{A_{TM}}2$), (5) $\{t_n\}\{t_m\}e(t_n)$.

Teorema tvrdi da je, ako se događaj javlja na nekom intervalu, na tom intervalu istinito da je na ranijem intervalu istinito da se događaj o kojem je reč javlja na intervalu o kojem je reč. Ovu naizgled neobičnu teoremu ćemo detaljnije komentarisati u drugom delu knjige. Međutim, pošto se ono što teorema tvrdi očigledno odnosi i na *pomorsku bitku*, navešćemo šta teorema o tome tačno kaže, i to i na srpskom i na idiomatskom engleskom i (uz zahvalnost Vojinu Nedeljkoviću) na starogrčkom jeziku (na kojem je problem prvobitno formulisan), a da bismo sugerisali da se, bez obzira na razliku u slaganju vremena, poenta može lako izraziti u *običnom jeziku*, ma koji to jezik bio. Dakle:

– Ako se pomorska bitka sutra zaista bude zbila, sutra će biti istinito da je prethodnog dana bilo istinito da će se pomorska bitka desiti sledećeg dana.
– If the sea battle really happens tomorrow, it will be true tomorrow that it was true the day before that the sea battle would happen the day after.
– Ἐὰν γένηται αὔριον ἡ ναυμαχία, ἔσται αὔριον ἀληθὲς εἰπεῖν ὅτι ἦν τῇ προτεραίᾳ ἀληθὲς εἰπεῖν ἔσεσθαι τῇ ὑστεραίᾳ τὴν ναυμαχίαν.

(Th$_{TM}$16) $\forall t_m \forall t_n\ ((\mathrm{Act}(t_m) \wedge \neg\mathrm{Act}(t_n)) \rightarrow \{t_m\}\neg\mathrm{E}(t_n))$

Dokaz. Neka su t_m i t_n dva intervala takva da (1) $\mathrm{Act}(t_m)$ i (2) $\neg\mathrm{Act}(t_n)$. Uz pomoć aksioma (A$_{TM}$8), (2) implicira (3) $\neg e(t_n)$ za dati događaj e, odakle, zajedno sa (1) sledi, preko aksioma (A$_{TM}$1), da važi (4) $\{t_m\}\neg e(t_n)$.

Teorema tvrdi da je na aktualnom intervalu istinito da se ništa nije dogodilo na neaktualnom. I ponovo ćemo poentu u odnosu na *pomorsku bitku* iskazati na tri jezika:

– Danas je istinito da se sutrašnja pomorska bitka nije dogodila.
– It is true today that the tomorrow's sea battle has not happened.

– Σήμερον ἀληθὲς εἰπεῖν ὅτι ἡ αὔριον ναυμαχία οὐκ ἐγένετο.

(Th$_{TM}$17) $\forall t_m \forall t_n ((\mathrm{Act}(t_m) \wedge \neg\mathrm{Act}(t_n)) \rightarrow \neg\{t_m\}\{t_n\}\ \mathrm{E}(t_n))$

Dokaz. Tvrđenje teoreme je direktna posledica teoreme (Th$_{TM}$14).

Teorema kaže da nijedan arhiv na aktualnom intervalu ne sadrži tvrdnju o arhiviranju događaja na neaktualnom intervalu. Poenta u odnosu na *pomorsku bitku* glasi:

– Danas nije istinito da će sutra biti istinito da se pomorska bitka dogodila tog dana.
– It is not true today that it will be true tomorrow that the sea battle has happened that day.
– Σήμερον οὐκ ἀληθὲς εἰπεῖν ἔσεσθαι αὔριον ἀληθὲς εἰπεῖν ὅτι ἐγένετο ἡ ναυμαχία ταύτῃ τῇ ἡμέρᾳ.

(Th$_{TM}$18) $\forall t_m \forall t_n ((\mathrm{Act}(t_m) \wedge \neg\mathrm{Act}(t_n)) \rightarrow \neg\{t_m\}\{t_n\}\ \neg\mathrm{E}(t_n))$

Dokaz. I ovo tvrđenje je neposredna posledica teoreme (Th$_{TM}$14).

Teoremom se tvrdi da nijedan arhiv na aktualnom intervalu ne sadrži tvrdnju o arhiviranju nejavljanja događaja na neaktualnom intervalu. U odnosu na *pomorsku bitku*:

– Danas nije istinito da će sutra biti istinito da se pomorska bitka nije dogodila tog dana.
– It is not true today that it will be true tomorrow that the sea battle has not happened that day.

– Σήμερον οὐκ ἀληθὲς εἰπεῖν ἔσεσθαι αὔριον ἀληθὲς εἰπεῖν ὅτι οὐκ ἐγένετο ἡ ναυμαχία ταύτῃ τῇ ἡμέρᾳ.

(Th$_{TM}$19) $\forall t_m \forall t_n\, ((t_m \prec t_n \wedge \mathrm{E}(t_n)) \rightarrow \{t_n\}\{t_m\}\{t_n\}\mathrm{E}(t_n))$

Dokaz. Pretpostavimo da su t_m i t_n intervali takvi da važi (1) $t_m \prec t_n$ i da se događaj e desio na t_n, to jest (2) $e(t_n)$. Pomoću teoreme (A$_{TM}$8) i (2) dobijamo (3) Act(t_n), što, pomoću (1) i (Th$_{TM}$8), implicira (4) Act(t_m). Dalje, pomoću (Th$_{TM}$5) dobijamo (5) $\{t_n\}e(t_n)$. Najzad, dvostrukom aplikacijom aksioma (A$_{TM}$2) dobijamo (6) $\{t_n\}\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$.

Teorema tvrdi da je, ako se događaj desio na nekom intervalu, istinito na tom intervalu da je na nekom ranijem intervalu bilo istinito da će biti istinito da je događaj arhiviran na intervalu na kome se desio. U odnosu na *pomorsku bitku*:

– Ako se pomorska bitka sutra zaista dogodi, sutra će biti istinito da je dan ranije bilo istinito da će sledećeg dana biti istinito da se pomorska bitka desila tog dana.
– If the sea battle really happens tomorrow, it will be true tomorrow that it was true the day before that it would be true the day after that the sea battle had happened that day.
– Ἐὰν γένηται αὔριον ἡ ναυμαχία, ἔσται αὔριον ἀληθὲς εἰπεῖν ὅτι ἦν τῇ προτεραίᾳ ἀληθὲς εἰπεῖν ἔσεσθαι τῇ ὑστεραίᾳ ἀληθὲς εἰπεῖν ὅτι ἐγένετο ἡ ναυμαχία ταύτῃ τῇ ἡμέρᾳ.

$(\mathrm{Th}_{\mathrm{TM}}20)\ \forall t_m \forall t_n\ ((t_m \prec t_n \wedge \mathrm{Act}(t_n) \wedge \neg \mathrm{E}(t_n)) \rightarrow \{t_n\}\{t_m\}\{t_n\}\neg \mathrm{E}(t_n))$

Dokaz. Iz drugog i trećeg konjunkta u antecedensu prvo izvodimo (1) $\{\mathrm{t}_n\}\neg \mathrm{e}(\mathrm{t}_n)$, koristeći $(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}1)$ i $(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}3)$, a onda, kao i u dokazu prethodne teoreme, dvostrukom aplikacijom $(\mathrm{A}_{\mathrm{TM}}2)$, dobijamo (2) $\{\mathrm{t}_n\}\{\mathrm{t}_m\}\{\mathrm{t}_n\}\neg \mathrm{e}(\mathrm{t}_n)$.

Teorema kaže da je, ako se događaj nije desio na aktualnom intervalu, istinito na tom intervalu da je na na nekom ranijem intervalu bilo istinito da će biti istinito da je arhivirano na intervalu na kome se događaj nije desio da se na njemu nije desio. U odnosu na *pomorsku bitku*:

– Ako se pomorska bitka sutra ne dogodi, sutra će biti istinito da je dan ranije bilo istinito da će sledećeg dana biti istinito da se pomorska bitka nije desila tog dana.
– If the sea battle does not happen tomorrow, it will be true tomorrow that it was true the day before that it would be true the day after that the sea battle had not happened that day.
– Ἐὰν μὴ γένηται αὔριον ἡ ναυμαχία, ἔσται αὔριον ἀληθὲς εἰπεῖν ὅτι ἦν τῇ προτεραίᾳ ἀληθὲς εἰπεῖν ἔσεσθαι τῇ ὑστεραίᾳ ἀληθὲς εἰπεῖν ὅτι οὐκ ἐγένετο ἡ ναυμαχία ταύτῃ τῇ ἡμέρᾳ

$(\mathrm{Th}_{\mathrm{TM}}21)\ \forall t_m\ (\{t_m\}\Diamond\exists t_n\, \mathrm{E}(t_n) \rightarrow \{t_m\}\exists t_n \Diamond \mathrm{E}(t_n))$

Dokaz. Pretpostavimo da nema sveta aktualizovanog na t_m, znači (1) $\neg\mathrm{Act}(\mathrm{t}_m)$. Prema teoremi

($Th_{TM}3$), iz (1) sledi (2) $\neg\{t_m\}\Diamond\exists t_n e(t_n)$, što implicira (3) $\{t_m\}\Diamond\exists t_n e(t_n) \rightarrow \{t_m\}\exists t_n\Diamond e(t_n)$. Pretpostavimo sad da je interval t_m aktualan, znači (4) $Act(t_m)$. Tada, po aksiomu (A_T6) postoji interval t_k takav da (5) $t_m \prec t_k$. Iz (5) i ($A_{TM}16$) dobijamo (6) $\{t_m\}\Diamond e(t_k)$. Sad, kao logička istina, (7) $\Diamond e(t_k) \rightarrow \exists t_n\Diamond e(t_n)$ je implicirano bilo kojom formulom, te važi (8) $\varepsilon(t_m) \rightarrow (\Diamond e(t_k) \rightarrow \exists t_n\Diamond e(t_n))$. Iz (4) sledi, po teoremi ($Th_{TM}1$), da (9) $\varepsilon(t_m)$ mora biti istinito, što onda, pomoću teoreme ($Th_{TM}5$), daje (10) $\{t_m\}\varepsilon(t_m)$. (10) i ($A_{TM}4$) zajedno impliciraju (11) $\{t_m\}(\Diamond e(t_k) \rightarrow \exists t_n\Diamond e(t_n))$. Iz (6) i (11) se izvodi (12) $\{t_m\}\exists t_n\Diamond e(t_n)$, što implicira (3).

O značaju ove teoreme biće više reči u drugom delu knjige. Zasad primetimo da ona predstavlja temporalnu verziju Barkan formule: ako je u svetu aktualizovanom na nekom intervalu istinito da bi mogao postojati interval na kome se neki događaj desio, onda je u istom aktualnom svetu takođe istinito da postoji interval na kome bi se taj događaj mogao desiti.

