

Универзитет у Београду

Математички факултет



Кристина Липаи

Приказ развоја математичког образовања у Африци, са
посебним акцентом на образовање у Мозамбику

мастер рад

Београд, 2024.

Ментор:

др Зоран Петровић, редовни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет

Чланови комисије:

др Александар Липковски, редовни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет

др Небојша Икодиновић, редовни професор
Универзитет у Београду, Математички факултет

Датум одбране

Садржај:

1.	Предговор	5
2.	Увод.....	5
3.	Образовање кроз три етапе.....	7
3.1.	Образовање пре колонизације.....	7
3.2.	Образовање током колонизације	8
3.3.	Образовање након колонизације.....	9
4.	Паулус Гердес.....	10
5.	Важност математичког образовања	11
5.1.	Улога наставе математике у интелектуалном васпитању.....	12
6.	Историја математике у Африци кроз геометрију.....	13
6.1.	Питагорина теорема.....	16
6.2.	Геометрија у занатима кроз симетрију.....	20
7.	Математичко образовање	21
7.1.	Промоција математике	23
7.2.	Обука наставника математике кроз аксиоматски приступ.....	24
7.3.	Правилни полигони у свакодневном животу	26
8.	Промене математичког образовања у Мозамбику	28
8.1.	Проблеми и решења	28
8.2.	Учионичка пракса у мозамбику	30
8.3.	Курсеви за обуку наставника до 1980.	30
8.4.	Национални семинар наставе математике	34
8.5.	Историјске белешке	36
8.6.	Реформе наставног плана и програма	39

8.7. Транзиција наставног плана и програма из математике	41
9. Закључак:	44
Литература	45
Биографија	47

1. Предговор

Пре свега бих желела да се захвалим мом ментору професору др Зорану Петровићу на издвојеном времену и уложеном труду у остваривање овог мастер рада, као и на указаној подршци и помоћи. Такође бих се захвалила и члановима комисије на указаним грешкама и сугестијама које сам добила.

Неизоставну и неизмерну захвалност имам према својим родитељима који су увек пуни разумевања, некада и прекомерног.

Осим њима, захвалност дугујем свим својим пријатељима који су имали разумевања за мене и моје студије и остали ми пријатељи упркос томе што сам их изопштила из свог живота ради завршавања истих. Неизмерно им хвала на том разумевању.

На крају, али не и мање важној особи, желим да се захвалим мојој драгој колегиници Дуњи Пешут, неизмерно јој хвала на указаној подршци и издвојеном времену.

2. Увод

Посматрајући смисао живота, смисао људског постојања, циљева друштва као и развитак друштвених заједница у времену брзог развоја технологије, долазим до закључка да се све огледа и у образовању; акценат, за потребе овог рада, ставила бих пре свега на математику. Кроз рад у просвети, у основној и средњој школи, а имајући у виду напредак човечанства, уочавам да је истовремено присутно и обесмишљавање образовања. Иако у људској природи лежи потреба за радом и образовањем, за смисаоним понашањем, не могу да не приметим незаинтересованост деце за сопствени напредак и развијање логике, те губитак жеље за размишљањем. Наравно, постоје изузеци који су жељни знања, али ипак мислим да треба тежити ка развијању свести о важности образовања код сваког појединца, био он дете, адолесцент или одрасла особа. Дакле, развијањем умне активности, превазилазимо бесмислене радње и долазимо до смисаоног понашања, а смисаоно понашање нас доводи до среће. Необразовани људи могу имати велики утицај на развој друштва тако што ће, на пример, ширити

дезинформације и тако директно утицати на јавни интерес, на смисао одређених радњи, како својих тако и туђих.

Цитираћу Богдана Шешића, у чијој књизи се јасно види важност умног смисаоног живота којег нема без образовања и васпитања и које је прожето кроз све друштвене установе:

„Осмислити живот значи усмерити своје животне активности у правцу остварења људских вредности како личних тако и друштвених.

Посебно се мора нагласити да је процес осмишљавања живота трајан, јер се он протеже од почетка до краја живота.“¹

„Ако под истинском срећом разумемо успешан и радостан живот, а не само неку срећну случајност, онда је несумњиво да је вођење смисаоног живота неопходан услов срећног живота, јер изван смисаоног живота и рада не може бити животне среће. Могло би се рећи да је срећа онај цвет који процветава само на дрвету смисаоног живота. Бесмислен живот и бесмислен рад рађају незадовољства и мучнину живота. Да би био срећан, човек, дакле, мора да живи смисаоним животом.

Да би могли да живе смисаоно и срећно, људи морају да мењају сами себе и свет, они морају да га осмишљавају, да га побољшавају и да га улепшавају. Једино тако га могу учинити могућим достојним предметом љубави, а тиме и основом смисаоног и срећног сопственог живота.“²

Размишљајући о свему томе мислила сам да бих кроз историју математичког образовања у Африци могла да на један занимљив начин прикажем важност математичког образовања и процес промене друштва. Покушаћу да одговорим на питања зашто је дошло до промена, ко их је покренуо, како су извршене и какав ефекат имају. Посебан акценат ћу ставити на проучавање математичког образовања у Мозамбику, који настоји да промовише целокупно образовање, укључујући и образовање одраслих, како у учионицама тако и на даљину. Све то чине у настојању да унапреде компетенције људи како би били способнији да се боље носе са променама и изазовима у друштву и самим тим имају срећнији живот.

Математичко образовање у земљама у развоју усмерено је ка већој апстракцији мишљења, док је у афричким земљама апстрактна математика одувек била тешко питање. Мозамбик није изузетак.

245 ¹ Шешић Богдан, „Човек, смисао и бесмисао”, Издавачко предузеће „РАД”, Београд, 1977, стр.

² *ibid*, стр.324

Упркос разним реформама мозамбичког школског система, резултати мозамбичке деце у математици су доста лоши.

Моје методе истраживања се базирају на литератури коју сам добила од ментора, а велики део рада прожет је записима и књигама професора Паулуса Гердеса, сходно томе у поглављу 4 ћу се осврнути на његову биографију и рад.

3. Образовање кроз три етапе³

3.1. Образовање пре колонизације

Математичко образовање у Африци није много истражено, готово се ништа не зна о образовању из ове области у предколонијалном времену. Познато нам је да се едукација базирала на традиционалном образовању које је било неформално: слушање прича, пример понашања одрасле деце, помагање одраслима, певање, играње (укључује и математичке игре) итд. Школе су се базирале на учењу строгом дисциплином, тешким радом, са мало сна, дугом шетњом, хладноћом и друго. Таквим приступом и начином живота добија се популација базирана на друштвеним правилима, тј. генерације „догма”, ауторитет старијих, племенска осећања, презир према женама, сујеверја која одржавају површно разумевање природе.

Истраживања нам говоре да математика као посебан предмет није био изучаван, али то не значи да нису имали знање о цртању геометријских облика или да нису знали одредити масу, запремину, дужину, топлоту итд.

Европски мисионари су донели формално образовање, које је било ограничено. Способност извођења четири математичке операције најчешће је било врхунац образовања и спроводило се у великим размерама.

Да би се решили проблеми у вези са производњом развијене су емпиријско-математичке идеје, којима су се обучавала деца од малена. На пример, учени су да користе штап за цртање круга у песку и да стављају рибу на једнаку удаљеност од

³ Paulus Gerdes, „Changing Mathematics Education in Mozambique”, Education Studies in Mathematics 12 (1981)

ватре, да би знали да је основа правоугаона; учени су да дијагонала морају да буду једнаке. Тако су се развијали системи мере, броја и рачунања.⁴

3.2. **Образовање током колонизације**

Гердес је навео да су постајале две категорије школовања: посебан програм за децу досељеника и посебан програм за црну афричку децу.

Колоније су имале школе за колонизаторе у којима је био веома мали број (или их уопште није било) Африканаца. Образовање у овим школама је било по европским стандардима. Уз те школе, постојале су школе за локално становништво које су пружале образовање само на основном нивоу. Таква слика је била типична за све колоније.

Свака колонија је користила своје уџбенике, наставне планове, нивое образовања.

Тешко је говорити о стању математичког образовања у Африци јер је континент веома различит, како у богатству тако и у раси, историји, религији, језику, култури, образовној традицији, тренутној образовној пракси и лакоћи приступа развоју.

Велики део образовања деце из Африке одвија се ван школских установа, на пример у кући, у околини села, у маркетима, гледајући старије како обављају традиционалне послове.

Школе у великом делу континета потекле су са Запада и долазиле су у пакету са наставним планом и програмом, уџбеницима, задацима, а често и са западним језиком као и наставницима.

Сада већ свака земља има већину својих држављана који предају у средњим школама, ипак, у великој мери школски систем наставља да задржава сопствене конвенције и вредности, независно од друштва у којем је постављено, више него на било ком другом континенту. Тамо где су почеле да се стварају баријере између школског и кућног живота, долази до националних недаћа.

⁴ Paulus Gerdes, „Conditions and Strategies for Emancipatory Mathematics Education in Undeveloped Countries” (This is a revised version of an invited paper presented at the Caribbean Conference on Mathematics for the Benefit of the Caribbean Communities and its Reflection in the Curriculum, organised by the InterAmerican Committee on Mathematical Education, Paramaribo, Suriname, October 18-21, 1982)

3.3. **Образовање након колонизације⁵**

Након стицања независности, од краја педесетих година 20. века, афричке земље су почеле да размишљају о улози образовања, укључујући математику. Математика је морала да се убаци у општи пројекат политичке, интелектуалне и културне аутономије.

Након афричке независности, уложени су велики напори да се образовни систем учини компатибилним са традиционалним афричким културама. Године 1960. Адис Абеба је била домаћин важног састанка о образовању у Африци, под покровитељством Унеска (Конференција за образовање у Африци у Адис Абеби). Његов најзначајнији резултат била је препорука да се афрички школски систем мора дубоко реформисати у областима наставних планова и програма, уџбеника и наставних метода. Природа колонијалног образовног система, у коме се није обраћала пажња на социо-културни афрички контекст, оцењена је као најозбиљнија препрека напретку образовања у Африци.

Подучавање и учење математике постали су један од најтежих изазова за нове афричке независне државе. То је било из два разлога:

1. математику су локалне заједнице увек тумачиле као инструмент доминације колонијалних режима;
2. његову урођену епистемолошку карактеристику (апстракцију), која је, генерално, ван афричког начина мишљења.

Једна значајна студија крајем шездесетих година 20. века истакла је да су принципи математике били потпуно страни култури народа Кпеле⁶, заједнице која живи у Либерiji. Према Геју и Колу⁷, деца Кпеле су имала јасну представу о методама мерења захваљујући чињеници да су пратила своје мајке на пијацу да купе пиринач. Ипак, када су ова деца пошла у формалну школу, потпуно су заборавила своја ваншколска искуства, тако да нису разумела, нити правилно користила систем мерења

⁵ Luca Bussotti, Paolo Bussotti, "Trends and challenges of mathematics education in Mozambique (1975-2016)" из [7], стр. 434-451

⁶ Народ Кпеле је највећа етничка група у Либерiji. Налазе се првенствено у области централне Либерije, која се протеже до Гвинеје. Говоре језик Кпеле, који припада породици језика Манде.

⁷ Мајкл Кол је амерички психолог и угледни професор на Универзитету Калифорније у Сан Дијегу.