($Th_{TM}22$) $\forall t_m (\{t_m\}\exists t_n\Diamond E(t_n) \rightarrow \{t_m\}\Diamond\exists t_n E(t_n))$

Dokaz. Pretpostavimo da t_m nije aktualan interval, znači (1) $\neg Act(t_m)$. Pomoću teoreme ($Th_{TM}3$), (1) implicira (2) $\neg\{t_m\}\exists t_n\Diamond e(t_n)$, čija je direktna posledica (3) $\{t_m\}\exists t_n\Diamond e(t_n) \rightarrow \{t_m\}\Diamond\exists t_n e(t_n)$. Pretpostavimo sad da važi (4) $Act(t_m)$. Tada, iz aksioma (A_T6) sledi da postoji interval t_k takav da (5) $t_m \prec t_k$. (5) i ($A_{TM}16$) zajedno impliciraju (6) $\{t_m\}\Diamond e(t_k)$. (7) $\neg\exists t_n e(t_n) \rightarrow \neg e(t_k)$ je logička istina koja sledi iz bilo čega, dok (4) i (Th_{TM}1) daje (8) $\varepsilon(t_m)$, odakle (9) $\{t_m\}(\neg\exists t_n e(t_n) \rightarrow \neg e(t_k))$ može da se izvede pomoću (Th_{TM}5), (A_{TM}4) i (10) $\varepsilon(t_m) \rightarrow (\neg\exists t_n e(t_n) \rightarrow \neg e(t_k))$. Primenom TempNec na (7), dobijamo (11) $\{t_m\}(\neg\exists t_n e(t_n) \rightarrow \neg e(t_k)) \rightarrow \{t_m\}\Box(\neg\exists t_n e(t_n) \rightarrow \neg e(t_k))$. Iz (9) i (11) po MP dobijamo (12) $\{t_m\}\Box(\neg\exists t_n e(t_n) \rightarrow \neg e(t_k))$. Pretpostavimo sad da važi (13) $\neg\{t_m\}\Diamond\exists t_n e(t_n)$. Putem (4) i ($A_{TM}$3), (13) implicira (14) $\{t_m\}\Box\neg\exists t_n e(t_n)$. Pomoću ($A_{TM}$12), iz (12) i (14) sledi (15) $\{t_m\}\Box\neg e(t_k)$, što, putem (4) i (A_{TM}3), implicira (16) $\neg\{t_m\}\Diamond e(t_k)$. Konačno, (16) i (6) zajedno daju kontradikciju, što kompletira svođenje na apsurd formule (13).

Teorema predstavlja temporalnu varijantu konverzije Barkan formule. Njome se tvrdi da, ako je u svetu aktualizovanom na nekom intervalu istinito da postoji interval na kome bi se neki događaj mogao desiti, onda je u tom istom aktualnom svetu istinito i da bi mogao postojati interval na kome se taj događaj desio.

DRUGI DEO

FILOZOFSKI ZNAČAJ I METAFIZIČKE POSLEDICE SISTEMA **TM**

6. EGZISTENCIJA I AKTUALNOST, MODALNOST I REALNOST

Pojam *postojanja*, ili *egzistencije*, i pojam *aktualnosti* različiti su ali i blisko povezani pojmovi. Njihova uobičajena filozofska upotreba zahteva da kažemo da *kad god* ima *nečega što postoji* ima i nečega *aktualnog*, i *vice versa*. To, međutim, ne znači da *za šta god* kažemo da postoji automatski moramo reći i da je aktualno i da *za šta god* kažemo da je aktualno moramo reći da postoji. Ako je i ovo tačno kao i ono što je prethodno rečeno o uobičajenoj filozofskoj upotrebi pojmova o kojima je reč, moramo ispitati i reći tačno šta je ono što postoji a šta ono što je aktualno i kakav je tačno odnos između toga dvoga.

U kontekstu sistema **TM**, najprirodnije deluje da se kaže da su ono što pre svega postoji *događaji*, i to ne svi mogući već samo oni koji neki svet čine aktualnim, a osim toga, ali u različitom smislu, i *neki vremenski intervali*, to jest oni koji su *neprazni*, *neki od mogućih svetova*, to jest oni koji su *aktualizovani*, i *neprazni arhivi istina* (u tehničkom smislu naše frazeologije).

Primetimo, prvo, da postoji izvestan prioritet *egzistencije* u odnosu na *aktualnost*, bar utoliko što je *egzistencija* događaja koji se javljaju na vremenskim intervalima ono što čini odgovarajuće intervale *aktualnim*, a svakako ne obrnuto, nezavisno od toga da li odlučimo da o ovim intervalima, o kojima govorimo kao aktualnim, govorimo i kao o postojećim. Još očigledniji primer je to što se za svet kaže da je aktualan na nekom vremenskom intervalu samo zbog toga što se na tom intervalu javljaju događaji za koje kažemo da postoje.

Poseban razlog zašto *egzistencija* i *aktualnost* nisu sinonimi, i zašto ne govorimo o *aktualnim događajima* i *postojećim svetovima* (bar u filozofskim kontekstima) već o *postojećim događajima* i *aktualnim svetovima*, leži u tome što je *postojanje* kontrastirano *nepostojanju*, pri čemu su oni pojmovno iscrpno ekskluzivni, dok je *aktualnost modalni pojam* kontrastiran *mogućnosti*, *nemogućnosti* i *nužnosti*, pri čemu svo četvoro iscrpljuju pojam *modalnosti* ali ne na ekskluzivan način. Tako, mada nema aktualnog sveta na vremenskom intervalu a da nema događaja koji se na njemu javljaju, i obrnuto, zbog čega *egzistencija* i *aktualnost* mogu biti *ekstenzionalno* poistovećeni s obzirom na bilo koji interval, dati *aktualni svet* je samo jedan među mogućim svetovima koji je mogao biti aktualizovan na tom istom intervalu, što je implicirano tek atributom *aktualan* a ne samo atributom *postojeći*.

U vezi s koekstenzivnošću *aktualnosti* i *postojanja* u primeni na *vremenske intervale* javlja se poseban problem koji moramo razrešiti. S jedne strane, razlikovanje aktualnih i neaktualnih intervala suštinsko je za **TM**, što znači da, ako prihvatimo koekstenzivnost *aktualnosti* i *postojanja* u odnosu na bilo koji vremenski interval, možemo u najboljem slučaju govoriti *samo* o aktualnim intervalima kao o onima koji postoje. Međutim, s druge strane, sistem, kako je formulisan, dozvoljava kvantifikovanje preko *svih* intervala beskonačnog vremenskog kontinuuma, što bi značilo da smo, shodno pominjanom Kvajnovom zahtevu (Quine 1961, str. 13), obavezni da prihvatimo *sve* intervale kao postojeće, a ne samo one koji su aktualni. Srećom, postoje nezavisni ubedljivi razlozi zašto Kvajnov zahtev treba odbaciti[1], što je ura-

[1] Poznati ubedljiv argument se može naći kod Kita Fajna (Fine 2009). Za drugačiji ali važan razlog vidi (Arsenijević and Adžić 2014, str. 163ff.). Dalje, u studiji o paraleli svetova i vremena, Rini i Kresvel su takođe razdvojili pitanje egzistencije od pitanja kvantifikacije prilikom kvantifikovanja preko mogućih, prošlih i budućih entiteta (Rini and Cresswell 2012, str. 70-83), mada, neočekivano, baveći se pitanjem egzistencije vremenskih trenutaka i mogućih svetova, primenjuju Kvajnovu strategiju i tretiraju kvantifikaciju u generalizovanom smislu kao vodič prema egzistenciji. Naime, oni pokazuju da se modalni i dva para Prajorovih vremenskih operatora (G i F, i H i P) ponašaju dovoljno slično kvantifikatorima predikatske

đeno i prilikom formulisanja sistema **TM**. Tako ćemo ostati pri tome da su *postojanje* i *aktualnost* intervala *koekstenzivni*, shvatajući aktualne vremenske intervale kao *supervenirajuće* nad aktualnim događajima.

Međutim, kao što smo pomenuli već u uvodnom poglavlju, ima nečeg zdravog u Kvajnovoj ideji a što treba prihvatiti uz odgovarajuću modifikaciju njegovog zahteva, a to je da je za kvantifikaciju dovoljno to da ono preko čega se kvantifikuje bude dobro individuirano. To, s jedne strane, omogućava da konzistentno rešimo problem u vezi s kvantifikacijom preko svih vremenskih intervala, ali, s druge strane, i objašnjava zašto iskazi o događajima u puko mogućim svetovima dobijaju istinosnu vrednost tek kad se govor o modalitetima „usidri" u realni svet. Setimo se da smo izgradnju sistema **TM** počeli uvođenjem deset aksioma kojima je implicitno definisana struktura jednodimenzionalnog kontinuuma. To bi trebalo da znači da je svaki od intervala dobro individuiran, što opravdava kvantifikovanje preko njihovog skupa kao univerzuma govora. Međutim, ne samo što je za to da neki od intervala budu zaista *postojeći* potrebno da se neki

---

logike, i koriste ih da izraze neke odgovarajuće istine. Odatle zaključuju da mora biti entiteta preko kojih kvantifikatorima slični izrazi prelaze (*ibid*. str. 107-120), to jest, da trenuci postoje u domenu vremenskih operatora i da mogući svetovi postoje u domenu modalnih operatora (shvaćenih shodno kvantifikatorima u generalizovanom smislu).

događaji na njima zbudu, nego se ni o mogućim događajima na neaktualnim intervalima ne može govoriti bez odnosa prema aktualnim događajima i aktualnim intervalima. Za to postoje dva nezavisna, mada komplementarna, razloga.

Prvi razlog je načelne prirode i tiče se pitanja šta sama činjenica da je jedna jednodimenzionalna kontinuirana struktura implicitno definisana skupom aksioma znači s obzirom na njeno postojanje uopšte, i njeno postojanje kao strukture vremenskih intervala, konkretno. Moglo bi se reći da je datim skupom aksioma jednako definisana i prava linija ili pak neki treći jednodimenzionalni kontinuum. Jedino što je ispravno reći jeste da, *ako* postoje entiteti čija je struktura jednodimenzionalna i kontinuirana, onda se oni mogu dobro individuirati datim skupom aksioma (cf. Bernays 1922, str. 95).[2]

Drugi razlog protiv ontološkog obavezivanja čistom kvantifikacijom je specifičniji, ali ne manje zanimljiv, jer se tiče *metrike* vremena kojom će neaktualni intervali biti uređeni. Naime, prema takozvanom Dedekind-Kantorovom aksiomu (v. Arsenijević 2003c, str. 98), ima neprebrojivo mnogo načina da se brojevi korespondiraju bilo tačkama bilo intervalima jednodimenzionalnog kontinuuma (videti

[2] Svi *modeli* konzistentnog skupa aksioma *postoje*, prema Hilbertu, ali u trivijalnom smislu (cf. Hilbert 1918). Ovo značenje „egzistencije“ je *intra-matematičko* (cf. Hallet 1995) i ne treba ga pomešati s *egzistencijom* kojom se mi trenutno bavimo.

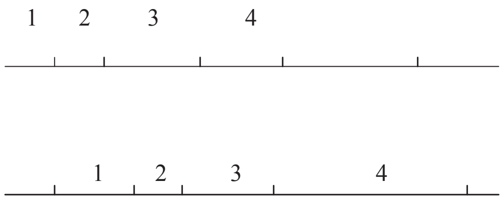


Diagram 3

dijagram). Zato bi samo vreme po sebi, ako bi i postojalo, bilo *metrički amorfno* (cf. Grünbaum 1973, str. 495ff, 547ff.). Međutim, ako se neki događaj e desio na nekom intervalu, taj se interval može uzeti kao *mera* kojom je određeno trajanje bilo kog drugog intervala. Ovde nije pitanje da li *mi* to možemo utvrditi u bilo kom pojedinačnom slučaju. Bitno je da dešavanje događaja e *fiksira referencu* (cf. Kripke 1980, str. 54-57), to jest, da događaj *sam po sebi* određuje dužinu trajanje vremenskog intervala.

Da neki događaj koji će odrediti meru trajanja postoji, garantovano je aksiomom ($A_{TM}9$), što pokazuje ključnu važnost veze između temporalnog i modalnog dela sistema **TM**. Ako mera postoji, ona će biti mera i za neaktualne intervale. Na primer, ako je mera *dan*, onda, iako počevši od apsolutne sadašnjosti različiti događaji mogu da se dese, donoseći različite aktualizacije mogućih svetova, *sutrašnji dan* predstavlja jedinstven dobro individuiran vremenski interval, bez obzira što je neaktualan i nepostojeći. Važno je primetiti da za istovetnost dužina intervala *nije* neophodno da se na njima desi isti događaj. To postaje sasvim jasno kad govorimo o prošlosti, jer tu se već sve dogodilo. Na primer, fizičari kažu da je univerzum star 13798 milijardi godina, koristeći pritom *solarnu godinu* kao jedinicu mere, bez obzira što je *sunčev sistem*, koji tu meru omogućava, sam mnogo mlađi od toga.