Џон Геј је бивши професор и научник либерижских и афричких студија. Имао је активну улогу у либерижским студијама и у Саветодавном комитету Међународног института за правду и развој.

који се учио у школи, јер овај формални начин мерења није био повезан са њиховим неформалним разумевањем.

Друго истраживање је открило да неколико популација није имало идеју о броју. На пример, локално становништво пустиње Калахари знало је само прва два броја, 1 и 2, после 2 говорили су „много”. У Чангани, на локалном језику јужног Мозамбика, веома сличном језику Зулу у Јужној Африци, само су прва три броја изражена кроз одређене речи, почевши од броја 4, кажу „квартет људи”. Поред тога, различити бројеви, у многим афричким популацијама, изражавају симболичка значења и карактеришу их системи табуа.

Полазећи од ових претпоставки, математичко образовање у Африци изгледало је као тежак подухват. Да би смањиле дистанцу између апстрактних принципа математике и локалних култура, многе земље су убациле математику у специфичне политичке и културне оквире. Такође, размишљали су о томе који је најбољи начин да се математика инкорпорира у нове школске системе.

Најозбиљнији покушај био је лансирање приступа „нове математике”. Овај амбициозни програм, назван Афрички математички програм, званично је започео 1962. године у Уганди.

4. Паулус Гердес⁸

Велики допринос развоју математичког образовања дао је математичар Паулус Гердес, који је рођен у Холандији, али је велики део свог живота провео управо у Мозамбику. Стога се на његовим истраживањима и записима базира велики део мог рада.

Паулус Гердес рођен је 11. новембра 1952, умро је 10. новембра 2014. Био је холандски математичар и угледни професор математике који је своју научну мисију усмерио ка етноматематици. Написао је многе књиге на тему геометрије, културе и историје математике. Био је професор на факултету Универзитета Едуардо Мондлане у Мапуту. Такође, био је ректор Вишег педагошког универзитета који је под његовим руководством постао Педагошки универзитет у Мозамбику.

⁸ Више о овом математичару може се пронаћи на сајту наведеном у наставку, а који је и коришћен као извор информација за овај рад: <https://www.ascleiden.nl/news/obituary-professor-paulus-gerdes>

Његов живот обележио је истакнут и угледан научни рад, држао је предавања у многим земљама, поред тога објављивао је и у српским часописима. Био је председавајући у комисији за историју математике у Африци, од 1996. године и секретар Удружења јужноафричких математичких наука. У периоду од 2000. до 2004. био је председник Међународног удружења за науку и културну разноликост, а такође је био на месту председника за Међународне студије етноматематике од 2000. године.

На следећем линку може да се погледа његово предавање са насловом „Увођење афричких култура у историју и наставне планове и програме из математике у високом образовању”.

https://www.youtube-com.translate.google/watch?v=honwKo9iW9M&_x_tr_sl=en&_x_tr_tl=sr&_x_tr_hl=sr&_x_tr_pto=wapp

5. Важност математичког образовања

Знамо да је математика наука која подстиче развијање критичког мишљења које је у данашње време неопходно када информације које читамо, било у новинама било на интернету, не можемо да узмемо здраво за готово већ треба да расудимо да ли су истините. Познавајући основе математике и физике многе кућне послове можемо да урадимо ефикасније и самостално, што нас доводи до решавања и анализе многих проблема, доношења одлука и друго.

У историји дидактичке образовне методе и образовања из природних наука, ниједан предмет није био тако дубоко проучаван као математика. За већину ученика математика је тешка, сходно томе учење је проблематично. Штавише, математика је уско повезана са развојем наука, као што су физика и инжењерство, које имају дубок утицај на свакодневни живот, тако да математичко образовање мора да буде повезано са променљивим потребама друштва. У западном свету, почевши бар од 19. века, дебата о математичком образовању била је огромна и укључивала је неке од најважнијих математичара.

После Другог светског рата, 1950. године, основана је „Међународна комисија за проучавање и унапређење математичког образовања”. Почевши од 1955. Комисија је почела да објављује серију књига о математичком образовању. Прва од ових књига,

чији је оригинални наслов, „Математичко образовање”, на француском, посебно је значајна.

Број међународних часописа посебно посвећених математичком образовању је велики и многи часописи посвећени научном образовању прихватају радове који се тичу математичког образовања. То значи да је проблем присутан у свакодневици. У принципу, математика је дисциплина заснована на апстрактним и формалним основама. Проблем је што је у многим земљама настава и учење математике отежано, а школски успех ученика није добар, као што је случај са већином афричких земаља.

Када се ради о математичком образовању у Мозамбику, основни податак је да су резултати из овог предмета у просеку веома лоши. Неуспешност наставе математике у школама у Мозамбику зависи од тешке економске и социјалне ситуације целе земље.

5.1. Улога наставе математике у интелектуалном васпитању

Једна од кључних улога наставе математике је у интелектуалном васпитању ученика. Математика, као што сви врло добро знамо, развија разне интелектуалне способности које помажу сваком појединцу у свакодневном животу.

Да би се постигло математичко интелектуално васпитање, кључну улогу игра педагошки приступ наставника. Ради остваривања интелектуалне математичке способности предвиђају се одређени садржаји и одређене области из математике у различитим животним добима, тј. различитом узрасту.

Математичко мишљење представља систем који обухвата низ различитих операција мишљења из различитих области, које повезују знање са појмовима (математичке операције, аксиоме, правила, формуле).

„Развијање математичког мишљења у настави математике остварује се и као део ширег процеса развоја математичког приступа објективној стварности, а све то упоредо чини и сегмент целине процеса интелектуалног васпитања које се остварује у настави математике као једној од кључних области наставе за реализацију процеса интелектуалног васпитања у школи“.⁹

Математика нас учи како да истражујемо, како да анализирамо и како да закључујемо, како да логички повезујемо ствари, поступимо у одређеним ситуацијама, савладамо препреке на које смо наишли. Настава математике доприноси развоју

⁹ Радослав Антонијевић, Педагошко друштво Србије, „Настава и васпитање”, Београд, 2014, стр. 219.

мисаоних операција, мисаоних закључивања на основу доступних чињеница. Приликом сваког решавања математичког задатка ученик користи своје математичке способности које је до тада стекао, технике које је савладао да би дошао до решења. Математика утиче на пажњу, на то где ћемо да усмеримо мисао, у којим ситуацијама како треба да поступимо, шта би било исправно, а шта не.

Сходно свему томе, математика представља један од кључних предмета у школском систему у оквиру којег се развија интелектуално васпитање.

6. Историја математике у Африци кроз геометрију¹⁰

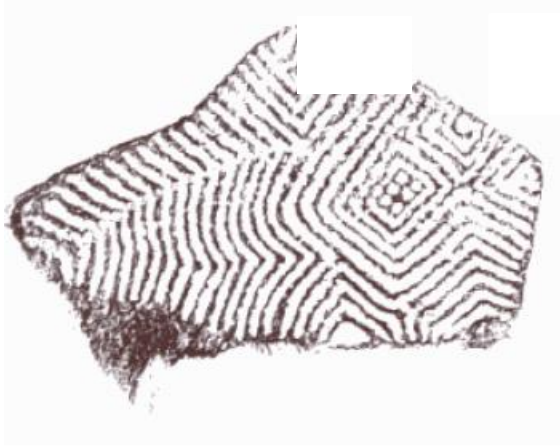
Према истраживањима Паулуса Гердеса која је објавио у својој књизи „Geometry from Africa: Mathematical and Education Explorations” можемо да видимо да је афрички народ, како Гердес каже, јужно од Сахаре, богат у својој разноликости, са посебним интересовањем за стварање облика у различитим контекстима, у тој мери да би се за Африку могло рећи да је „Африка геометрије”. Тај однос према геометрији се види у разним радовима, и мушкараца и жена, попут резбарења дрвета, слоноваче, код грнчара, сликара, ткаља, приликом цртања у песку и многих других креативних радњи. Притом, све те бескрајне украсне шаре могу се корисити као полазна тачка у навођењу ученика да открију Питагорину теорему и дођу до доказа за њу.

У истом извору пише да историчари претпостављају да Африка, поготово источна и јужна, представља колевку човечанства. На питање постављено првом председнику Афричке математичке уније (1975-1986) Хенрију Хогбе-Хленду из Камеруна – да ли се Африка може сматрати и колевком светске математике – одговор је недвосмислено био да.

У целој Африци се налази на слике и гравуре у камену, које датирају од пре нове ере до пре неколико стотина година, и које имају геометријску структуру. (слике 1, 2, 3)¹¹

¹⁰ Целокупно поглавље урађено је према књизи: Paulus Gerdes, „Geometry from Africa: Mathematical and Education Explorations”, Universidade Pedagogica, Maputi, Mozambique, 1999.

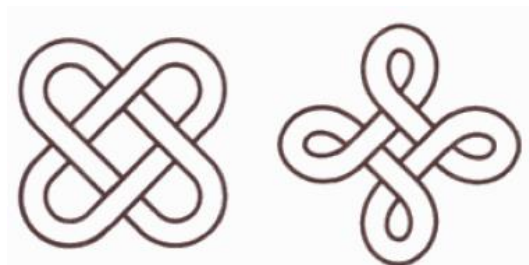
¹¹ Paulus Gerdes, „Geometry from Africa: Mathematical and Education Explorations”, Universidade Pedagogica, Maputi, Mozambique, 1999, стр. 4-5.



Слика 1
Камена гравура (Јужна Африка)

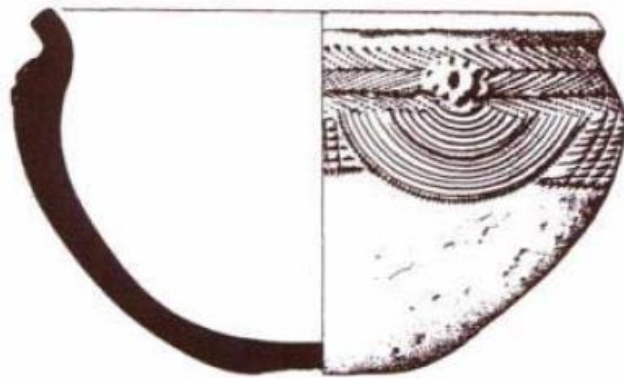


Слика 2
Камене слике (северозападни Мозамбик)

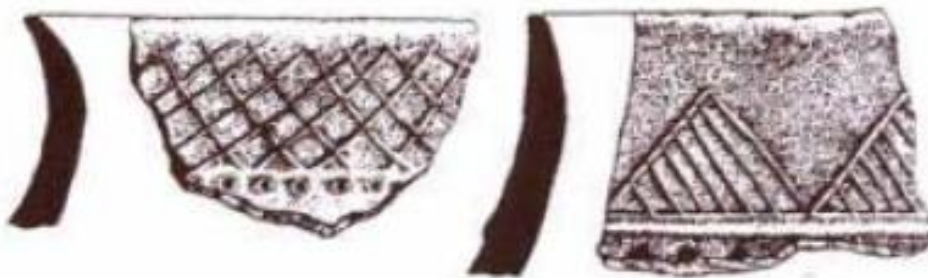


Слика 3
Петроглифи из Калунде (крајњи исток Анголе)

Археолошки налази који указују на геометријска истраживања су камени и метални алати и керамике (слике 4, 5, 6).



Слика 4
Лонац пронађен у Баталино-Малуби око 400-200 година пре нове ере (Североисточни Конго)



Слика 5
Комади лонца пронађених у близини Монапа око 600-900 година нове ере (североисточни Мозамбик)



Слика 6
Лонац из Игбо-Уквуа (југоисточна Нигерија)

6.1. Питагорина теорема

У споменутој књизи Паулуса Гердеса има занимљивих описа Питагорине теореме кроз разне технике, од којих издвајамо две.

1) Од испреплетених дугмади до Питагорине теореме

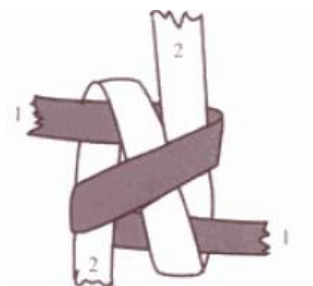
Питагорина теорема приписује се Питагори са Самоса, док сенегалски египтолог Чеик Анта-Диоп сугерише да је Питагора научио теорему током свог дугог боравка у Египту.

Један од доказа дат је кроз технику причвршћивања корпе на југу Мозамбика.

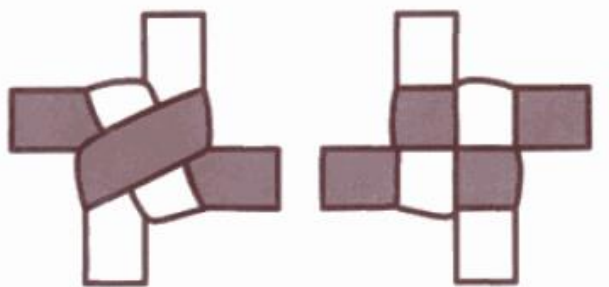
Две траке су трајно причвршћене за поклопац, са малим рупицама на крајевима, док су два дугмета причвршћена са супротне стране корпе. Дугме је направљено од две траке палминог листа (слика 7).



Слика 7



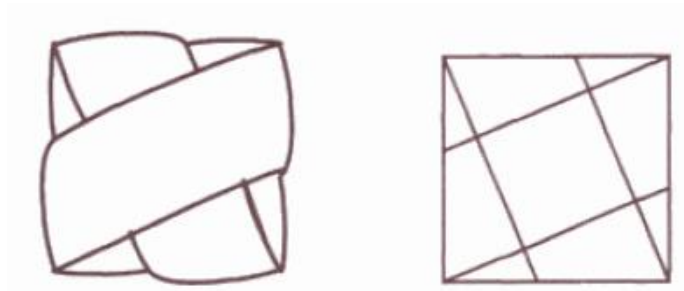
Слика 8



Слика 9

На слици 8 је приказано како се прави чвор. Када се овај чвор направи, са задње стране се наставља плетење „један преко другог” и тако се добијају слојеви дугмета, све док не постане мање-више кубично. Слика 9 приказује предњу и задњу страну дугмета.

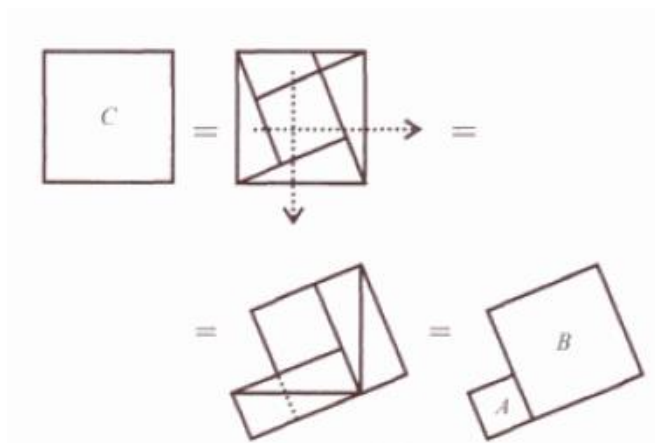
Надаље, ако ивице које су благо закривљене нацртамо тако да буду праве и прикажемо скривене линије (видети слику 10), у његовој средини се појављује други квадрат.



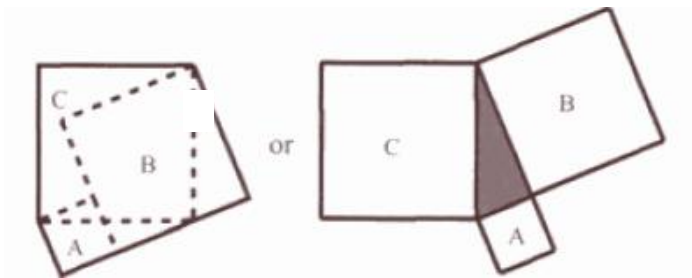
Слика 10

Поставља се питање да ли се могу приметити још неки квадрати када спојимо неке од ових цртежа? Да ли добијамо друге фигуре истих површина као квадратно дугме?

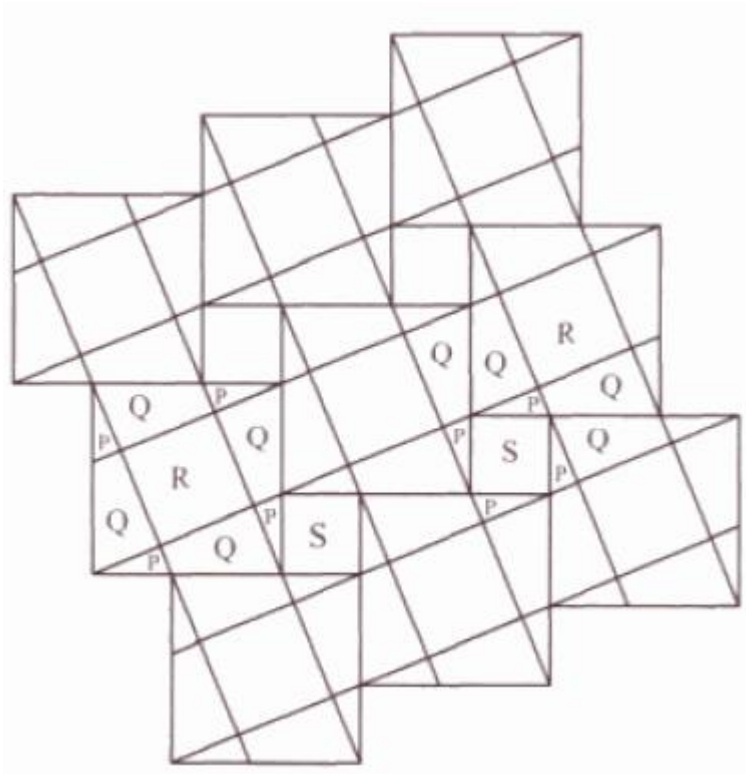
Ученици могу да уоче да је површина квадрата C једнака збиру површина квадрата A и B , при чему се долази до Питагорине теореме (слика 11 и 12).



Слика 11

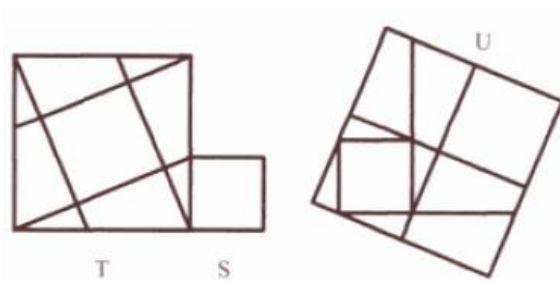


Слика 12



Слика 13

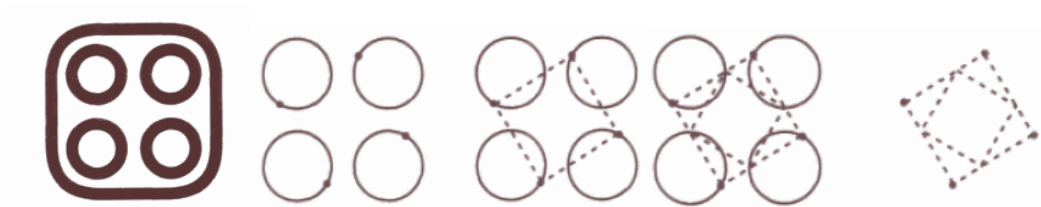
Такође, квадрати могу да се споје тако да формирају образац у коме се косе линије настављају као што је приказано на слици 13. Упоредјујући површине, може се видети да је $S+T=U$ (слика 14).



Слика 14

2) Од декоративног мозамбичког дизајна до Питагорине теореме

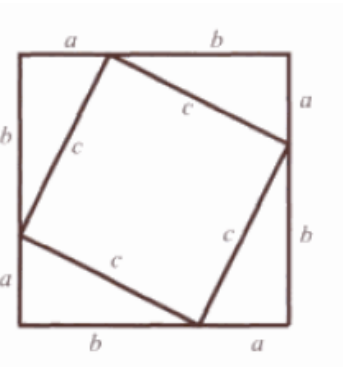
Посматрамо дизајн на слици 15. Када одговарајуће четири тачке на кружницама повежемо дужима, добијамо квадрат. Ако спојимо тачке пресека страница квадрата и кружница, опет добијамо квадрат. Ако повежемо тачке пресека као на слици 16, добијамо крст који дели квадрат на четири подударна дела, сада лако можемо доћи до Питагорине теореме.



Слика 15



Слика 16



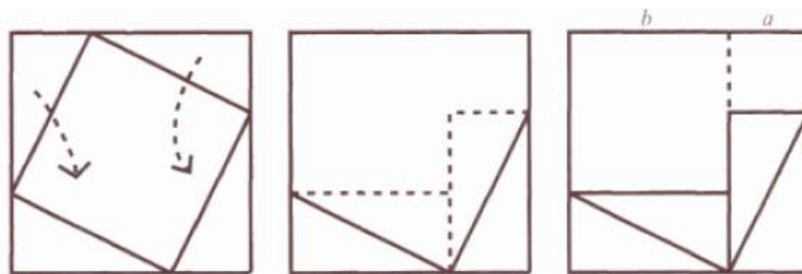
Слика 17

Нека a , b , c представљају странице подударних правоуглих троуглова. Од ученика се може тражити да израчунају површину квадрата и троуглова као и да анализирају њихове односе (слика 17).

Како је страница великог квадрата дужине $a + b$, његова површина је $(a + b)^2$. Површина овог квадрата једнака је збиру површина четири правоугла троугла и површини уписаног квадрата: $(a + b)^2 = 4 \frac{ab}{2} + c^2$.

Узимајући у обзир да је $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, ученици могу уочити да је $a^2 + b^2 = c^2$.