Prethodno razjašnjava zašto smo u sistemu **TM** dopustili kvantifikovanje preko vremenskih intervala, bilo da su aktualni ili ne, ali ne i preko događaja ili mogućih svetova, koje smo morali da individuiramo koristeći sasvim drugačiji metod. Srećom, dok nam je kvantifikacija preko intervala bila neophodna, kvantifikacija preko događaja je delovala neophodno samo jednom, kad smo hteli da definišemo nužan uslov aktualnosti intervala, ali taj smo problem zaobišli uvođenjem specijalno designiranog događaja ε.

Ostaje još da razjasnimo detaljnije koju vrstu istina sadrže arhivi aktualnih intervala i zašto i njih smatramo aktualnim i postojećim. To će ujedno razjasniti specifičnost načina na koji ćemo razumeti *realnost* realnog sveta u sitemu **TM**. To ćemo učiniti poređenjem sistema **TM** sa sistemom Vitgenštajnovog *Tractatusa*.

U *Tractatusu*, Vitgenštajn govori o stvarima (*Dinge*) kao o onome što subzistira i čini supstanciju sveta nezavisno od toga šta je slučaj (Wittgenstein 1955, 2.021), to jest, kako su objekti kombinovani, dok za svet kaže da je to sve što je slučaj (1). Postoje razni načini na koje se objekti mogu kombinovati, dajući stanja stvari (2.01), i tek je totalitet činjenica ono što „determiniše šta je slučaj“ (1.12), to jest, šta je svet kao „totalitet činjenica, ne stvari“ (1.1). E sad, bez obzira na razne puteve kojima je *Tractatus* postao uticajan u filozofiji, i nezavisno od toga da li je bio slavljen ili kritikovan, *treminologija* koja se u njemu upotrebljava – zahvaljujući pre svega Raselu, Remziju i članovima Bečkog kruga – postala je manje ili više standardna terminologija logike i metafizike. To će se pokazati i u poređenju sistema *Tractatusa* i sistema **TM**, bez obzira na sličnosti i razlike osnovnih ideja, i posebno će razjasniti značenje termina *istina* i *arhiv istina*.

1. Ono što odgovara *stvarima* u *Tractatusu* u **TM** su *događaji*, što je priridno, s obzirom da je **TM** sistem temporalno-modalne logike događaja. Ali, dok *stvari* u *Tractatusu* *subzistiraju*, budući nepromenljive i supstancijalne (2.027), *događaji* u **TM** jednostavno *postoje* (*egzistiraju*). Moglo bi izgledati da su *vremenski intervali* sličniji *stvarima* u *Tactatusu*, jer i jedni i drugi, ako pustimo da promenljive prelaze preko njih, dopuštaju kvantifikaciju, ali, kao što je gore objašnjeno prilikom odbacivanja originalne verzije Kvajnovog semantičko-ontološkog

zahteva, to ne znači da vremenski intervali automatski bilo subzistiraju bilo egzistiraju; oni samo superveniraju, i to samo oni koji su aktualni.

2. Ono što je *kombinacija stvari*, a što čini *stanje stvari* (*Sachverhalt*) u *Tractatusu* (2.01), u **TM** je pojava događaja na vremenskom intervalu. Postoji razlika između sistema *Tractatusa* i **TM** u pogledu toga kako je okarakterisano stanje stvari. Vitgenštajn kaže da stanja stvari *postoje* (2.04), dok bismo shodno **TM** pre trebalo da kažemo samo da su ona *aktualna*. Ova terminološka razlika je možda nebitna, ali svejedno, iskazana preferencija se zasniva na objašnjenom razlikovanju *postojanja* i *aktualnosti* (kao modalnog pojma), zajedno s činjenicom da u **TM** pravimo razliku između mogućih i aktualnih svetova i da povezivanje događaja i intervala nije kombinacija *subzistirajućih* entiteta, već je *egzistencija* događaja na intervalu ono što interval čini *aktualnim*.
3. I *Tractatus* i **TM** dozvoljavaju da se govori o *negativnim činjenicama*. U *Tractatusu*, „totalitet postojećih stanja stvari čini svet“ (2.04), dok „totalitet činjenica“ određuje ne samo „šta je slučaj“ več i „što god nije slučaj“ (1.12). U **TM**, nejavljanje događaja na inter-

valu je takođe činjenica, i ta činjenica može biti *aktualna*. Na primer, može biti *aktualno* da kiša danas nije padala. Štaviše, prema teoremi ($Th_{TM}16$), aktualno je i to da se sutrašnja pomorska bitka nije dogodila. To predstavlja dodatni razlog da o činjenicama govorimo radije kao o nečem *aktualnom* nego kao o nečem *postojećem*. Ali, u isto vreme, način na koji govorimo o aktualnosti činjenica ne znači da smo razdvojili *postojanje* i *aktualnost*. To dvoje ostaju *koekstenzivni* s obzirom na interval koji je u govor o njima uključen, pošto *aktualnost činjenice* da se sutrašnja pomorska bitka *nije* dogodila znači samo da je to aktualno tako *danas*, a ne da će tako biti *sutra*. Ovo je pravo mesto da se objasni upotreba pojma činjenička istina u striktno tehničkom smislu. *Faktička istina* se prosto odnosi na *istinit iskaz o aktualnoj činjenici*, bilo da je ova pozitivna ili negativna, i utoliko je deo onoga što nazivamo *arhiv istina realnog sveta*.

4. U *Tractatusu*, takozvane *logičke istine* su bez smisla (*sinnlos*) u tehničkom smislu (4.461). Implikacija je da, koliko god korisne mogle biti, one uopšte i nisu *istine*. Međutim, u **TM** imamo dobre razloge da ih zovemo *istinama*, i to u smislu u kojem čak

ni Vitgenštajn iz *Tractatusa* ne bi trebalo da kaže da su bez smisla. Na primer, *princip isključenja trećeg* nije nešto što je *prazno* istinito i što nema veze s tim kakav je realni svet. Naime, mada univerzalno valjan *kad god važi*, ovaj princip takođe, po definiciji, pravi razliku između aktualnog i neaktualnog dela vremenskog kontinuuma ($D_{EF}1$), pošto ne važi ni na jednom neaktualnom intervalu, iako je *u* svakom aktualnom svetu istinit *o* bilo kom intervalu, bio on aktualan ili ne. Tako, pored *faktičkih istina*, i *logičke istine* pripadaju, i to *netrivijalno*, *arhivu istina realnog sveta*.

5. U 2.0271, govoreći o nepromenljivim i supstancijalnim stvarima, Vitgenštajn takođe kaže i da je „njihova konfiguracija ono što se menja i što je nestabilno“. S obzirom na to, kao i ono što smo videli da kaže o *svetu*, jasno je da on, mada ne eksplicitno, govori o *mogućim svetovima*. Ali, ono što mi, s obzirom na **TM**, *možemo* zvati *modalnim činjenicama*, za Vitgenštajna nije deo realnog sveta. U **TM** su *modalne* činjenice isto toliko deo realnog sveta koliko su to i *ne-modalne*. Događaj se *mogao* dogoditi na intervalu na kome se *de facto* nije dogodio, kao što se *može* dogoditi na intervalu koji je prazan. Tako, u istom teh-

ničkom smislu u kom smo to učinili u odnosu na činjeničke i logičke istine, možemo govoriti o *modalnim istinama* kao delu *arhiva istina realnog sveta*. Ovo nema nikakve veze s modalnim realizmom. *Modalna istina* da se dati događaj mogao dogoditi na nekom datom intervalu ne znači da je svet u kome je to tako bilo postojeći bilo aktualan. On upravo nije ni jedno ni drugo. Ono što je aktualno je samo činjenica da se dati događaj mogao dogoditi na datom intervalu.

S obzirom na prethodno objašnjenje načina na koji u **TM** govorimo o *činjeničkim*, *logičkim* i *modalnim* istinama, trebalo bi da bude jasno šta će predstavljati – da se izrazimo na Stalnakerov način (Stalnaker 1976, str. 79) – *realni svet pun različitih modaliteta*.

Na početku, realni svet je bio definisan kao totalitet aktualnih svetova. Sad vidimo da pojedinačan aktualan svet, koji se sastoji od postojećih događaja koji se javljaju na nekom vremenskom intervalu, sadrži arhiv istina koji obuhvata sve logičke istine, sve faktičke istine o događajima koji su se dogodili u svim aktualnim svetovima i modalne istine koje se tiču kako tih događaja tako i onih (sa otvorene liste događaja) koji se nisu dogodili ali su se mogli dogoditi ili još mogu da se dogode.

U kontrastu sa standardnim pojmom *realnog sveta*, glavna karakteristika upravo iznete koncepcije sastoji se u činjenici da, s obzirom na **TM**, nijedan dati model realnog sveta *ne može* da se proširi do novog modela na *kumulativni* način tako da model od koga se pošlo postane pravi *deo* novog modela. Ono što prilikom proširenja ostaje nepromenjeno samo su činjeničke istine koje se tiču onoga što se *de facto* dogodilo u prvobitnom modelu. dok, u svetlosti onoga što zovemo *nekomunističkom revizijom modela*, svi prethodni arhivi istina moraju biti dopunjeni *novim modalnim istinama*, koje se zasnivaju na tome što su raznolike mogućnosti uništene samom ekstenzijom polaznog modela. To ne znači, naravno, da nešto što je pre proširenja modela bilo moguće *u* nekom aktualnom svetu postaje nemoguće *u* tom svetu. Na primer, ako je $\{t_m\}\Diamond e(t_n)$ istinito, ono će ostati istinito zauvek, što znači da i ako se e ne desi na t_n, biće istinito $\{t_n\}\{t_m\}\Diamond e(t_n)$. „Poništavanje mogućnosti" ne znači ništa drugo do to da u kasnije aktualizovanom svetu može postati *nemoguće* da ono što je u ranijem svetu bilo moguće postane *aktualno*, to jest, da iako i na t_n važi $\{t_m\}\Diamond e(t_n)$, znači $\{t_n\}\{t_m\}\Diamond e(t_n)$, na t_n važi i da je na njemu aktualnost događaja e nemoguća: $\{t_n\}\Box\neg e(t_n)$. Što je moglo ispasti drugačije više ne može biti tako.

7. ISTINE O PRAZNIM VREMENSKIM INTERVALIMA I INFORMATIVNA MOĆ LOGIČKIH ISTINA

Ako ništa nikada nije postojalo, pre bismo rekli da nikakvog sveta nije bilo nego da postoji svet u kome ništa ne postoji. Slično tome, nećemo reći da postoji vreme u kome ništa ne postoji (cf. Aristotel 1831b, 250 b 11 ff.; Leibniz 1973, str. 212, 218, 230), već da takvo vreme ne postoji. Međutim, iako to znači da prazni vremenski intervali ne postoje, to ne znači da o njima ne možemo govoriti ako su oni *polazeći* od vremenskih intervala realnog sveta dobro individuirani, a u skladu s revidiranom Kvajnovom formulom. Kao takvi oni su pre *nihil privativum* nego čisti *nihil negativum* (cf. Kant 1911, str. 232). Kao *nihil privativum* oni nisu samo elementi matematički definisanog kontinuuma, već su, po definiciji, elementi imaginarnog produženja *delimično aktulizovanog* vremenskog kontinuuma. Sistem **TM** omogućava da se, polazeći od nekog aktualnog sveta *o* tako shvaćenim praznim vremenskim intervalima izriču razne logičke, činjeničke i modalne istine koje se tiču *događaja* koji bi se na njima mogli desiti.