Геометријски до овог резултата можемо доћи и на друге начине. На пример, ротирајући горњи леви троугао за 90° у смеру казаљке на сату, слично са горњим десним троуглом, ротирајући га за 90° супротно од казаљке на сату, око најнижег врха. Сада се лако уочава да се површина великог квадрата може приказати као збир површина квадрата странице a и странице b и четири правоугла троугла чије су странице a , b и c . Дакле, површина квадрата странице c једнака је збиру површина квадрата страница a и b . (Слика 18)¹²



Слика 18

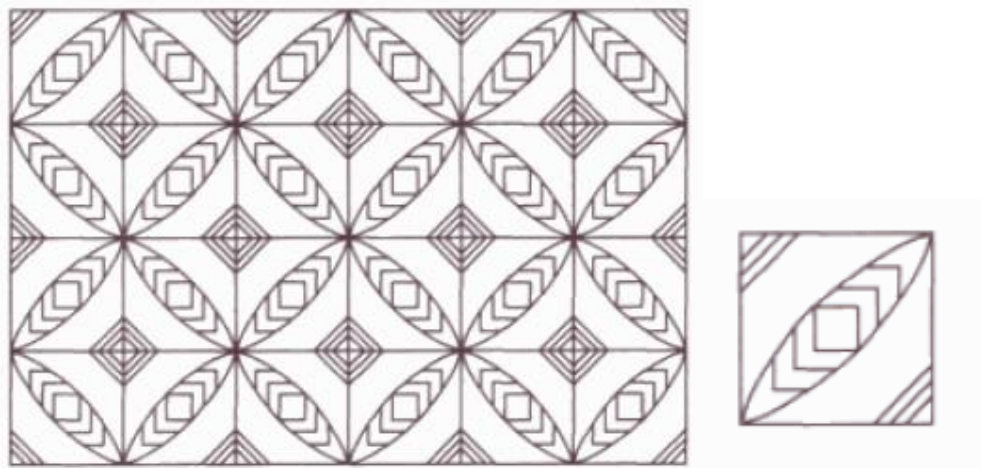
6.2. Геометрија у занатима кроз симетрију

Занимљиво је осврнути се на симетрију у занатима, коју је такође проучавао Паулус Гердес у својој књизи из које је већи део навода у овом раду. Посматрајући ове и многе друге радове кроз симетрију, деци би се могла приближити геометрија кроз занат који их окружује од рођења. Самим тим им се математика може учинити приближнија и занимљивија за проучавање.

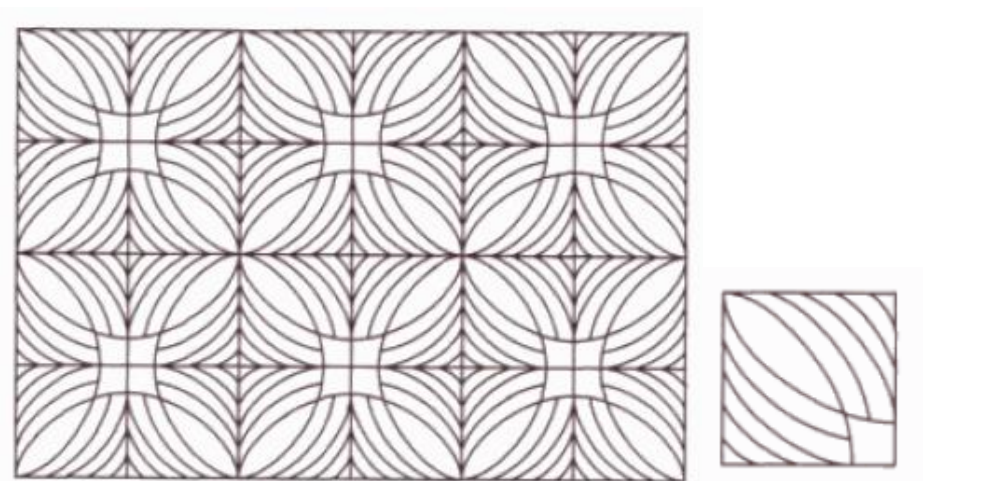
На зидној декорацији у Лесоту и у Јужној Африци види се да су жене развиле традицију украшавања зидова својих кућа геометријским дизајном, називајући геометријске узорке Литемама¹³. Основна карактеристика ових украса је симетрија. Као што је често случај, овај шаблон је израђен од квадрата који чини његову основу.

¹² Све анализе и фотографије преузете су из књиге: Paulus Gerdes, „Geometry from Africa: Mathematical and Education Explorations”, Universidade Pedagogica, Maputi, Mozambique, 1999.

Приликом израде, жене постављају мрежу квадрата, а затим сликају основни дизајн у сваки квадрат. Неке од литема су приказане на сликама 19 и 20.



Слика 19



Слика 20

7. Математичко образовање

Паулус Гердес је дао веома добар закључак који се тиче човечанства и образовања:

„Својим физичким и интелектуалним радом, човечанство је у стању да створи све хуманије друштво. Размишљајући о овоме, откривајући законе природе и друштва, човечанство ствара своје материјалне и интелектуалне алате за трансформацију

¹³ енг. Litema

стварности, како природе тако и друштва. Математика чини интегрисано тело тих средстава за разумевање и трансформацију стварности. Све хуманије друштво је најрационалнији правац. Међутим, човечанство данас има на располагању средства да само себе уништи. Ни математика, ни математичко образовање, ни математичари не могу бити равнодушни према овим дијаметрално супротним могућностима.”¹⁴

У истом извору се наводи да је математичко образовање за афричку децу било веома слабо током колонизације. Она нису била учена математици ради развијања интелектуалних способности него да би била што продуктивнија у интересу колонијалног капитализма. Након стицања независности 1975. године, циљ математичког образовања је био да се радничка класа математички едукује ради напретка народа.¹⁵

У својој књизи¹⁶, Паулус Гердес бележи да је у многим Афричким земљама након стицања независности постојала огромна жеђ за образовањем. Стопа неписмености је била велика, недостајао је стручни кадар у образовању, наставни план и програм није био прилагођен, а учионице су биле препуне деце. Све се то, највише, одразило на математику, па су деца створила одбојност према овом предмету, а оно што су знали, што су научили код куће, нису умели да примене у школи. Постојао је велики проблем како деци приближити математику и олакшати разумевање исте, што би значило и више ученика који немају проблем са градивом овог предмета. Велику наду су полагали у традиционални начин подучавања математике у којој се огледала мудрост и искуство, а који је сачињен од математичких знања о круговима, правоугаоницима, конусима, пирамидама и другим геометријским телима.

¹⁴ Paulus Gerdes, „Conditions and Strategies for Emancipatory Mathematics Education in Undeveloped Countries” (This is a revised version of an invited paper presented at the Caribbean Conference on Mathematics for the Benefit of the Caribbean Communities and its Reflection in the Curriculum, organised by the InterAmerican Committee on Mathematical Education, Paramaribo, Suriname, October 18-21.. 1982), стр. 15.

¹⁵ Овим не желим рећи да је колонизација била искључиво лоша по афрички народ јер утицај колонизације има и своје позитивне стране по становнике Африке. У овом конкретном случају у Мозамбику пример су планови и програми као и наставни кадар који је неопходан за обуку народа, а који остаје након колонизације.

¹⁶ Paulus Gerdes, „On Culture, Geometrical Thinking and Mathematics Education“, Educational Studies in Mathematics, Vol. 19, No. 2, Mathematics Education and Culture (May, 1988), стр. 137-162.

7.1. Промоција математике¹⁷

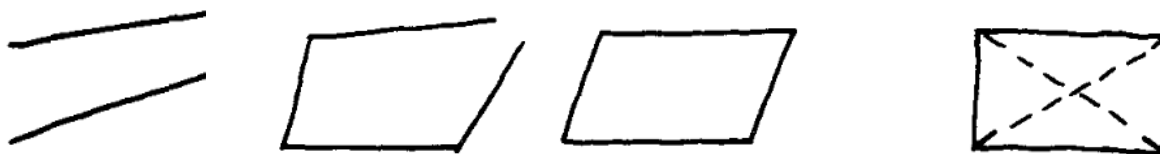
Велики проблем је био заинтересовати децу за математику. Требало је спровести едукацију одраслих, као и наставног кадра. Мозамбик се сусретао са великим изазовима како да оспособи друштво да математички размишља.

Искуство их је навело да, уколико се ослоне на постојеће проблеме из свакодневног живота, могу доћи до свести о важности математике ради лакшег разумевања проблема и налажења решења.

Да би се постигао што бољи однос према математици, требало је створити поверење у стваралачке моћи сваког појединца да могу да је разумеју и да се њоме служе. Стратегије којима су прибегли су:

- Културна стратегија;
- Друштвена стратегија;
- Индивидуално-колективна стратегија.

Навешћу пример културне стратегије у конструисању правоугаоника. У неким деловима Мозамбика сељаци користе следећу технику: почињу тако што ставе на под два пара дугачких штапова једнаких дужина, потом комбинују прва два са друга два штапа, при чему се гради затворен четвороугао тако да се добије паралелограм. Надаље подешавају фигуру док не добију једнаке дијагонале. Тако добијен правоугаоник представља ивице темеља куће, повлаче се линије дуж штапова и изградња темеља може да почне.



Да би се развила друштвена стратегија било је потребно решити се предрасуда, тј. постићи свест о томе да су деца свих друштвених слојева и оба пола способна за савладавање математичких вештина.

Код индивидуално-колективне стратегије потребно је јачати лично самопоуздање стимулишући повезаност појединца са математиком кроз приступ

¹⁷ Paulus Gerdes, "Conditions and Strategies for Emancipatory Mathematics Education in Undeveloped Countries" (This is a revised version of an invited paper presented at the Caribbean Conference on Mathematics for the Benefit of the Caribbean Communities and its Reflection in the Curriculum, organised by the InterAmerican Committee on Mathematical Education, Paramaribo, Suriname, October 18-21.. 1982).

решавању разних проблема. Може се постићи и анализирањем грешака (пример испод): шта је исправно, а који кораци су погрешни. Упоређујући своје анализе и закључке са анализом групе ради постизања заједничког решења, Гердес бележи да је овакав вид рада деци занимљив јер подстиче размишљање, аргументацију и преиспитивање.

Пример:

$$\frac{\sqrt{5} + 1}{\sqrt{5} - 2} = \frac{(\sqrt{5} + 1) \cdot (\sqrt{5} - 2)}{(\sqrt{5} - 2)^2} = \frac{3 - \sqrt{5}}{9 - 4\sqrt{5}} = \frac{1 - \sqrt{5}}{3 - 4\sqrt{5}} = \frac{1 - 1}{3 - 4} = \frac{0}{-1} = 0$$

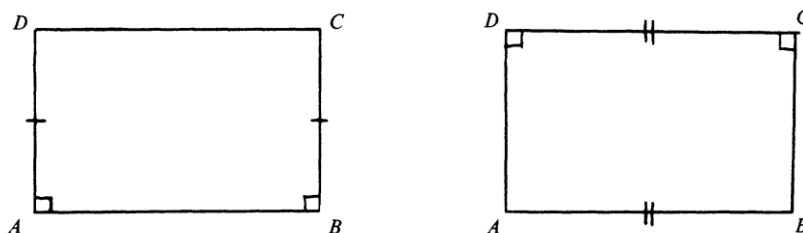
Проблемски приступ као полазна тачка је активност сама по себи, која у старту ствара поверење, ојачано овим трима стратегијама. Оно стимулише самопоуздање, а онда и значајно доприноси математичком образовању које омогућује свима да разумеју, развијају и користе математику као важан алат за разумевање стварности и људског света.

Постоје и многи други примери, попут кружног, цилиндричног облика итд.

7.2. Обука наставника математике кроз аксиоматски приступ¹⁸

Размотрићу и проучавање алтернативних аксиоматских конструкција еуклидске геометрије у обуци наставника.

У Александровој¹⁹ конструкцији чувени пети Еуклидски постулат замењен је „аксиомом правоугаоника”.



Ако су у четвороуглу ABCD странице AD и BC једнаке и ако су углови код темена A и B прави (овакав четвороугао се назива Сакеријев четвороугао), онда су и странице AB и DC једнаке, а такође су прави и углови код темена D и C.

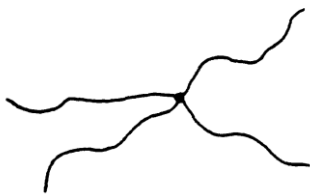
¹⁸ Paulus Gerdes, „On Culture, Geometrical Thinking and Mathematics Education“, Educational Studies in Mathematics, Vol. 19, No. 2, Mathematics Education and Culture (May, 1988)

¹⁹ Експерименте је развио тим академика А. Александров у средњој школи у УССР-у (1981).

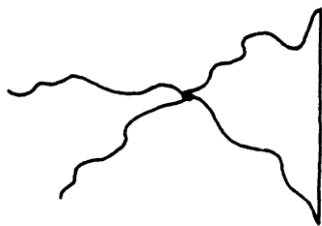
На једном курсу из математике, будућим наставницима математике је постављено питање: који правоугаони аксиом користе мозамбички сељаци у свакодневном животу. Реакције полазника су биле да они ништа не знају о геометрији, питали су се да ли они уопште знају да конструишу правоугаоник. Замолили су ученике из различитих делова земље да објасне присутнима како њихови родитељи конструишу темељ куће. Уобичајене су две технике конструисања:

У 1. случају конструкција је описана на страни 23 (конструкција правоугаоника).

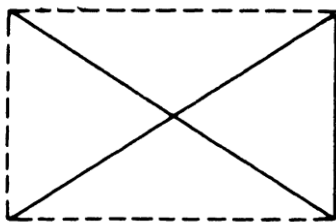
У 2. случају, почиње са два једнака ужета која су везана на средини.



Потом се поставља бамбус који има жељену дужину куће, на крајевима бамбуса се постављају ексери у под, а потом се за те ексере вежу крајеви ужади.



Након тога се конопац развлачи и добијају се друге две крајње тачке, на чијим крајевима се у земљу постављају два нова ексера.



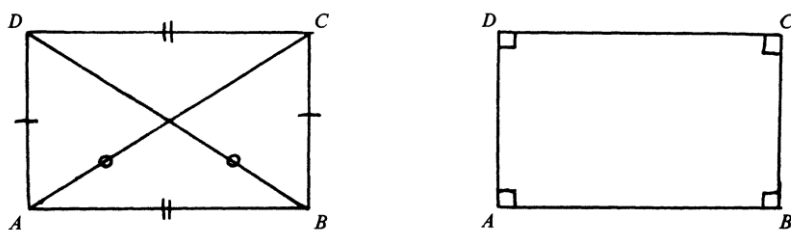
Ова четири ексера одређују четири темена куће.

Постављају се следећа питања:

- Да ли је могуће формулисати аксиому из ових техничких конструкција?
- Која аксиома се предлаже?

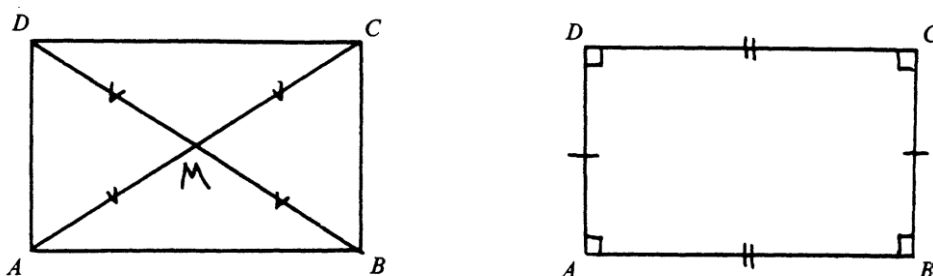
Након овога ученици долазе до следећих алтернативних аксиома:

Из 1. случаја:



Ако за стране четвороугла $ABCD$ важи да је $AD=BC$, $AB=DC$ и $AC=BD$, онда су углови код темена A, B, C, D прави углови. Другим речима, ако су дијагонале паралелограма једнаке, онда је тај паралелограм правоугаоник.

Из 2. случаја:



У четвороуглу $ABCD$ ако је M тачка пресека дужи AC и BD и важи да је $AM = BM = CM = DM$ онда су углови код темена A, B, C, D правоугли и $AD=BC$ и $AB=DC$. Другим речима, ако су дијагонале четвороугла једнаке, онда је тај четвороугао правоугаоник.

Овај приступ математици доприноси дубљем разумевању везе између традиције и наставе геометрије, у конкретном случају аксиоматски приступ математици.

7.3. Правилни полигони у свакодневном животу²⁰

У наставку рада пажњу ћу посветити алтернативном приступу конструкције правилног полигона.

Размотримо како се на западу Мозамбика прави левак.

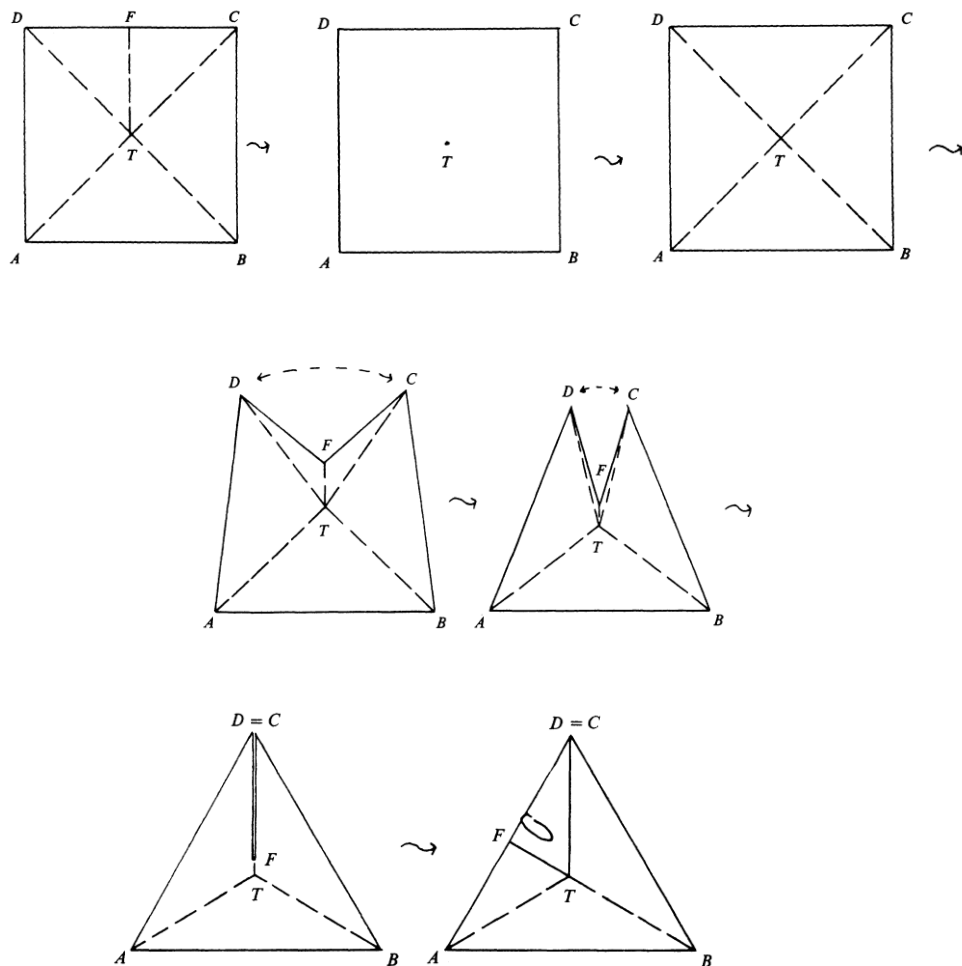
Почињу са прављењем простирке квадратног облика $ABCD$. Потом се са једне стране квадрата, од средине те стране ка центру квадрата, простирка пресавија при чему се поклапају темена те стране (на слици испод су то темена D и C). На тај

²⁰ Paulus Gerdes, „On Culture, Geometrical Thinking and Mathematics Education“, Educational Studies in Mathematics, Vol. 19, No. 2, Mathematics Education and Culture (May, 1988)

начин она не остаје равна него добија конусни облик, тј. претвара се у левак са теменом у тачки T (слика испод), где је T пресек дијагонала квадрата. Уједно, то теме постаје и врх левка, а од почетног квадрата $ABCD$ смо добили тространу пирамиду $ABCT$, чија је база ABC . Да би постигли стабилност левка ивице AB , BC , AC се фиксирају гранама, а као крајњи резултат добија се левак чији је облик тространа пирамида.

Ученицима се постављају следећа питања:

- Шта може да се научи из ове традиционалне технике?
- Да ли можемо да добијемо метод за конструисање једнакостраничног троугла?



8. Промене математичког образовања у Мозамбику

8.1. Проблеми и решења

На основу чињеница које су изнесене у књизи²¹, сагледаћу промену математичког образовања у периоду од 1975. до 1981. године.

Након стицања независности постојао је велики проблем у школском систему на више поља. Неки од проблема су били недостатак наставног материјала и наставног кадра. У Мозамбику пре ослобођења није постојао никакав институт за обуку наставника средњих школа. У почетку су наставни планови и програми били у западном стилу, као и књиге, а неретко и језик на којем су били обучавани.

Недостатак наставног кадра се привремено решавао тако што су ученици виших разреда обучавали ученике нижих разреда. Креативност је помогла у недостатку наставног материјала, рецимо, креде су правили од суве маниоке. Наставници су на семинарима и састанцима преносили своја искуства и своје знање једни другима, тимски су решавали проблеме.

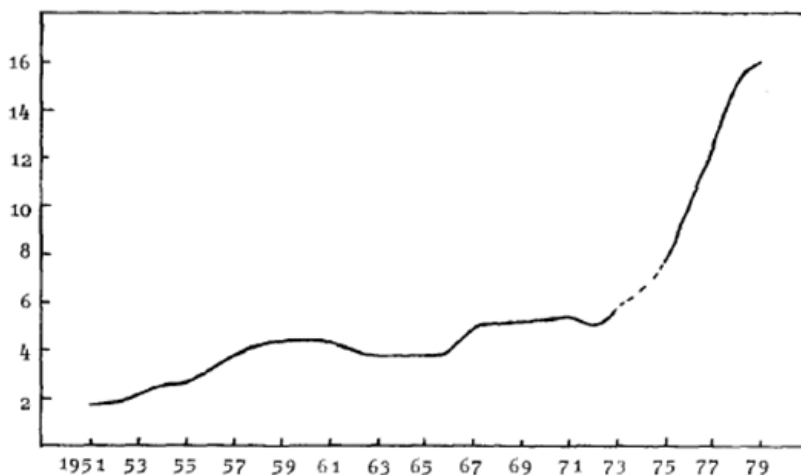
Јасно су дефинисани општи циљеви образовања:

- створити солидарност;
- уклонити расну и племенску дискриминацију;
- стећи научни став који је отворен и ослобођен сваке тежине сујеверја и догматских традиција;
- еманциповати жене;
- учествовати у производњи и створити поштовање ручног рада;
- развијати осећај за одговорност.

Укинуте су приватне и мисионарске школе, образовање је било бесплатно, што је произвело „експлозију” едукације.

Године 1973. у основним школама је било 589.000 деце, 1978. године, од укупног броја популације који је износио 11.000.000, 1.419.000 је било у основним школама. Године 1974. у средњим школама је било око 33.000 ученика, а 1978. их је било око 82.000, што је и приказано на слици.