Međutim, budući da na praznom intervalu t_n nijedan svet nije aktualan, nema nikakvih istina koje bi *u* mogućem svetu na tom intervalu važile, što znači da su za bilo koju formulu A i $\{t_n\}A$ i $\{t_n\}\neg A$ lažni. No u isto vreme, pošto prema aksiomu ($A_{TM}9$) mora postojati svet aktualizovan na nekom ranijem intervalu t_m – a što i čini interval t_n pripadnim produžetku aktualizovanog vremenskog kontinuuma – $\{t_m\}A$ će uvek biti ili istinito ili lažno, pa tako i onda kada govori o događanjima na praznom intervalu t_n.

E sad, pošto je $\{t_n\}A$ lažno za svako A ako nema sveta koji je aktualizovan na t_n, to je tako i ako je A *logička istina*, naravno ne zato što logičke istine ne važe univerzalno, već zbog odsustva aktualnog sveta *u kome* bi u takvom slučaju važile. U bilo kom *aktualnom* svetu logičke istine važe *o svakom* vremenskom intervalu, i to *nužno*, zahaljujući *temporalnoj necesitaciji*. Na primer, ako je na t_m neki svet aktualizovan, $\{t_m\}(e(t_n) \vee \neg e(t_n))$ je istinito *nezavisno* od toga da li je na t_n ijedan svet aktualizovan, jedino što će, u slučaju da nije, $\{t_m\}\neg e(t_n)$ biti istinito a $\{t_m\}e(t_n)$ lažno, dok će u slučaju da je neki svet aktualizovan na t_n to koji će od dva disjunkta biti istinit a koji lažan zavisiti od toga da li se u tom svetu događaj e dogodio ili nije. Štaviše, važiće i $\{t_m\}\Box (e(t_n) \vee \neg e(t_n))$.

Prilikom poređenja sistema **TM** sa sistemom Vitgenštajnovog *Tractatusa*, rekli smo da logičke istine u sistemu **TM** nisu „bez smisla" (*sinnlos*) u tehničkom smislu u kojem to logičke istine u *Tractatusu* jesu. Sada možemo jasno videti zašto je to tako. Iako ove istine nisu činjeničke na način na koji sve ostale jesu, one mogu da se upotrebe kao vrsta *lakmus papira* za razlikovanje aktualnih od neaktualnih intervala. Tako formula $e(t_n) \vee \neg e(t_n)$, koja predstavlja instancu *principa isključenja trećeg*, prefiksiranjem operatorom $\{t_m\}$ daje kompleksnu formulu $\{t_m\}(e(t_n) \vee \neg e(t_n))$ koja je istinita ili lažna zavisno od toga da li je t_m aktualno ili nije. To znači da, iako same po sebi nikad lažne, logičke istine *nisu nesenzitivne* na prefiksiranje temporalnim operatorom, te mada formula $\{t_m\}(e(t_n) \vee \neg e(t_n))$ ne kaže ništa činjenično *o intervalu* t_n, ona indirektno nešto *kaže o intervalu* t_m, naime, da je t_m aktualno ako je $\{t_m\}(e(t_n) \vee \neg e(t_n))$ istinito, a neaktualno ako je $\{t_m\}(e(t_n) \vee \neg e(t_n))$ lažno. I zato i sama logička istina $(e(t_n) \vee \neg e(t_n))$, mada nikad lažna, *nije nužno* istinita u „*vanvremenom* i *vansvetskom* smislu" – što bi čak i kod Fajna bilo slučaj (Fine 2005) – u skladu s tim što je *pravilo necesitacije* ograničeno na *temporalnu necesitaciju* (TempNec). Zato i *logičke istine* imaju *informativnu moć*.

8. ISTINE O PRAZNIM INTERVALIMA I ARISTOTELOVA „POMORSKA BITKA“

Ako je interval t_m aktualan a t_n kasniji interval koji je prazan, $\{t_m\}E(t_n)$ je *lažno* za bilo koju zamenu shematskog slova E nekim konkretnim događajem e, e_1, e_2,…, pri čemu događaji mogu biti kompatibilni, tako da, recimo, i $\{t_m\}e_1(t_m)$ i $\{t_m\}e_2(t_m)$ bude istinito iako je, s obzirom na pretpostavku, i $\{t_m\}e_1(t_n)$ i $\{t_m\}e_1(t_n)$ lažno. U svakom slučaju, $\{t_m\}\neg E(t_n)$ će biti *istinito* za svaku zamenu slova E, iako će $\{t_n\}\neg E(t_n)$ biti lažno. Dakle, postoje mnoge kontingentne istine koje govore o praznom intervalu t_n, bez obzira na to što one nisu istine izrazive ni u jednom mogućem svetu pridruženom t_n.

Aristotel je bio u pravu kad je tvrdio, kao što smo videli, da, ako je već danas istinito bilo da će se pomorska bitka sutra dogoditi bilo da se neće dogoditi, nije moguće izbeći ono što je Šlik nazvao *logički determinizam*, a koji, kao i svaki determinizam, isključuje da bude *moguće* i da će se bitka dogoditi kao i da neće (Aristotel 1831a 19 a 35-38). Zato je Aristotel ograničio univerzalno važenje *principa bivalencije*, mada ne i *principa isključenja trećeg*. (*ibid.* 19 a 18): mada je *već danas* istinito da će *jedan od dva* kontradiktorna iskaza koji se tiču sutrašnje pomorske bitke biti istinit a drugi lažan, nije *već danas* istinito *koji* će biti istinit a *koji* lažan.

Tek je u dvadesetom veku Lukašijevič tačno razumeo Aristotelovu dijagnozu problema, samo je, kao što smo videli, ponudio terapiju različitu od Aristotelove: umesto da prihvatimo da ima iskaza bez istinosne vrednosti, prihvatićemo postojanje treće istinosne vrednosti. Istinosna vrednost iskaza o budućoj pomorskoj bitki neće biti ni $\top$ ni $\bot$, već ½, a koja se ne odnosi ni na ono što *jeste* ni na ono što *nije*, već na ono što je samo *moguće*.

Sistem **TM** nudi rešenje problema bez odbacivanja ili ograničenja univerzalnog važenja *principa bivalencije*, i to na intuitivan i prirodan način.

Prvo, istina da *danas u svetu nema* sutrašnje pomorske bitke, $e(t_n)$, u sistemu **TM** će biti iskazana neposredno i doslovno: ako je *danas* interval označen sa t_m, što znači da postoji svet aktualizovan na t_m ali ne i svet aktualizovan na sutrašnjem intervalu t_n, $\{t_m\}\neg e(t_n)$ je *doslovno* istinito ($Th_{TM}16$), to jest, pošto sutrašnjeg sveta nema, danas je istinito da nema ni sutrašnje pomorske bitke. Ali, uprkos tome, $\{t_m\}\neg e(t_n)$ ne implicira ni $\{t_n\}\neg e(t_n)$ ni $\{t_m\}\{t_n\}\neg e(t_n)$ ($Th_{TM}3$, 18).

Odsustvo poslednje implikacije otvara prostor tome da se tvrdi da, iako je $\{t_m\}\neg e(t_n)$ istinito, $\{t_m\}\Diamond e(t_n)$ takođe važi ($Th_{TM}10$), to jest, da to što danas nije istinitito ni da će sutrašnje pomorske bitke biti ni da je neće biti, te da je i jedno i drugo moguće, ne znači da će sutra i jedno i drugo biti moguće, a zbog čega je i $\{t_m\}\Diamond e(t_n) \wedge \{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ ($A_{TM}16$ i $Th_{TM}7$) i $\neg\{t_n\}(\Diamond e(t_n)\wedge\Diamond\neg e(t_n))$ ($Th_{TM}11$) istinito.

Prethodno srećno razrešenje nije i kraj priče. Pretpostavimo da se pomorska bitka sutra zaista zbude. Pošto će to, pored ostalog, značiti da je *sutra* postao interval koji je aktualan, $\{t_n\}e(t_n)$ će biti istinito a $\{t_n\}\Diamond\neg e(t_n)$ lažno. Ali onda će, pošto je $\{t_n\}e(t_n)$ istinito, prema ($Th_{TM}19$) i ($A_{TM}2$) biti istinito ne samo $\{t_n\}\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$ već i $\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$. To znači da će, ako se pomorska bitka sutra zaista dogodi, sutra biti istinito ne samo to da je prethodnog dana bilo istinito da će sledećeg dana biti istinito da se pomorska bitka desila tog dana ($\{t_n\}\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$) , nego i da je već prethodnog dana bilo istinito da će se pomorska bitka desiti narednog dana ($\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$). Slično važi, *mutatis mutandis*, u slučaju da se pomorska bitka sutra ne dogodi.

Treba primetiti da i $\{t_m\}\neg e(t_n)$ i $\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$ mogu da budu istiniti samo zato što *nikad* nisu istiniti pod *jednim te istim* antecedensom. Prva od dve formule je istinita ili ako je interval t_n neaktualan ili ako je aktualan ali se e na njemu nije dogodilo, dok je druga formula istinita samo ako je t_n aktualan interval na kome se e dogodilo. Da se poslužimo jednim drugim lepim primerom. U vreme dok je bio dečak, za Aleksandra Velikog nije bilo istinito reći da će postati slavan vojskovođa (što je razlog iz kojeg je $\{t_m\}\neg e(t_n)$ istinito). Međutim, kada je već postao slavni vojskovođa, postalo je istinito govoriti o dečaku Aleksandru kao nekome ko je postao slavni vojskovođa ($\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$).

I na kraju, najvažnije je to što i ako je t_n aktualizovano i $\{t_n\}e(t_n)$ postalo istinito, a što suspenduje antecedens pod kojim je $\{t_m\}\neg e(t_n)$ istinito, $\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ *ostaje* istinito na t_n, naime, važi $\{t_n\}\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ ($A_{TM}2$). Ali, $\{t_n\}\Diamond\neg e(t_n)$ će biti lažno, a time $\{t_n\}\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ istinito ($A_{TM}2$). Tako će, samo naizgled čudno ali u stvari sasvim plauzibilno, $\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ biti istinito u *bilo kom* aktualnom svetu, a $\{t_k\}\Box e(t_n)$ u *bilo kom* svetu aktualizovanom na intervalu t_k koji se ne završava pre t_n, tako da će i $\{t_n\}\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ i $\{t_n\}\Box e(t_n)$ biti istinito.

Poslednja činjenica, da je $\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ istinito u *bilo kom* aktualnom svetu, dok, ako se $e(t_n)$ ispostavi *de facto* istinitim, i $\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ i $\{t_n\}\Box e(t_n)$ bivaju istinitim u *bilo kom* svetu koji je aktualizovan na intervalu koji se ne završava pre t_n, razjašnjava smisao onoga što su srednjovekovni logičari zvali *necessitas per accidens* (cf. Ockham 1945, Q. I, Supp. III). Tvrdnja da se neki događaj dešava na t_n je *moguće istinita* (lažna) u bilo kom svetu aktualizovanom na intervalu koji se završava pre t_n kao i u svim svetovima aktualizovanim na intervalima na kojima se e dešava a koji se završavaju pre završetka intervala t_n, dok je u ostalim slučajevima tvrdnja ili *nužno istinita* ili *nužno lažna*.

9. NECESITIZAM, KONTINGENTIZAM I NECESSITAS PER ACCIDENS

Spor između onih koji zastupaju *necesitizam* i onih koji zastupaju *kontingentizam* odnosi se na pitanje da li sve što postoji postoji nužno ili ima nečega čije je postojanje kontingentno.