²¹ Paulus Gerdes, „Changing Mathematics Education in Mozambique”, *Education Studies in Mathematics* 12 (1981)



Слика 21 Упис у основну и средњу школу (сваких 100.000)

Један од циљева је био да формирају „новог” човека који је ослобођен од комплекса инфериорности или супериорности, са вољом да нова сазнања учини основом новог друштва заснованог на јединству и једнакости. Желели су да знање буде прогресивно и трајно. Прогресивно у смислу да ученик напредује по степенима, те да након сваког степена стекне праксу, а након праксе наставља са школовањем. Трајно, подизањем знања кроз курсеве и семинаре.

Постепено су се уводили нови програми, нови наставни планови и нове наставне методе. Поред тога, осетио се велики недостатак наставника са научном, педагошком и дидактичком спремом. Забележено је да је 1979. године више од 90% наставника математике у средњим школама без стручне спреме.

Наставни план и програм математике за основну школу је поједностављен да би се изборили са тешкоћама које проистичу из слабог познавања португалског језика. Први национални уџбеници из математике за ученике првог разреда су се штампали тек 1981. године. Професори на Универзитету Едуардо Мондлане су написали уџбенике за десети и једанаести разред.

Низак ниво постигнућа је 1979. приморао Централни комитет партије Фрелимо и Народну скупштину да темељно анализирају образовну ситуацију. Они су образовну експлозију сматрали важном победом против неразвијености. С друге стране, образовање наставника није пратило тај развој. Стога су закључили да Министарство просвете и културе мора планирати (и ограничити) улазак у школе, убрзати обуку наставника и побољшати његов социјални статус, како би се што пре искоренила неписменост и обезбедило обавезно образовање.

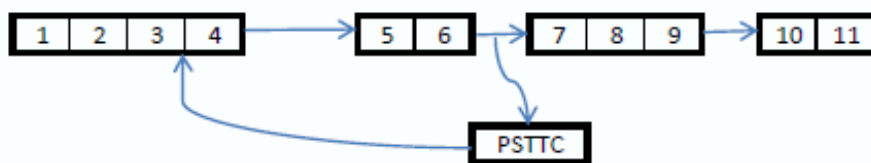
8.2. Учиоичка пракса у мозамбику

У Мозамбику, као и у многим земљама, уобичајена је такозвана „традиционална” настава у учионици, где наставник стоји испред табле и предаје градиво. Од ученика се очекује да слуша и да истовремено записује у свеске оно што наставник пише на таблу, као и да хвата белешке. Међутим, забележено је да у учионицама у Мозамбику постоји и „једносмерни облик комуникације”, што значи да наставник поставља питања и уједно сам одговара на њих (што се може посматрати као реторичко питање), или пак даје непотпуне реченице које ученици треба да допуне. Дошло се до закључка да наставници нису давали ученицима прилику да говоре, њихово учешће се сводило на то да ли се слажу са наставниковим излагањем.

Због похађања образовних семинара расла је заједница наставника који су желели да дају више простора ђацима у активностима у учионици, рецимо кроз стварање дискусије међу ученицима, али и између ученика и наставника. Тиме се одржавају и промене предвиђене новим наставним планом и програмом.

8.3. Курсеви за обуку наставника до 1980.²²

Године 1975. створено је десет центара за обуку наставника основних школа (PSTTC)²³, по један у свакој провинцији. Курсеви су на почетку трајали шест месеци, а од 1980. године трајали су дванаест месеци. Шеста година школовања је неопходан ниво за упис курса (слика 22). По завршетку, нови наставници добијају овлашћење да изводе наставу у основној школи, односно од прве до четврте године.²⁴ До 1980. године, 7.662 наставника је дипломирало на PSTTC.



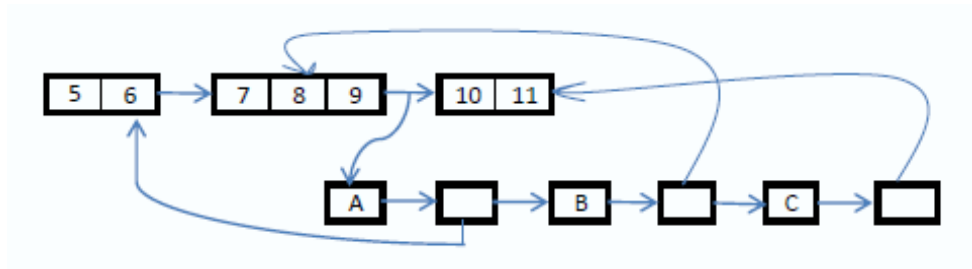
Слика 22

²² Paulus Gerdes, „Changing Mathematics Education in Mozambique”, *Education Studies in Mathematics* 12 (1981)

²³ PSTTC, Primary school teacher training courses – курсеви за обуку наставника у основним школама

²⁴ За наставни план и програм видети прву колону табеле 1.

Године 1977. на Универзитету Едуардо Мондлане у Мапуту отворени су курсеви за обуку наставника за средње школе (SSTTC)²⁵. У складу са процватом образовања и принципом да оно мора да буде трајно и прогресивно, одлучено је да се обука врши на следећи начин, након завршеног 9. разреда и интензивног курса у трајању од годину дана (А курс), студенти би предали две године петог и шестог години, након чега следи други интензиван курс (В курс), након којег би могли да предају од петог до деветог разреда итд. (Слика 23)



Слика 23

Сматрало се да ће на овај начин обука наставника ићи у корак са растом броја ученика у средњим школама.

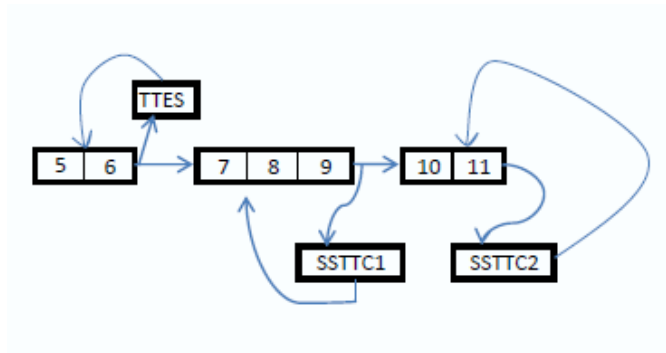
У Мапуту је 1978. године почела да функционише експериментална школа за обуку и образовање наставника (ТТЕС²⁶) за првих шест година, већ са освртом на будући образовни систем у коме ће основно школовање трајати шест или седам година.

Под овим системом PSTTC, SSTTC и ТТЕС, није било могуће обучити довољно квалификованих наставника за потребе земље. Курсеви за обуку наставника су реорганизовани од 1980. године, уз следеће главне промене:

- специјализација наставника основних школа за наставу у одређеним годинама ради побољшања њиховог квалитета;
- снижавање нивоа за упис на SSTTC и ТТЕС у циљу повећања ученика који се могу обучити да постану наставници;
- укидање поливалентног тока ТТЕС-а и замењивање моновалентним (нпр. само математика) курсевима за обуку наставника за пету и шесту годину;
- да одмах у SSTTC започну обуке наставника за седми, осми и девети разред (SSTTC 1), десети и једанаести разред (SSTTC 2) (слика 24) интензивним бивалентним (нпр. математика и физика) курсевима у трајању од две године.

²⁵ SSTTC, Secondary School Teacher Training Courses – курсеви за обуку наставника у средњим школама

²⁶ ТТЕС, Teachers' Training and Education School – Школа за обуку и образовање наставника



Слика 24

У табели 1 дат је преглед обука наставника до 1980. године

Упоредна табела курсева за усавршавање наставника до 1980. године			
	Курсеви за обуку наставника основних школа (PSTTC)	Курс за обуку наставника средњих школа (SSTTC)	Школа за обуку и образовање наставника (TTES)
1. Ниво обуке	1-4 године	1. ниво: 5-6 године 2. ниво: 7-9 године 3. ниво: 10-11 године	1-6 године
2. Ниво	6 година	9 година	9 година
3. Трајање курса	10 месеци, 6 недеља пракса	1. ниво:1 година + 2. године пракса 2. ниво:1 година + 2. године пракса 3. ниво:2. године	2. године + 2 месеца праксе
4. Наставни план и програм	Основни предмети:	Предмети заједнички за све курсеве:	
	Португалски (7)*	Португалски (3)	Португалски(5)
	Математика(4)	Пољопривредна производња (1)	Математика(5)
	Педагогија(3)	Васпитна психологија (4)	Педагогија(3)
	Политичко образовање(7)	Историјски и дијалектички материјализам (3)	Политичко образовање(5)
			Марксизам - лењинизам (5)
			Културне активности(2)
			Производња (2)
			Спорт(2)
		Комплементарни предмети:	Посебни предмети:
	Историја(3)	У случају математике:	Биологија(4)
	Географија(3)	Алгебра(5)	Физика(2)
	Природне науке(3)	Геометрија(4)	Хемија(2)
	Психологија(1)	Математичко образовање(10)	Ручни радови(2)
	Цртање(1)	Примењена математика(4)	
	Здравствено васпитање(2)		
	Школска управа(2)		
	Уметност и занати (3)		
	Пољопривреда (2)		
	Физичко васпитање(2)		
	Културно васпитање (1)		
5. Практични периоди	Практична настава у школи (45 часова, укључујући наставну праксу и теоријска предавања)	Теорија (4 часа) Теорија и пракса (32 часа)	Теорија Практичан део током распуста (3 недеље)
	7 недеља у пратњи инструктора (70 часова)	2 године пуне праксе у окружењу	Главни период школског програма (8 недеља)
6. Критеријуми оцењивања	Основни предмети: минимум знања 45%; не сме имати мање од 45% у више од 2 предмета	Основни предмети: наставне методе и психологија образовања(не сме да буде мање од 50%)	Минимална пролазна оцена из сваког предмета је 45%
		Посебни предмети: Не сме да буде мање од 50% у два предмета	
	Посебна пажња се даје вредновању наставног рада и друштвеном и политичком понашању током курса		
	*сати недељно		

Табела 1

PSTTC, Primary school teacher training courses – курсеви за обуку наставника у основним школама

SSTTC, Secondary School Teacher Training Courses – курсеви за обуку наставника у средњим школама

У целој земљи није било професора специјализованих за математичко образовање. Наставу из овог предмета држе искусни наставници који су се показали као посебно добри у настави и веома заинтересовани за унапређење њеног квалитета, те значај математике за развој Мозамбика.

Мозамбичко удружење математичара имало је следеће циљеве:

- да допринесе развоју математике и њене примене за економски, друштвени и културни напредак у Мозамбику;
- да шири математичко знање;
- да стимулише широке масе да се заинтересују за математичко стваралаштво и у њему уживају, борећи се против елитистичке идеје да математика није за свакога;
- да пружају педагошку подршку наставницима и ученицима на свим нивоима наставе и стимулишу ону врсту наставе која, повезујући теорију са праксом, ставља примену математике радничкој и сељачкој маси;
- да унапређује научну сарадњу са другим земљама у области математике;
- да сарађује са другим организацијама које имају сличне циљеве.

Главни облици његове делатности би били:

- да промовише изложбе, разговоре, семинаре и празничне курсеве;
- да производи математичке публикације;
- да организује такмичења, олимпијаде и математичке студијске скупове;
- да проучава и објављује традиционалне мозамбичке игре које имају математичке аспекте;
- да створи услове за изучавање историје математике Мозамбика.

У јануару 1981. изашао је први том часописа за наставнике. Касније 1981. године биће покренут часопис о математичком образовању.