Timoti Vilijamson je, iz dobrih razloga, ovo pitanje vezao za prihvatanje ili neprihvatanje Barkan formule i njene konverzije (Williamson 2013, str. 30-80). Naime, Barkan formula i njena konverzija uzete zajedno ustanovljavaju jedinstven domen onoga što su elementi u svim mogućim svetovima, što znači da će, pod pretpostavkom njihove istinitosti, ako išta uopšte postoji, postojati u svim mogućim svetovima, i zato nužno.

E sad, pošto smo dokazali teoreme ($Th_{TM}21$) i ($Th_{TM}22$), koje u **TM** predstavljaju temporalne analogone Barkan formule i njene konverzije, moglo bi se pomisliti da **TM** implicira necesitizam. Međutim, važenje ovih formula pokazuje samo to da postoji smisao u kojem je ono što Vilijamson sugeriše tačno i s obzirom na **TM**, što neće nužno značiti da **TM** implicira necesitizam.

Analogija s Vilijamsonovom sugestijom sastoji se samo u tome što dve temporalne varijante Barkan formule i njene konverzije obezbeđuju *istovetnost vremenskog kontinuuma* u svim mogućim svetovima, što znači da ne postoje mogući svetovi sa svojim vlastitim vremenima. Ali, uz odbacivanje Kvajnovog dictuma, ovu istovetnost vremena s obzirom na moguće svetove treba razumeti samo u smislu da su svi vremenski intervali dobro individuirani u odnosu na pridruženje mogućeg sveta vremenskom intervalu, a ne u smislu da su vremenski intervali pretpostavljeni kao elementi postojeći u svim mogućim svetovima. Ako ikoji od intervala uopšte postoji, onda je to tako zahvaljujući aksiomu (A_{TM}9).

Dakle, pitanje necesitizma i kontingentizma u vezi sa sistemom **TM** ne može se rešiti metodologijom koju je Vilijamson predložio. Da bismo odgovorili na pitanje, moraćemo da uzmemo u obzir kako su *postojanje*, *aktualnost* i *realnost* shvaćeni u prethodnim objašnjenjima.

Ako pretpostavimo da se događaj koji se na nekom intervalu javlja na njemu ne javlja, svet aktualizovan na datom intervalu ne bi bio taj već neki drugi svet. Štaviše, pošto arhiv istina bilo kog aktualnog sveta zavisi od svega što se još desilo u realnom svetu, pitanje o tome da li sve što postoji postoji nužno svodi se na pitanje da li se svi događaji u realnom svetu javljaju nužno ili ne. E sad, jasno je da je dilema – a suprotno tome šta bi zagovornici bilo necesitizma bilo kontingentizma o tome inače rekli – u kontekstu sistema **TM** lažna. Naime, s jedne strane, kontingentisti su u pravu utoliko što, ako se t_m završava pre t_n i ako je $\{t_n\}e(t_n)$ istinito, biće istinito ne samo $\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ već i $\{t_n\}\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$, što znači da je *moglo biti drukčije nego što aktualno jeste*, naime, da je određeni aktualni svet mogao ne postojati. Međutim, s druge strane, necesitisti su u pravu utoliko što, ako je $\{t_n\}e(t_n)$ istinito, istinito je i $\{t_n\}\Box e(t_n)$, što će biti i dalje tako na bilo kom aktualnom intervalu. Dakle, kao što to izraz *necessitas per accidens* sugeriše, *akcidentalno je istinito* da što postoji postoji nužno. Sve u svemu, i ako je s obzirom na neki aktualni interval akcidentalno to što se neki svet nije aktualizovao na nekom kasnijem intervalu, to ne znači da, pošto se svet koji se aktualizovao aktualizovao, to nije nužno, kao što ni to što se neki svet aktualizovao na nekom intervalu ne znači da s obzirom na neki raniji interval nije bilo moguće da se ne aktualizuje.

10. KONTINUIRANO UREĐENI SKUP KLASA MODELA SISTEMA **TM** I TOK VREMENA

Prema Hilbertu (v. na primer Hilbert 1918, Hilbert 1923), jedna od centralnih stvari prilikom interpretiranja formalne teorije tiče se njene *kategoričnosti*, to jest pitanja *izomorfnosti* njenih modela. Pošto je model sistema **TM** realni svet kao totalitet aktualizovanih svetova, a što uključuje sve kontingentne i modalne istine koje u njemu važe, ne samo što model sveta koji se završio devetnaestim vekom nije izomorfan s modelom sveta koji se završio dvadesetim, već, zbog revizije arhiva, ni *segment* ovog drugog modela koji se završava devetnaestim vekom nije izomorfan s *celim* realnim svetom koji se završio devetnaestim vekom. Međutim, postoji jedna izuzetno važna karakteristika interpretacija sistema **TM** koja se tiče kontinuirane povezanosti klasa modela koji imaju zajedničku apsolutnu sadašnjost. Apsolutnu sadašnjost kao trenutak do koga se realni svet prostire označićemo sa 0, i to nešto kasnije formalno definisati.

Neka je ~ binarna relacija na skupu intervala definisana na sledeći način:

(D$_{EF}$4) $t_m \sim t_n =_{df.} \exists t_k \, (t_m \wr t_k \wedge t_n \wr t_k)$.

Dakle, dva intervala su u relaciji ~ ako i samo ako imaju zajednički završetak. Lako je pokazati da je relacija ~ relacija ekvivalencije. Prvo, refleksivnost sledi iz činjenice da za svaki interval postoji interval koji se na njega nadovezuje, dok aksiom (A$_T$6) kaže da za bilo koji interval t_m postoji kasniji interval t_n, a prema aksiomu (A$_T$3), t_n se ili sam nadovezuje na t_m ili postoji interval t_l takav da se sam nadovezuje na t_m dok se t_n nadovezuje na njega. Drugo, simetričnost relacije ~ je direktna posledica komutativnosi konjunkcije u (D$_{EF}$4). Najzad, tranzitivnost sledi iz aksioma (A$_T$4): ako $t_m \sim t_n$ i $t_n \sim t_l$, postoje intervali t_k i t_p tako da $t_m \wr t_k$, $t_n \wr t_k$, $t_n \wr t_p$ i $t_l \wr t_p$. Pomoću (A$_T$4), prve tri relacije impliciraju $t_m \wr t_p$, što znači da se t_p nadovezuje i na t_m i na t_l, te da je, stoga, $t_m \sim t_l$. Kao relacija ekvivalencije, ~ deli skup interval **I** na klase ekvivalencije, koje su članovi odgovarajućeg kvocijent skupa **I**/~.

E sad, u svakom modelu sistema **TM** predikat aktualnosti se interpretira kao neprazni skup intervala zahvaljujući aksiomu (A$_{TM}$9). Prema aksiomu (A$_{TM}$10), apsolutna sadašnjost jedinstvena je u bilo kom datom modelu, što znači da posoji aktualni interval t_0 takav da su aktualni svi, i samo oni, intervali koji se ili završavaju kad i t_0 ili pre njega, Intrval t_0 je *apex* istorije realnog sveta, Sam trenutak apsolutne sadašnjosti sada se može definisati kao klasa intrvala koji se završavaju kad i t_0, to jest $0 = [t_0]$, pri čemu $[t_0] \in \mathbf{I}/\sim$. U svakom modelu $\mathfrak{M}$ sistema **TM**, $0^{\mathfrak{M}}$ je neprazan pravi podskup od $Act^{\mathfrak{M}}$. Na skupu $\mathcal{M}$ modela sistema **TM** sa izvesnim domenom D, možemo definisati binarnu relaciju $\approx$ tako što će biti $\mathfrak{M}_i \approx \mathfrak{M}_j$ ako i samo ako $0^{\mathfrak{M}_i} = 0^{\mathfrak{M}_j}$. Očigledno je da je $\approx$ relacija ekvivalencije. Ona vrši particiju skupa $\mathcal{M}$ na klase ekvivalencije tako da modeli u svakoj klasi ekvivalencije imaju *istu razdelnu tačku* između aktualizovanog i neaktualizovanog dela vremenskog kontinuuma. Tako, dok se za svaki pojedini model sistema **TM** može reći da izdvaja izvestan poseban trenutak kao kraj *jedne konkretne* istorije realnog sveta, cela klasa ekvivalencije kojoj model pripada izdvaja trenutak kao kraj istorije realnog sveta *bez obzira na to koja je konkretna istorija* do njega dovela.

Kvocijent skup $\mathcal{M}/\approx$, generisan relacijom $\approx$, linearno je uređen relacijom $\leq_{\mathcal{M}}$ definisanom ovako: klasa ekvivalencije X u relaciji je $\leq_{\mathcal{M}}$ prema klasi ekvivalencije Y ako i samo ako je trenutak apsolutne sadašnjosti bilo kog reprezententa $\mathfrak{M}$ iz X, $0^{\mathfrak{M}}$, podskup skupa aktualnih intervala bilo kog reprezententa $\mathfrak{N}$ iz Y, $Act^{\mathfrak{N}}$. Ako skup trenutaka označimo sa $\mathcal{I}$, a standardni poredak na skupu sa $\leq_{\mathcal{I}}$, struktura $(\mathcal{M}/\approx, \leq_{\mathcal{M}})$ je izomorfna sa strukturom $(\mathcal{I}, \leq_{\mathcal{I}})$, pa pošto je skup trenutaka ne samo linerano već i kontinuirani uređen, to mora biti i kvocijent skup $\mathcal{M}/\approx$.

Pretpostavimo sada da, s obzirom na bilo koji trenutak, postoji jedinstvena istorija realnog sveta koja se njime završava. Onda, mada *trenutak apsolutne sadašnjosti* uvek može biti predsatavljen klasom ekvivalencije modela sistema **TM** *bez obzira* na istoriju koja je do njega *de facto* dovela, uvek postoji i *privilegovana svetska linija* kaja predstavlja *konkretnu istoriju realnog sveta* koja je do njega dovela. A onda, bilo koji model koji predstavlja konkretnu istoriju realnog sveta do izvesnog trenutka mora sadržavati, kao svoj pravi podskup, skup aktualizovanih svetova koji čine segment istorije realnog sveta do nekog ranijeg trenutka, pri čemu će sve činjeničke istine o događajima u modelu koji je samo deo isorije biti sačuvane u privilegovanom modelu koji predstavlja celu istoriju realnog sveta. I zato, *razvoj* istorije realnog sveta treba da bude shvaćen kao *kontinuirana tranzicija* od jednog privilegovanog modela do drugih privilegovanih modela tako da svaki od njih predstavlja istoriju realnog sveta do izvesnog trenutka u kome *kao da* se istorija završila.

Sve u svemu, metafizički posmatrano, *tok vremena* ne predstavlja ništa drugo do jednu takvu kontinuiranu tranziciju od jednog do drugih privilegovanih modela, pri čemu svaki raniji model predstavlja razvoj svetske istorije do izvesnog trenutka, koji se, s obzirom na tok vremena, može metafizički razumeti kao *praesentia absoluta retenta*.

11. PREVAZILAŽENJE SPORA IZMEĐU TEMPORALIZMA I ATEMPORALIZMA

S obzirom na analogiju između *sada* i *ovde*, deluje nedopustivo antropocentrično zasnivati teoriju koja treba da se tiče sveta kakav je *per se* na pojmu *sadašnjosti* kao bazičnom i neanalizivljivom pojmu. Utoliko nije čudo što je Ajnštajn realnost vremena (*tempora*) proglasio iluzijom. Ako naša najbolja naučna teorija o realnom svetu ne zahteva realnost vremena, treba da prihvatimo atemporalističku teoriju. Ali, da li je zaista tako?

Dominantne interpretacije kvantne mehanike pretpostavljaju indeterminizam, a veliko je pitanje da li je atemporalistička teorija spojiva s njim. Lukašijevič je (Łukasiewicz 1922, str. 127) odbacio da „ako je *A b* u vremenu *t*, onda je istinito u svakom vremenu ranijem od *t* da je *A b* u vrmenu *t*", pri čemu je *A* kontingentan iskaz, a *b* jedna od dve istinosne vrdnosti. Kako bi atemporalisti mogli da zaobiđu ono što je Lukašijevič odbacio ako su, po njima, istine atemporalne?

Moglo bi se primetiti da ni mi sa **TM** nismo u boljem položaju, pošto u sistemu **TM** istinitost $\{t_n\}e(t_n)$ implicira istinitost $\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$ i kad je t_m ranije od t_n. Ali, u sistemu **TM** je to tako *tek pošto* je $\{t_n\}e(t_n)$ postalo istinito, to jest, tek pošto je interval t_n postao aktualan, što stvara mesto za tvrdnju da je $\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$ pre toga bilo *lažno*. Istinitost i lažnost formule $\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$ zavisi od toga koji je od dva uzajamno protivrečna antecedensa istinit: da je $\{t_n\}e(t_n)$ (što znači da je t_n aktualno) ili da t_n nije aktualno. Atemporalisti nemaju na raspolaganju ovakvo razlikovanje. U **TM** možemo imati $\{t_m\}\Diamond\neg e(t_n)$ uprkos činjenici da je, ako je $\{t_n\}e(t_n)$ istinito, i $\{t_m\}\{t_n\}e(t_n)$ istinito, dok to nema smisla u atemporalističkoj teoriji.

Dakle, atemporalističku teoriju treba odbaciti ako želimo da ostavimo mesta za indeterminizam. Ajnštajn, kao okoreli determinista, nije morao da se brine oko toga (cf. Bohr 1958, str. 32-66). Međutim, važno je primetiti da **TM**, dopuštajući indeterminizam na konzistentan način, to ne čini niti tako što bi *sada* bio primitivan pojam niti uz pomoć *vremenskih operatora*, kako je to činio Prajor. Cela priča koju nam **TM** kazuje je *nezavisna od posmatrača* i ispričana je na *atemporalističkom jeziku*. To je priča o realnom svetu kakav je on *per se*, jedino što on sam sadrži u sebi inherentne modalitete.

Sistem **TM** je namerno isplaniran tako da se spor između temporalizma i atemporalizma prevaziđe u korist moguće a dosad neuočene intermedijarne pozicije, koja inkorporira poželjne aspekte obe suprotstavljene teorije. Ono što je zajedničko sistemu **TM** i atemporalističkoj teoriji jeste prihvatanje zahteva da se svet u potpunosti opiše u sistemu formulisanom u atemporalnom jeziku (v. Arsenijević 2016, str. 70), i da sistem ne sadrži – *pace* Kit Fajn – činjenice u kojima se javljaju vremena (*tensed facts*). Međutim, postići tako nešto moguće je tek zahvaljujući pretpostavci da realnost ne konstituišu samo *nemodalne* činjenice – ovog puta u saglasnosti s Fajnovim shvatanjem – već takođe i *modalne*.[3] Zajedničko s

[3] Treba uočiti sličnost između pojma realnosti koji je u osnovi sistema **TM** i Fajnove nestandardne verzije realizma, koju on naziva *fragmentalizam* (Fine 2005, str. 307-310). U nameri da omogući da dva kontradiktorna vremenska iskaza budu oba istnita a da, u isto vreme, vremenske činjenice koje ih čine istinitim ne sadrže vremena kao svoje konstituentne delove, Fajn zamišlja realnost kao fragmentiranu oko svetova centriranih tako da svaki čini skupinu kompatibilnih vremenskih činjenica. Tome odgovara to što u sistemu **TM** međusobno protivrečne modalne tvrdnje o nekom intervalu mogu biti istinite, ali ne *na* jednom istom aktualnom intervalu (odnosno, *u* jednom istom aktualnom svetu), a što realni svet čini skupinom kompatibilnih modalnih činjenica, čiji svaki član konstituiše jedan aktualni svet. Važna razlika se sastoji u tome što se u sistemu **TM** vremenske činjenice *ne javljaju* na bazičnom nivou, i što Fajn dozvoljava *vanvremene* i *vansvetske* istine, dok su u sistemu **TM** čak i logičke istine senzitivne na prefiksiranje vremenskim operatorom, što ih čini povezanim s realnim svetom i njegovom istorijom.

temporalističkom teorijom je to što je tok vremena objektivna crta realnosti, mada prošlost, sadašnjost i budućnost u sistemu **TM** primarno nisu vremenske činjenice već distribucija modalnih činjenica duž vremenskog kontinuuma (cf. Arsenijević 2003b, str. 342ff.).

12. USMERENOST TOKA VREMENA

Tok vremena (*the flow of time*) i smer vremena (*the arrow of time*) ne samo što nisu jedna ista stvar, nego su neki verovali da je vreme usmereni kontinuum koji nema tok (Mellor 1981), dok su drugi verovali da ni tok ni smer nisu objektivne karakteristike vremena (Grünbaum 1967). Preostaje onda i pitanje da li je tok vremena, ako ga ima, objektivno usmeren[4].

S jedne strane, bilo koji model sistema **TM** zahteva razlikovanje nepraznih i praznih intervala, pri čemu prazni intervali leže na produžetku dela kontinuuma na kojem su se mogući svetovi aktualizovali, pri čemu su, zbog toga, mogući neaktualizibilni svetovi bliži realnom svetu nego što je to u standardnom govoru o mogućim svetovima slučaj. Ali, nijedan model sam po sebi ne sadrži *tranzitirajuće sada* i svaki sadrži samo „zamrznuta vremena“ –

[4] Načelnu spojivost Maktagartove A-serije i B-serije događaja dokazao je Šlezinger (Schlesinger 1994a i 1994b). Videti takođe Arsenijević 2003c, str. 155ff.

tampora retenta – pri čemu svaki *fiksira* specifični trenutak kao *praesentia absoluta retenta*. Tek je činjenica da postoji *kontinuirani poredak skupa klasa ekvivalencije modela*, zajedno sa pretpostavkom da je u svakom modelu istorija realnog sveta *jedinstvena*, ono što nam omogućava da govorimo o *toku vremena* kao o kontinuiranoj tranziciji od jednog ka drugim privilegovanim modelima. Samo zato je tok vremena potpuno nezavisan od posmatrača i ne počiva na uptrebi indeksikalije *sada*, kao kod, recimo, Ladlova (Ludlow 1999). Akscidentalno je što, ako ima bića poput nas, ona mogu referirati sa *sada* na trenutak koji u nekom modelu predstavlja *apex* kao trenutak apsolutne sadašnjosti.

S druge strane, međutim, *bilo koji* model sistema **TM** ne sadrži samo razlikovanje između aktualnih intervala sa zajedničkim završetkom i drugih aktualnih intervala. *Arhiv istina* na bilo kom *datom* aktualnom intervalu *razlikuje se* u pogldu *modalnih istina* od *arhiva istina* na bilo kom *drugom* aktualnom intervalu koji se završava ranije. Na primer, ako je $t_m \prec t_n$, pri čemu su i t_m i t_n aktualni, i $\{t_m\}(\Diamond e(t_n) \wedge \Diamond\neg e(t_n))$ je istinito kao i $\{t_n\}(\Box e(t_n) \vee \Box\neg e(t_n))$. Treba primetiti da se, pošto svaki arhiv istina sadrži sve nemodalne istine drugih arhiva, t_m-arhiv i t_n-arhiv istina ne razlikuju s obzirom na to da oba sadrže i $\{t_m\}(\Diamond e(t_n) \wedge \Diamond\neg e(t_n))$ i $\{t_n\}(\Box e(t_n) \vee \Box\neg e(t_n))$, naime, da su u oboma istiniti i $\{t_m\}\{t_m\}(\Diamond e(t_n) \wedge \Diamond\neg e(t_n))$ i $\{t_n\}\{t_m\}(\Diamond e(t_n) \wedge \Diamond\neg e(t_n))$ kao i $\{t_m\}\{t_n\}(\Box e(t_n) \vee \Box\neg e(t_n))$ i $\{t_n\}\{t_n\}(\Box e(t_n) \vee \Box\neg e(t_n))$, već se razlikuju s obzirom na činjenicu da su na t_m i $e(t_n)$ i $\neg e(t_n)$ mogući, dok je na t_n jedno od njih nužno. I tačno je ta razlika, naime, da raniji vremenski intervali sadrže neke *realnom svetu inherentne mogućnosti* koje su na kasnijim intervalima *suspendovane*, ono što izražava *smer vremena* kao *slika toka vremena*, koji unutar skupa već aktualizovanih svetova *više ne postoji*.

Fizičari uglavnom nisu pravili razliku između smera i toka vremena, a kad jesu, odbacivali su tok vremena na način kako je to učinio Rasel, kao iluziju koja postiji samo zahvaljujući bićima poput nas, koja imaju svesna iskustva i koja zahvaljujući tome prave razliku između prošlosti, sadašnjosti i budućnosti, čemu objektivno u stvarnosti ništa ne odgovara (v. gore, uvodno poglavlje). Neki su, međutim, sasvim neočekivano, napravili još jedan korak dalje, poričući i *usmerenost* vremenskog kontinuuma.

Kao čisto matematička struktura, kontinuum je uređen relacijom identiteta i relacijom prethođenja (svejedno da li je to $<$, ako je reč o tačkama, ili $\prec$, ako je reč o intervalima, pošto su sistem tačaka i sistem intervala uzajamno prevodivi – cf. Arsenijević 2003a i Arsenijević and Kapetanović 2008a i 2008b). Međutim, uređenje se može dobiti i pomoću relacija $>$ i $\succ$, koje su inverzne relacijama $<$ i $\prec$, i to tako što će aksiomi u svemu ostati nepromenjeni osim što je $<$

sistematski zamenjeno sa $>$, a $\prec$ sa $\succ$. Na osnovu toga se može reći da linearni kontinuum objektivno nema smer, kao što ga ni prava linija nema i da je stvar našeg izbora koji ćemo od dva načina uređenja izabrati. E sad, Viler i Fejnman su tvrdili (Wheeler and Feynman 1949) da isto što važi za čisto matematički kontinuum važi i za vreme realnog sveta, to jest, da se ništa suštinski u opisu celokupnog realnog sveta neće promeniti ako relaciju *ranije od* sistematski zamenimo relacijom *kasnije od* (v. Arsenijević 2003c, str. 143ff.). Naravno, uzrokovanje će promeniti smer, što je kod Melora bila poslednja uzdanica postojanja objektivnog smera vremena (Mellor 1981 i 1998), ali to ne znači ništa više od toga da, pošto su raniji intervali postali kasniji i *vice versa*, i uzrok i učinak moraju da međusobno zamene mesta. I onda je Grinbaum zaključio da pored toga što treba odbaciti *tok vremena*, koji nam u fizici i nije potreban, treba odbaciti i tvrdnju da postoji objektivni smer vremena, već prosto *izabrati*, kao u slučaju definisanja matematičkog kontinuuma, da li ćemo o vremenski neorijentisanom svetu govoriti kao ovamo ili onamo usmerenom (Grünbaum 1967).