8.4. Национални семинар наставе математике²⁷

Национални семинар о настави математике одржан је у Мапуту од 5. до 10. маја 1980. године. Циљ је био да се изврши темељна анализа постојећег стања и да се

²⁷ Paulus Gerdes, „Changing Mathematics Education in Mozambique”, Education Studies in Mathematics 12 (1981)

утврди у којој мери настава математике доприноси побољшању животног стандарда. Такође, да се утврде нове мере за унапређење и усавршавање наставног кадра и образовног процеса.

На семинару су били присутни наставници свих нивоа, као и радници у разним ресурсима Министарства просвете и науке, те представници других министарстава. Они су заједно учествовали и у припремама које су, између осталог, обухватале и разне посете школама, центрима за обуку и усавршавање наставника, као и посете фабрикама итд. Семинар је обухватао два пленарна предавања, једно на тему „Наука о математици”, друго „Математика, друштво и класна борба”.

Главне теме су биле:

- циљеви;
- наставне методе и средства;
- наставни план и програм;
- обука наставника.

За сваку од њих подељен је уводни реферат, а у поподневним и вечерњим часовима делегати су расправљали о раду у групама од око 20 људи. Њихови коментари су комбиновани у извештај који је следећег јутра био доступан за пленарну дискусију.

Промишљање о „науци математике” допринело је демистификацији математичке науке, показујући како је, израстајући из друштвених и економских потреба људских друштава, она у непрекидном напредовању, тесно повезана са развојем тих друштава. Такође, приказане су неке конкретне примене математике у пољопривреди и индустријској производњи. За велики број делегата сазнање да математика „не пада са неба”, да није вечна и да се не учи да би имала механизам селекције ђака, већ има примену, био је шок.

Односи између наставе математике и класне борбе у Мозамбику разматрани су у другом предавању „Математика, друштво и класна борба”. Ова студија је омогућила да се настава математике смести у различите фазе историје земље, да се анализира утицај традиционалног и колонијалног друштва на актуелну наставу математике. Уочено је да још увек има толико ауторитарних наставника који једва допуштају запитаност или сугестију својих ученика, да има старијих наставника који не прихватају искуство и помоћ млађих, чак и када су им ови претпостављени или су пак прошли боље обуке. Такође, примећено је да се одређени фундаментални математички

концепти представљају као апсолутне истине без објашњења или демонстрације, а да многи ученици пасивно примају информације које им наставник преноси (и да је та пасивност најизраженија код девојчица). Све је то објашњено као негативно наслеђе традиционално-феудалног друштва, као и кроз постојано присуство сујеверних идеја које спречавају наставнике да схвате порекло развоја математике.

8.5. Историјске белешке

У овом поглављу бавићу се ефектом и последицама пораста уписа ученика у школу, као и плановима и програмима из математике у Мозамбику, те реформом наставног плана и програма која је спроведена 2008. године.

Занимљив је податак да је 2003. године стопа писмености била на 48%, док је 1975. године стопа неписмених била 93%.²⁸

Према извештају који је 2007. године начинио UNESCO, између 1999. и 2005. године упис у основну школу порастао је за 36% у подсахарској Африци.

Што се тиче описмењавања одраслих, овај број је и даље низак. Просечна стопа неписмености је смањена на 53,6%, с тим да постоји разлика између урбаног и руралног подручја. У руралном подручју је 65,7%, док у урбаном 30,3%, од чега је 68% женска популација, а 36,7% мушка.

Образовни систем у Мозамбику сачињен је од основног образовања, нижег и вишег средњег образовања и универзитетског образовања.

Основна школа је бесплатна и она обухвата децу од шесте године и траје седам година.

ЕП1: од 1. до 5. разреда

ЕП2: 6. и 7. разред

Након основне школе деца могу да похађају опште образовање или техничко образовање.

Опште образовање подељено је на два нивоа:

ЕСГ1: Ниже средње образовање од 8. до 10. разреда

ЕСГ2: Више средње образовање 11. и 12. разред

Стопа пролазности до последњег разреда је веома ниска, упркос томе што се понављање у основним школама смањило са 24% 1999. године, на 10% 2005. године.

²⁸ Balbina Mutemba, „Pedagogic Practice Between Tradition and Renewal A Study of the New Mathematics Curriculum in Mozambique”, Luleå University of Technology, October 2012.

У табели је приказан број школа по степену образовања у периоду од 1988. до 2008.²⁹

Година	Опште образовање				Техничко образовање			Обука наставника		
	ЕП1	ЕП2	ЕСГ1	ЕСГ2	ЕТ	ЕТБ	ЕТМ	ЦФПП	ИМАП	Институт
1998	6114	381	74	13	3	23	7	13	4	-
1999	6605	448	82	18	4	23	7	12	4	-
2000	7702	522	92	20	6	23	7	11	7	-
2001	7480	685	105	23	7	24	7	11	7	-
2002	7788	823	116	27	7	25	7	11	7	-
2003	8077	950	125	29	11	25	7	11	7	-
2004	8373	1116	140	30	11	25	7	11	7	-
2005	8696	1320	156	35	16	25	7	11	9	-
2006	8954	1514	190	49	16	25	8	11	9	-
2007	9303	1842	255	58	13	27	8	11	9	-
2008	9649	2210	285	76	23	27	12	-	-	21

ЕТ – основни ниво

ЕТБ – основни ниво (basic)

ЕТМ – средњи ниво са ЕП1, ЕП2

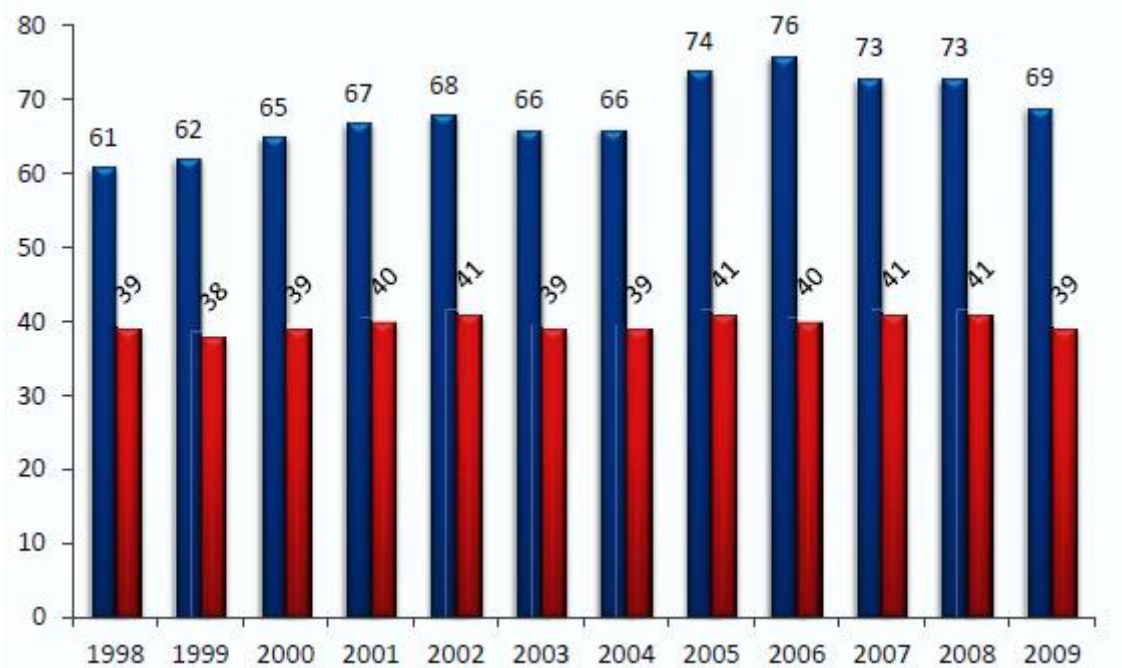
ЦФПП/ИМАП – центри за обуку наставника/институт за основну едукацију наставника

Како је број уписаних ученика у школе растао, настајао је проблем са бројем наставника, што је неминовно утицало и на квалитет наставе. Да би се то у некој мери решило, усвојена су решења из неких других земаља и скратио се рок за обуку наставника. Тежило се томе да се обезбеди што већи број наставника за што краће време.

У следећој табели видљив је однос броја ученика по наставнику.³⁰

²⁹ ibid, стр 4

³⁰ ibid, стр. 5



■ ЕП1 - основна школа 1-5 разреда
■ ЕП2 - основна школа 6-7 разреда

Поред воље, труда и жеље за што већим бројем образованог становништва, постојали су и велики проблеми. Показало се да више од половине ученика 6. разреда нема ниједну књигу. Слично је било и у другим разредима. Разлог је, с једне стране, због тога што су постојали финансијски проблеми приликом издавања великог броја уџбеника, а с друге стране због њиховог транспорта. Пuteви су били запуштани, а кишни период је такође стварао потешкоће у дистрибуцији уџбеника.

Поред тог, велики проблем представљао је и ХИВ. UNESCO (2007) истиче велику смртност наставника који су у Мозамбику умиралли од ХИВ вируса. Стопа ХИВ инфекција међу наставницима је 2002. године била 15%, а могла је да достигне и 17% до 2015. године. Упркос свему томе константно се бележио пораст уписаних ученика у сваком делу образовања.

У следећој табели³¹ дат је приказ пријемног испита, након завршеног 12. разреда, на високошколске установе којих је било мање од тридесет заједно са приватним универзитетима. Види се висока конкуренција, стога су, након положених републичких испита, деца морала да полажу пријемни испит на факултетима.

³¹ *ibid*, стр. 7

Година	Државни			Приватни			Укупно		
	Женско	Мушко	Укупно	Женско	Мушко	Укупно	Женско	Мушко	Укупно
2003	319	1227	1546	925	1155	2080	1244	2382	3626
2004	1148	3468	4616	977	986	1963	2125	4454	6579
2005	1465	3793	5258	1792	1706	1963	3498	5499	8997
2006	4681	8818	13499	1993	2824	4817	6674	11642	18316
2007	10259	15747	2606	1728	2184	3912	11987	17931	29918

8.6. Реформе наставног плана и програма³²

Наставни план и програм у 8. разреду 1995. године:

Основни принципи су били:

- Мотивисати ученике за активно учешће у процесу наставе и учења;
- Побољшати мишљење ученика;
- Развити способности посматрања, аргументације, доказивања и процењивања.

Истражене су иновације наставног плана и програма на три нивоа:

- у званичном плану и програму који издаје држава;
- у два најчешће коришћена уџбеника која су објављена након реформе;
- из праксе пет наставника који раде у школама.

Један од резултата анализе је да план и програм личи на било који препознатљив концепт. Иновативни аспекти бледе у детаљним предлозима за приступ математичким темама. Такође, постоји тензија између експлицитног наставног плана и програма и могућег простора за интерпретацију наставника.

Два уџбеника која су анализирана уводе формални тип приступа математици у већем броју тема, док задаци обухватају углавном затворена питања која не омогућавају различите приступе и стратегије приликом решавања. Посматране лекције су биле уоквирене, а математика је деловала поприлично формално. За многе часове је било карактеристично да ученици одговарају у хору, а на свим часовима се могло

³² *ibid.*

видети да су доприноси ученика били цењени од стране наставника. То је стварало прилику да се ученици укључују са свакодневним знањем. Из другог аспекта посматрања лекција види се брзи прелазак градива, тј. убрзавање темпа.