Suprotno svom navedenom manje ili više radikalnom odbacivanju objektivnosti ili bar toka ili i smera vremena, interpretacija sistema **TM** omogućava jasno razlikovanje između toka i smera vremena kao njegovih objektivnih, od subjekta nezavisnih karakteristika međusobno povezanih pojmom unutarsvetskih modaliteta. S jedne strane, tok vremena se odnosi na tranziciju od jednog ka drugim modelima sistema **TM** koji su kontinualno uređeni, dok se o njemu ne može govoriti unutar jednog jedinog modela. S druge strane, smer vremena se tiče činjenice da u bilo kom modelu svetovi aktualizovani na ranijim intervalima sadrže više u modelu postojećih mogućnosti nego što ih sadrže svetovi aktualizovani na kasnijim intervalima. I onda, međuzavisnost se između toka i smera sastoji u tome što, s jedne strane, tranzicija od jednog modela ka drugim realni svet kontinualno obogaćuje realizacijom nekih i osiromašuje poništavanjem nekih drgih mogućnosti, dok, s druge strane, razlika koja se tiče mogućnosti u bilo kom konkretnom modelu nije ništa drugo do zamrznuta slika tranzicije od jednog modela do drugih koja se događala kroz istoriju realnog sveta, koji nikad i nije ništa drugo do svoja vlastita istorija.

13. INTERPRETACIJA SISTEMA **TM** I SAVREMENA FIZIKA

U ovom, poslednjem poglavlju kratko ćemo reći nešto o odnosu između sistema **TM** i kvantne mehanike, o kosmičkom modelu s kojim je interpretacija **TM** u skladu, o tome kako se **TM** može prilagoditi teoriji *big bang*, i o tome kako bi se **TM** uvođenjem više realnih svetova mogao uskladiti s *principom specijalne relativnosti*.

13.1. **TM** *i kvantna mehanika*

Protivno Lukašijeviču, koji je smatrao da „nova fizika“, a to je kvantna mehanika, zahteva „indeterminističku filozofiju“ kao „metafizički supstratum nove logike“, a koja zato mora biti polivalentna (Łukasiewicz 1920, str. 88), Ajnštajn, kao što smo naveli u 11. glavi, nikako nije želeo da prihvati da se moramo pomiriti sa indeterminizmom kvantne mehanike, dok se Nils Bor, glavni tvorac i protagonista dominirajuće *kopenhagenške interpretacije*, nije slagao ni s Lukašijevičem ni sa Ajnštajnom, insistirajući na tome da se indeterminizam kvantne mehanike ne može prevazići, ali da se može uskladiti s tradicionalnom dvovalentnom logikom pomoću *principa komplementarnosti* (cf. Bohr 1937, 1958, 1961).

Problem s Borovom idejom je u tome što je u svakoj poznatoj formalizaciji *kvantne logike* modifikacija izvršena već na *iskaznom nivou*, i to upravo zato što je bilo koja prihvatljiva varijanta onoga što je Bor zvao *principom komplementarnosti* zahtevala odricanje od *distributivnog zakona* (cf. Jammer 1974, str. 346). To ne mora da smeta ako se kvantna logika veže za takozvanu *operacionalističku interpretaciju* kvantne mehanike, odnoseći se na rezultate merenja koja su međusobno inkompatibilna.

U interpretaciji sistema **TM** indeterminizam nema veze niti s merenjem niti s posmatračem, već se tiče stvarnosti na bazičnom ontološkom nivou. Ali u isto vreme, u sistemu **TM** važenje klasičnih logičkih principa nije ograničeno. Kao takav ovaj sistem može da bude privlačan onima koji bi, simpatišući s Borovom idejom, želeli da je razumeju na realistički a ne čisto operacionalistički način.

13.2. **TM** *i razni kosmički modeli*

U obliku u kojem je formulisan **TM** odgovora jednom od više kosmičih modela koje opisuje Stors Makol, i to upravo onom koji preferira (McCall 2004, str. 1-18). U tom modelu Univerzum se razvija u četvorodimenzionalnom prostor-vremenskom kontinuumu koji je razgranat, ali pri čemu se sam Univerzum tim razvojem ne grana, već naprotiv, grane razvojem otpadaju kao nerealizovani svetovi, tako da uvek preostaje samo grana duž koje je svet realizovan.

13.3. **TMbb** *kao varijanta sistema* **TM** *koja je u skladu sa teorijom big bang*

Jedna od pretpostavki prilikom formulisanja sistema **TM** bila je da realni svet postoji oduvek. Da bismo dobili varijantu sistema **TMbb** koja bi odgovarala teoriji *velikog praska*, po kojoj Univerzum ima početak, potrebno je da sistem kao celinu prilagodimo promeni pretpostavke koja je u neskladu sa pretpostavkom o početku sveta. To nije teško učiniti.

Prvo ćemo originalnom sistemu dodati binarnu relaciju $\lesssim$ definisanu na skupu intervala tako da su dva intervala u toj relaciji ako i samo ako imaju zajednički početak ili prvi počinje pre drugog:

($D_{EF}5$) $t_m \lesssim t_n$ iff $t_m \prec t_n \vee t_m \cap t_n \vee t_n \subset t_m \vee \exists t_k (t_k \wr t_m \wedge t_k \wr t_n)$.

Aksiomi ($A_{TMbb}1$) do ($A_{TMbb}8$) biće identični aksiomima ($A_{TM}1$) do ($A_{TM}8$), ali ćemo dodati dva nova aksioma, koji su suštinski za teoriju *velikog praska*:

$(A_{TMbb}9)\ \forall t_m\, \exists t_k\, \exists t_n\ (\neg \mathrm{Act}(t_k) \land t_k \prec t_m \land t_m \prec t_n \land$
$\land \neg \mathrm{Act}(t_n))$
$(A_{TMbb}10)\ \forall t_m\, (\mathrm{Act}(t_m) \rightarrow \exists t_k\, \exists t_n\, (t_k \lesssim t_m \land t_m \leq t_n \land$
$\land \forall t_l\, (\mathrm{Act}(t_l) \leftrightarrow (t_k \lesssim t_l \land t_l \leq t_n)))).$

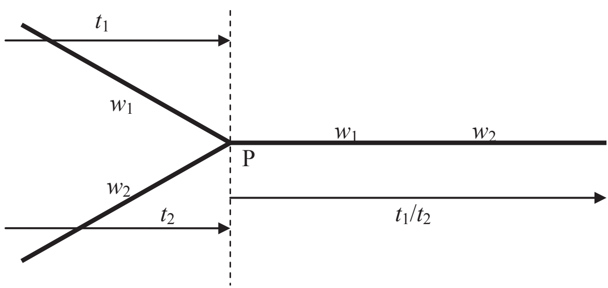
Aksiomi $(A_{TMbb}11)$ do $(A_{TMbb}17)$ biće identični odgovarajućim aksiomima iz **TM**.

Lako je videti da je u sistemu **TMbb** istorija realnog sveta kontinuirana, samo što, za razliku od **TM**, ima apsolutni početak.

13.4. **TM** *i specijalna teorija relativiteta*

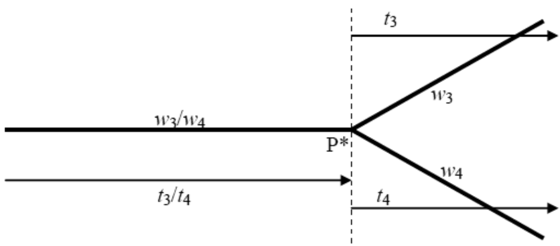
Kao što je rečeno u uvodnom poglavlju, suštinska je pretpostavka sistema **TM** da se modalni realizam ne prihvata, bilo kako je shvaćen kod Luisa, bilo kako je, donekle analogno, impliciran Everetovom interpretacijom kvantne mehanike preko mnoštva realnih svetova (Lewis 2001, Everett 1957). Međutim, pretpostavka o jednom jedinom realnom svetu može se zameniti pretpostavkom o više realnih svetova, ako sve ostale bitne pretpostavke sistema ostanu sačuvane, uključujući i ono što sledi iz odbacivanja modalnog realizma. Ovom promenom bi se, ako se svetovi shvate u smislu *svetskih linija*, sistem **TM** mogao uskladiti sa specijalnom relativnošću. Međutim, takva promena bi iziskivala znatnu izmenu sistema u celini uzev, čime se ovde ne možemo baviti. Umesto toga, samo ćemo neformalno ukazati na to kako bi se jedna takva promena mogla ostvariti.

Označimo sa **TMr** intendirani sistem, koji bi uključivao i specijalnu relativnost. Ono što će ostati isto je to što će svi mogući svetovi dosezivi iz jednog realnog sveta biti rasprostrti duž jednog istog vremenskog kontinuuma, tako da će bilo koji vremenski interval, aktualan ili neaktualan, biti dobro individuiran tek u odnosu prema nekom intervalu istog vremenskog kontinuuma na kome je neki mogući svet postao segment datog realnog sveta. Glavna razlika između **TM** i **TMr** treba da se sastoji u tome da će, zbog pretpostavke o više realnih svetova, u **TMr** biti više vremenskih kontinuuma, s obzirom na to da svaki realni svet treba da ima svoje vlastito vreme. Ilustrujmo to pomoću sledeća tri dijagrama, koja se odnose na dva realna sveta na dijagramima 4 i 5, a na četiri sveta na dijagramu 6.



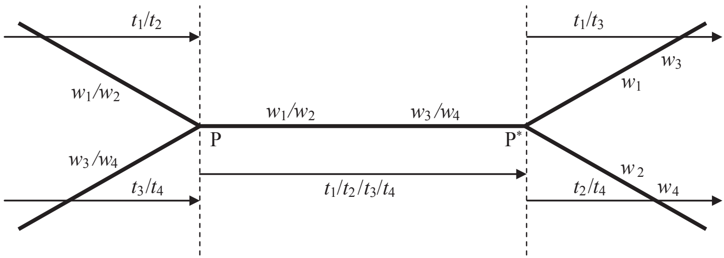
Dijagram 4

Na dijagramu 4, w_1 i w_2 su dva realna sveta, koja imaju svoja vlastita vremena sve do tačke P, koja predstavlja njihovu zajedničku apsolutnu sadašnjost. Do te vremenske tačke, mogući svetovi dostupni iz svakog od dva sveta distribuirani su duž dva različita vremenska kontinuuma, t_1 i t_2. Posle P, mogući svetovi dosezivi iz w_1 i w_2 distribuirani su duž jednog istog vremenskog kontinuuma t_1/t_2. Tokom tog vremena, istorije svetova w_1 i w_2 nerazlučive su s obzirom na to šta se aktualno dešava na t_1/t_2, ali ne i s obzirom na arhive istina. Zato će oni ipak biti dva razlučiva sveta. Tačno je to ono što čini razliku između *determinističke* i *indeterminističke* relativističke fizike. U indeterminističkoj varijanti istovetnost činjeničke istorije nije dovoljno jemstvo za to da se radi o istoriji jednog sveta.



Dijagram 5

Na dijagramu 5, realni svet w_3/w_4 se prostire duž jednog istog vremenskog kontinuuma t_3/t_4 sve do tačke P*, u kojoj se grana na dva realna sveta w_3 i w_4. Svetovi w_3 i w_4 prostiru se duž dva različita vremenska kontinuuma, t_3 i t_4 deleći i zajedničku istoriju duž kontinuuma t_3/t_4.



Dijagram 6

Na dijagramu 6, prethodna su dva slučaja, sa dijagrama 4 i 5, iskombinovana, ali treba primetiti da smo kao rezultat dobili četiri realna sveta i pet vremenskih kontinuuma: w_1 i w_2 dele zajedničku istoriju duž vremenskih kontinuuma t_1/t_2 i $t_1/t_2/t_3/t_4$ sve do tačke P*, w_3 i w_4 dele zajedničku istoriju duž vremenskih kontinuuma t_3/t_4 i $t_1/t_2/t_3/t_4$ sve do tačke P*, dok w_1 i w_3 nemaju zajedničku istoriju uprkos činjenici da se delimično prostiru duž istih vremenskih kontinuuma $t_1/t_2/t_3/t_4$ i t_1/t_3, što važi, *mutatis mutandis*, i za w_2 i w_4, koji nemaju zajedničku istoriju uprkos činjenici da se delimično prostiru duž istih vremenskih kontinuuma $t_1/t_2/t_3/t_4$ i t_2/t_4.