Због делимичне последице великог броја раста уписа ученика у школе, што је директно утицало на ресурсе квалификованих наставника, намеће се озбиљно ограничење између праксе и кабинетске наставе.

Наставни план и програм у 8. разреду 2008. године

Најистакнутије иновативне карактеристике које су уведене 2008. године су развој ученичких вештина резоновања, укључујући аргументацију, аналитичко мишљење и оправдање, користећи методе које укључују смислено учешће ученика. Овим се тежи савладавању математичких техника и већем учешћу ученика у настави.

У извесној мери нови наставни план и програм има за циљ да подстиче наставнике да користе приступ заснован на дискусији и дијалозима који развијају комуникационе вештине ученика и вештине закључивања. У уводу је наставнику дата слобода да сам контролише и изради план обраде, темпо, редослед, међутим, иако је то у уводном делу јасно наглашено, лакше је пратити предложен распоред наставних јединица него истраживати и израдити нове наставне планове часова.

Тумачење и доношење таквог наставног плана и програма није лако, поготово имајући у виду да мозамбички наставници математике не поседују одговарајућу базу знања како у настави тако и у теорији, а која је основа наставног плана и програма. Проблеми, такође, могу настати у недостатку ресурса, недостатку педагошке помоћи и надлежних институција, као и због потребе наставника да ради у више школа због ниске плате, што онда директно утиче на њихову ефикасност у имплементирању наставног плана и програма.

Два иновативна аспекта која су највидљивија у новом наставном плану и програму у учењу математике су:

- Стварање математичких компетенција усредсређених на развој расуђивања ученика;
- Коришћење хеуристичких метода и поступака који помажу ученицима да самостално изграде знање и које подстичу разумевање и смишљено ангажовање ученика.

Да би се постигла успешност новог наставног плана и програма потребно је наставницима створити приступ да читају, дискутују и уче о новим материјалима како би развили стручност. Стога је све то уско повезано са обуком наставника који треба да пренесе своја знања и искуства деци у учионици и допринесе критичкој конструкцији знања ученика.

8.7. Транзиција наставног плана и програма из математике³³

По Инчонској декларацији³⁴, јасно су дате обавезе према образовању које налажу: „преиспитати наставне планове и програме како би се осигурао квалитет, укључујући вештине, компетенције, вредности, културу и знање”³⁵. Сходно томе, побољшање наставног плана и програма је једно од најважнијих корака за побољшање квалитета образовања.

Ако се погледају земље у развоју, а када је наставни план и програм математике у питању, империјалне силе су, током владавине, донеле сопствене наставне планове и програме, а овај приступ се није интегрисао са локалним потребама и културом, те је стога био неефикасан.

Гердес (1986, 18) је критиковао лоше трендове у математичком образовању у земљама у развоју због исхитрене „трансплантације плана и програма” из високо индустријализованих земаља у земље Трећег света.³⁶

Наставни план и програм из Португалије је у Мозамбику коришћен без икаквих модификација пре стицања независности, док су реформе спроведене три пута након стицања независности. Први наставни план и програм је формално уведен 1983. године. Ревизијом 2004. године наведено је да је једна од главних сврха прилагођавање наставног плана и програма регионалним потребама. Претпоставља се да су на реформе из 2015. године утицали резултати истраживања које је спровео Јужни и источни афрички конзорцијум за праћење квалитета образовања.

³³ Satoshi Kusuka, Transition of Mozambique’s Primary Mathematics Intended Curriculum in the Post-Colonial Period: A focus on Adaptation from an Exogenous Curriculum, Naruto University of Education, Japan, 2021.

³⁴ Инчонска декларација је декларација о образовању усвојена на Светском образовном форуму у Инчону, Јужна Кореја, 15. маја 2015. године.

³⁵ Satoshi Kusuka, Transition of Mozambique’s Primary Mathematics Intended Curriculum in the Post-Colonial Period: A focus on Adaptation from an Exogenous Curriculum, Naruto University of Education, Japan, 2021, str. 28.

³⁶ *ibid*, стр. 26

Табела која приказује транзицију наставног плана и програма математике у Мозамбику³⁷:

До 1983.	<ul style="list-style-type: none"> • Наставни план и програм је био онај који се користио у Португалу • Португалски систем је остао до 1983. године
Ревизија 1983.	Дошло је време за увођење првог националног система образовања, где се наставни план и програм седмогодишњег обавезног основног школовања правилно примењује.
Ревизија 2004.	Мозамбик је имплементирао нови наставни план и програм основног образовања који је прилагођен подручју у којем се примењује, са 20% садржаја који су осмислиле школе и заједнице.
Ревизија 2015.	„Наставити са прегледом наставног плана и програма узимајући у обзир јачање писмености и рачунања” ³⁸ .

У плану и програму из 1983. године циљ математичког образовања је да се решавају проблеми из свакодневног живота и примени знање на рутинске и друштвене проблеме.

Наставни план и програм из 2004. и 2015. године такође је укључивао садржаје који се тичу практичности, са тим да се може рећи да је постигнута јака свест о доприносу математичког образовања на друштвени развој Мозамбика. Садржај из 2004. године укључује наслове који се односе на хуманистичке принципе (критичко мишљење, интересовање за математику, поседовање позитивног става, рад на стрпљењу). Нови садржај који је додат 2015. године и који се разликовао од претходног, укључио је материјале о стручном и тржишном образовању и њиховом утицају на друштво Мозамбика.

Садржаји који су наведени у образовном стратешком плану, попут преношења мозамбичке културе на ученике, нису експлицитно наведени као сврха математичког

³⁷ *ibid*, стр. 29

³⁸ MINED, „Education Strategic Plan 2012-2016”, 2012, стр. 65, Maputo. Према: Satoshi Kusuka, Transition of Mozambique’s Primary Mathematics Intended Curriculum in the Post-Colonial Period: A focus on Adaptation from an Exogenous Curriculum, Naruto University of Education, Japan, 2021, стр. 29

образовања. Посматрано са временске осе прошлости, садашњости и будућности, може се рећи да је сврха математичког образовања у Мозамбику да нагласи локалну перспективу мозамбичког друштва, као и економског развоја.

У периоду од 1983. до 2004. године није било значајних промена у садржају о целим бројевима, док је у оквиру ревизије 2015. године број цифара смањен. Пример, у петом разреду до 2004. године ученици су морали да знају бројеве до 1.000.000 па и даље, док се у плану за 2015. годину од ученика захтевало да знају бројеве до 100.000 и да наставе да уче сваке следеће године. Што се тиче разломака, у 5. разреду из 1983. године постојао је опис „једноставни разломци”, од ревизије 2004. године па надаље, у вези са разломцима дат је детаљнији одељак.

У периоду од 1983. до 2004. године у 5. разреду су се обрађивале све четири операције са децималним бројевима, док је ревизијом из 2015. године остављено само сабирање и одузимање, а множење и дељење учило се од 6. разреда.

Бројевна права се из 1. разреда пребацила у 5. разред, након ревизије 2015. године.

Римски бројеви, који су се учили у другом разреду, ревизијом 2015. пребачени су у 3. разред.

Према плану из 1983. године дефиницију квадрата, правоугаоника, троугла и паралелограма, те како се ови облици цртају, требало је предавати у 2. разреду, ревизијом из 2004. дефиниције су се училе у 2. разреду, док се у 3. обрађивало цртање тих облика и паралелограм, а онда, ревизијом из 2015. године цртање троугла је пребачено у 4. разред, док је паралелограм у 5. разреду.

Ревизије су се вршиле узимајући у обзир систематичност саме математике и природу њеног проучавања. У свакој ревизији садржај је или смањен или промењен. Ревизијом из 2015. године, садржај је у великој мери смањен и пребачен у следећи разред. Тиме се хтело постићи да деца буду мање оптерећена и да већи број деце стекне основно образовање.

9. Закључак:

Мотивација за писање овог рада настала је кроз рад у просвети, са жељом да се укаже на важност целокупног образовања са посебним акцентом на образовање из математике и развијање математичког мишљења.

Утицај образовања на популацију јасно може да се сагледа кроз школски систем у Африци, која је и даље ускраћена за квалитетно образовање, поред свих напора које улаже да се оно побољша и унапреди, као и да буде доступно сваком појединцу.

Математичко образовање у већем делу Африке је на ниском нивоу, околности које то проузрокују су разне. Један од разлога је и неадекватан кадар који предаје овај предмет, сиромаштво, свест о значају образовања, политичка структура итд.

Поред свих ових препрека у Африци и даље постоји жеља и борба за образовањем становника и обучавањем наставног кадра, без којег нема ни образоване популације.

Литература

- [1] Balbina Mutemba, „Pedagogic Practice Between Tradition and Renewal A Study of the New Mathematics Curriculum in Mozambique”, Luleå University of Technology, October 2012.
- [2] Paulus Gerdes, „Changing Mathematics Education in Mozambique”, *Education Studies in Mathematics* 12 (1981)
- [3] Paulus Gerdes, “Conditions and Strategies for Emancipatory Mathematics Education in Undeveloped Countries” (This is a revised version of an invited paper presented at the Caribbean Conference on Mathematics fOr the Benefit of the Caribbean Communities and its Reflection in the Curriculum, organised by the InterAmerican Committee on athemtical Education, Paramaribo, Suriname, October 18-21.. 1982)
- [4] Paulus Gerdes, „On Culture, Geometrical Thinking and Mathematics Education“, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 19, No. 2, *Mathematics Education and Culture* (May, 1988)
- [5] Paulus Gerdes, „Geometry from Africa: Mathematical and Education Explorations”, Universidade Pedagogica, Maputi, Mozambique, 1999.
- [6] Paulus Gerdes, „Changing Mathematics Education in Mozambique”, *Education Studies in Mathematics* 12 (1981)
- [7] ”Problem of Education in the 21st Century” Vol. 75, No. 5, 2017. Publisher: Scientia Socialis, Ltd. in cooperation with SMC „Scientia Educologica“, Lithuania, the Associated Member of Lithuanian Scientific Society, the Association of Lithuanian Serials, European Society for the History of Science (ESHS) and International Council of Associations for Science Education(ICASE).
- [8] Радослав Антонијевић, Педагошко друштво Србије, „Настава и васпитање“, Београд, 2014.
- [9] Robert Morris , Manmohan S. Arora, *Studies in mathematics education* Moving into the twenty-first century, Volume 8, UNESCO, 1992.
- [10] Satoshi Kusaka, Transition of Mozambique’s Primary Mathematics Intended Curriculum in the Post-Colonial Period: A Focus on Adaptation from an Exogenous Curriculum, Naruto University of Education, Japan, 2021.

[11] Шеших Богдан, „Човек, смисао и бесмисао”, Издавачко предузеће „РАД”, Београд, 1977.

[12] <https://www.ascleiden.nl/news/obituary-professor-paulus-gerdes>

Биографија



Кристина Липаи рођена 30. 8. 1988. године у Суботици. Основну школу „Пионер” завршила је у Старом Жеднику 2003. године. Средњу хемијску школу завршила је 2007. године. Након тога, уз посао, уписује основне академске студије на Природно-математичком факултету у Новом Саду, смер Професор математике. Касније се пребацује на студијски програм Дипломирани професор математике, који завршава у јулу 2022. године. Исте године уписује мастер студије на Математичком факултету у Београду, модул Теоријска математика и примене. Положила је све предвиђене испите у јуну 2023. године. У просвети ради од 2018. године.