Primetimo, na kraju, da činjenica da, prema dijagramu 6, zbog razlike u pogledu *modalnih* istina između w_1 i w_2, s jedne, i w_3 i w_4, s druge strane, ne možemo da govorimo o istom delu *istorije* svetova w_1, w_2, w_3 i w_4 koji se prostiru između P i P*, ne znači da između P i P* oni ne dele zajedničko *vreme*. Naime, s obzirom na to kako intervali bivaju individuirani i smisao u kome smo rekli da postoje, da bi vreme bilo jedno te isto – $t_1/t_2/t_3/t_4$ – dovoljno je da se w_1, w_2, w_3 i w_4 između P i P* ne razlikuju u pogledu *ne-modalnih činjeničkih istina*. I zato, svaki trenutak između P i P* (uključujući i same P i P*) predstavlja apsolutnu sadašnjost s obzirom na dva skupa realnih svetova koji joj prethode, nezavisno od toga što su istorija sveta w_1/w_2 i istorija sveta w_3/w_4 različitim putevima do nje doveli. To znači, s obzirom na to kako je tok vremena definisan, da između P i P* postoji jedan jedini tok vremena. Tu nema grananja vremena već ima samo grananja mogućih svetova sa zajedničkim vremenom. Međutim, u tački P* se *samo vreme grana*, kao posledica grananja realnog sveta. Posle P*, postoje dva različita toka i dva smera vremena, koji objektivno zavise od toga šta se može desiti i šta se moglo desiti. I zato se, suprotno Meloru (Mellor 1998, str. 53-58), možemo složiti s Belnapom (Belnap 1992) da relativistička fizika ne zahteva atemporalističku teoriju vremena. Štaviše, način na koji su vremena shvaćena u sistemima **TM** i **TMr**, njih čini kompatibilnim sa *specijalnom relativnošću* (cf. Rakić 1997).

REFERENCE

Aristotle 1831a: *De Interpretatione*. In *Opera* ex recensione Immanuelis Bekkeri, edidit Academia Regia Borussica, editio prima. Berlin: Walter de Gruyter.

Aristotle 1831b: *Physica*. In *Opera* ex recensione Immanuelis Bekkeri, edidit Academia Regia Borussica, editio prima. Berlin: Walter de Gruyter.

Arsenijević, Miloš 2002: 'Determinism, Indeterminism and the Flow of Time'. *Erkenntnis*, 56, pp. 123-50.

Arsenijević, Miloš 2003a: 'Generalized Concepts of Syntactically and Semantically Trivial Differences and Instant-Based and Period-Based Time Ontologies'. *Journal of Applied Logic*, 1, pp. 1–12.

Arsenijević, Miloš. 2003b: 'Real Tenses'. In Jokić and Smith 2003, pp. 325–54.

Arsenijević, Miloš 2003c: *Vreme i vremena*, Beograd: Dereta.

Arsenijević, Miloš and Miodrag Kapetanović 2008a: 'The "Great Struggle" between Cantorians and Neo-Aristotelians: Much Ado about Nothing'. *Grazer Philosophische Studien*, 76, pp. 79–90.

Arsenijević, Miloš and Miodrag Kapetanović 2008b: 'An $L\omega_1\omega_1$ Axiomatization of the Linear Archimedean

Continua as Merely Relational Structures’. *WSEAS Transactions on Mathematics*, 7, pp. 39–47.
Arsenijević, Miloš and Miloš Adžić 2014: ‘Gunkology and Pointilism: Two Mutually Supervening Models of the Region-Based and the Point-Based Theory of the Infinite Two-Dimensional Continuum’. In Fano, Orilia and Macchia 2014, pp. 137–70.
Arsenijević, Miloš 2016: ‘Avoiding Logical Determinism and Retaining the Principle of Bivalence within Temporal Modal Logic: Time as a Line-in-Drawing’. In Gerogiorgakis 2016.
Belnap, Nuel 1992: ‘Branching Space-Time’. *Synthese*, 92, pp. 385–434.
Belnap, Nuel 2007: ‘An Indeterministic View of the Parameters of Truth’, In Müller 2007, pp. 87-113.
Bernays, Paul 1922: ‘Die Bedeutung Hilberts für die Philosophie der Mathematik’. *Die Naturwissenschaften*, 10, pp. 93–9.
Bohr, Niels 1937: “Causality and Complementarity”, *Philosophy of Science* 3.
Bohr, Niels 1958: *Atomic Physics and Human Knowledge*. New York and London: Wiley and Sons, Chapman and Hall.
Bohr, Niels 1961: *Atomic Theory and the Description of Nature*. Cambridge University Press.
Cantor, Georg 1962: *Gesammelte Abhandlungen*. Hildesheim: Georg Olms.
Carnap, Rudolf 1988: *Meaning and Necessity*. Chicago: University of Chicago Press.
Chalmers, David, David Manley and Ryan Wasserman (eds.) 2009: *Metametaphysics*: *New Essays on the Foundations of Ontology*. Oxford: Clarendon Press.

Davies, Paul Charles William 1974: *The Physics of Time Asymmetry*. Berkeley: University of California Press.

Eddington, Arthur Stanley 1920: *Space, Time and Gravitation*. Cambridge: Cambridge University Press.

Einstein, Albert 1949: *Einstein-Besso Correspondence*. Paris: Herman.

Everett, Hugh III 1957: '"Relative State" formulation of Quantum Mechanics'. *Review of Modern Physics*, 29, pp. 454–62.

Fano, Vincenzo, Francesco Orilia and Giovanni Macchia (eds.) 2014: *Space and Time: A Priori and A Posteriori Studies*. Berlin: Walter de Gruyter.

Fine, Kit 2005: *Modality and Tense: Philosophical Papers*. Oxford: Clarendon Press.

Fine, Kit 2009: 'The Question of Ontology'. In Chalmers, Manley and Wasserman 2009, pp. 157–77.

Gerogiorgakis, Stamatios (ed.) 2016: *Time and Tense*. Munich: Philosophia.

Gold, Thomas (ed.) 1967: *The Nature of Time*. Ithaca, NY: Cornell University Press.

Grünbaum, Adolf 1967: 'The Anisotropy of Time'. In Gold 1967, pp. 149–86.

Grünbaum, Adolf 1973: *Philosophical Problems of Space and Time*, Reidel.

Hallett, Michael 1995: 'Logic and Existence'. In Krüger and Falkenburg 1995, pp. 33–82.

Hilbert, David 1918: 'Axiomatisches Denken'. *Mathematische Annalen*, 78, 405–15.

Hilbert, David 1923: 'Die logischen Grundlagen der Mathematik'. *Mathematische Annalen*, 88, pp. 151–65.

Jammer, Max 1974: *The Philosophy of Quantum Mechanics*. New York, London, Sydney and Toronto: John Wiley and Sons.

Jokić, Aleksandar and Quentin Smith (eds.) 2003b: *Time, Tense, and Reference*. Cambridge, MA: MIT Press.

Kant, Immanuel 1911: *Kritik der reinen Vernunft* in: *Werke* III, Berlin.

Kripke, Saul 1980: *Naming and Necessity*. Oxford: Basil Blackwell.

Krüger, Lorenz and Brigitte Falkenburg (eds.) 1995: *Physik, Philosophie und die Einheit der Wissenschaft*. Heidelberg: Spektrum.

Leibniz, Gottfried Wilhelm 1973: *Philosophical Writings*, ed. by M. Morris and G. H. R. Parkinson. London and Melbourne: Everyman's Library.

Lewis, David 1991: *Parts of Classes*. New York: Wiley-Blackwell.

Lewis, David 2001: *On the Plurality of Worlds*. Oxford: Wiley-Blackwell.

Ludlow, Peter: *Semantics, Tense, and Time.* Cambridge, Mass.: MIT Press.

Łukasiewicz, Jan 1918: "Farewall Lecture by Professor Jan Łukasiewicz, delivered in the Warsaw University Lecture Hall on March 7, 1918" in *Jan Łukasiewicz – Selected Works*. Amsterdam: North-Holland, 1970, 84–86.

Łukasiewicz, Jan 1920: "On Three-Valued Logic" in: *Selected Works*. Amsterdam: North-Holland, 1970, 87–88.

Łukasiewicz, Jan 1922: "On Determinism" in: *Selected Works*. Amsterdam: North-Holland, 1970, 110–128.

McCall, Storrs 2004: *A Model of the Universe: Space-Time, Probability, and Decision*. Oxford: Clarendon Press.

McTaggart, John Ellis 1908: 'The Unreality of Time'. *Mind*, 17, pp. 457–74.

Mellor, David Hugh 1981: *Real Time*. Cambridge: Cambridge University Press.
Mellor, David Hugh 1998: *Real Time II*. London: Routledge.
Müller, Thomas (ed.) 2007: *Philosophie der Zeit*. Frankfurt am Main: Vittorio Klostermann.
Newton-Smith, William Herbert 1980: *The Structure of Time*. London: Routledge and Kegan Paul.
Oaklander, L. Nathan and Quentin Smith (eds.) 1994: *The New Theory of Time*. New Haven: Yale University Press.
Ockham, William 1945: *Tractatus de praedestinatione et de praescientia Dei et futuris contingentibus*. New York: The Franciscan Institute St. Bonaventure College.
Prior, Arthur Norman 1957: *Time and Modality*. Oxford: Clarendon Press.
Quine, Willard van Orman 1961: *From a Logical Point of View*. Harvard: Harvard University Press.
Rakić, Nataša 1997: 'Past, Present, Future, and Special Relativity'. *British Journal for the Philosophy of Science*, 48, pp. 257–80.
Reichenbach, Hans 1956: *Elements of Symbolic Logic*. New York: Macmillan.
Rini, Adriane A. and Max J. Cresswell 2012: *The World-Time Parallel: Tense and Modality in Logic and Metaphysics*. Cambridge: Cambridge University Press.
Russell, Bertrand 1915: 'On the Experience of Time'. *Monist*, 25, pp. 212–33.
Russell, Bertrand 1956: *An Inquiry into Meaning and Truth*. London: George Allen and Unwin Ltd.
Schlesinger, George 1994a: "Temporal becoming", in Oaklander and Smith 1994.
Schlesinger, George 1994b: "The stream of time", in Oaklander and Smith 1994.

Stalnaker, Robert 1976: ‘Possible Worlds’. *Noûs*, 10, pp. 65–75.

Weyl, Hermann 1949: *Philosophy of Mathematics and Natural Sciences*. Princeton: Princeton University Press.

Wheeler, John Archibald and Richard Phillips Feynman 1949: ‘Classical Electrodynamics in Terms of Direct Interparticle Action’. *Review of Modern Physics*, 21, pp. 425–33.

Williamson, Timothy 2013: *Modal Logic as Metaphysics*. Oxford: Oxford University Press.

Wittgenstein, Ludwig 1955: *Tractatus Logico-Philosophicus*, trans. by C. K. Ogden. London: Routledge and Kegan Paul.

Štampa i povez

SAJNOS DOO
Društvo za usluge, proizvodnju i promet

Novi Sad, Momčila Tapavice 2
Tel./faks: +381 21 499-461, mob.: 063/506-278

IZDAVAČKA KNJIŽARNICA
ZORANA STOJANOVIĆA
21000 Novi Sad
Trg Marije Trandafil 5
Tel.: 021/66-24-800
Tel.: 021/66-23-853
E-mail: ikzs@ikzs.com
Website: www.ikzs.com